

MASTEROPPGAVE

Utforskende undervisning i matematikklærebøker

Eirik Horvath & Emil Tønnesen

16.05.2022

Grunnskolelærerutdanning 5-10
Fakultet for lærerutdanninger og språk

Førord

Først og fremst vil vi takke hverandre for et godt samarbeid på denne masteroppgaven, og gjennom fem år på grunnskolelærerutdanningen. Videre ønsker vi å takke alle som har bidratt til å gjøre denne masteroppgaven mulig.

Vi ønsker å takke Aschehoug forlag for tilgang til deres lærebok Matemagisk 8, Grethe Tofteberg for tilgang til Maximum 8 og Espen Hjardar for eksemplarer av Matematikk 8.

Vi ønsker også å rette en takk til våre gode medstudenter Jørgen Nord og Andreas Vigdal Elvestad som har fungert som våre sparringspartnere gjennom prosessen ved vår masteroppgave.

Til slutt ønsker vi å rette en spesiell takk til vår veileder Marianne Maugesten for gode tilbakemeldinger, samtaler og diskusjoner. Vi ønsker også å rette en stor takk til de andre veilederne på HIOF som bidro med tilbakemeldinger og gode råd på de forskjellige seminar-dagene gjennom semesteret.

Vi håper at vår forskning kan bidra til et større fokus på kvaliteter i lærebøker og dermed være med på å heve elevers engasjement og læringsutbytte i matematikkfaget.

Halden/Sarpsborg, 16. mai 2022

Eirik Horvath og Emil Tønnesen

Sammendrag

Hensikten med denne masteroppgaven har vært å se på hvordan lærebøker legger til rette for utforskende undervisning i algebra på 8. trinn. Utforsking er et begrep som har fått en sentral plass i den nye læreplanen, LK20. Dette var med på å vekke vår interesse for temaet, i tillegg til at det er et tema vi har jobbet mye med gjennom vårt studieløp. Vi har også sett at algebra er et emne norske elever har slitt med ifølge flere internasjonale tester. Dette gjorde at vi fant det som naturlig å koble dette emneområdet opp mot utforskende undervisning. Vi ønsket å koble dette til lærebøker fordi vi ser på det som en viktig del av matematikkundervisning. I selve analysen ble kapitler eller deler av kapitler knyttet til algebra analysert.

For å undersøke dette valgte vi å se på tre lærebøker i matematikk, da Maximum 8, Matemagisk 8 og Matematikk 8. Til disse har vi hatt en horisontal og en vertikal innholdsanalyse, med utgangspunkt i Skovsmoses læringsmiljøer og 5E-modellen. Den horisontale analysen foregikk at vi plasserte ulike oppgaver innenfor de ulike kategoriene, basert på Skovsmoses læringsmiljøer. Den vertikale analysen ble gjennomført ved at utvalgte oppgaver fra de ulike lærebøkene, ble analysert i dybden basert på begrepene *engasjement*, *undersøke*, *forklare*, *utvide* og *vurdere* fra 5E-modellen.

Resultatene fra vår analyse tyder på at det er en stor forskjell på de ulike lærebøkene, når det kommer til utforskende undervisning innenfor algebra. Den ene læreboka har en noe mer jevn fordeling mellom oppgaver tilknyttet oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskap, mens de to andre lærebøkene har en tydeligere hyppighet av oppgaver innenfor oppgaveparadigmet. I den vertikale analysen kommer det frem at flere av oppgavene fra de forskjellige bøkene helt eller delvis tar for seg samtlige begreper til 5E-modellen, og på den måten legger opp til utforskende arbeid i undervisning. Her er det også en lærebok som i positiv forstand skiller seg litt fra de andre lærebøkene.

Abstract

The purpose of this master thesis has been to look at how textbooks facilitate inquiry-based learning, within algebra in year 8th of Norwegian education. Inquiry is a term that has gained a central position in the new curriculum, LK20. This sparked our interest in the topic, in addition to the fact it is a topic that we have worked on continuously through out our course of study. We have also seen that algebra is a topic Norwegian students have struggled with according to several international tests. This made it natural to link this course area to inquiry-based learning. We wanted to see this in coherence with textbooks, because we see those as an important of school mathematics. In the analysis itself, chapters or parts of chapters related to algebra were analyzed.

To explore this, we chose to look at three different textbooks: Maximum 8, Matemagisk 8 and Matematikk 8. We have done this through a horizontal and vertical analysis based on Skovsmose's learning environments and the 5E model. The horizontal analysis occurred by placing different tasks within the different categories, based on Skovsmose's learning environments. The vertical analysis was carried out by analyzing selected tasks from the various textbooks in depth, based on the concepts: *engagement*, *exploration*, *explanation*, *elaboration* and *evaluation* from the 5E model.

The results of our analysis suggests that there is a big difference between the different textbooks when it comes to inquiry-based learning within algebra. One of the textbooks has a somewhat more even distribution between tasks related to the task paradigm and landscapes of investigation, while the other two textbooks have a clearer frequency of tasks within the task paradigm.

In the vertical analysis, it emerges that several of the tasks from the different textbooks fully or partially address all concepts of the 5E model, thereby encouraging inquiry-based learning within the classroom. In this part there is also one textbook that in a positive sense differs from the other two.

Liste over figurer

Figur 1: Algebra resultater TIMMS (Kaarstein et al., 2019).....	11
Figur 2: Skovsmoses undersøkelseslandskaper (2003).....	13
Figur 3: 5E-modellen i utforskende undervisning (Fiskum & Korsager, 2017).....	15
Figur 4: Oversikt over utvalgte kapitler	20
Figur 5: Modifisert oversikt over Skovsmoses (2003) læringsmiljøer	24
Figur 6: Ren matematikk oppgaveparadigmet, Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020).	25
Figur 7: Ren matematikk undersøkelseslandskap, Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallaca, 2020).....	25
Figur 8: Semi-virkelig matematikk, oppgaveparadigmet, Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallaca, 2020).	26
Figur 9: Semi-virkelig matematikk, undersøkelseslandskap, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020).....	27
Figur 10: Reel matematikk, oppgaveparadigmet, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020).....	28
Figur 11: Reel matematikk, undersøkelseslandskap, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020).	29
Figur 12: Samarbeid, oppgaveparadigmet, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020).	30
Figur 13: Samarbeid, undersøkelseslandskap, Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020).	31
Figur 14: Tallmessig oversikt over horisontal analyse.....	37
Figur 15: Prosentmessig oversikt av horisontal analyse	38
Figur 16: Oversikt over oppgavefordeling, Maximum 8	39
Figur 17: Oversikt over oppgavefordeling, Matemagisk 8	40
Figur 18: Oversikt over oppgavefordeling, Matematikk 8	41
Figur 19: Kategori 2, Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020)	43
Figur 20: Kategori 2: Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020).	45
Figur 21: Kategori 4, Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020).....	46
Figur 22: Kategori 6, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020).	48
Figur 23: Kategori 8, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020).	50
Figur 24: Spesialoppgave, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020).....	52
Figur 25: Spesialoppgave, Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020).....	54

Innhold

1.0 Innledning	1
1.1 Bakgrunn og motivasjon	1
1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål	2
1.3 Begrepsavklaring	3
1.3.1 Utforsking	3
1.3.2 Algebra	4
1.4 Oppbygging av oppgaven	5
2.0 Teori	6
2.1 Tidligere forskning	6
2.1.1 Lærebøker	6
2.1.2 Utforsking	9
2.1.3 Algebra	10
2.2 Teoretisk rammeverk	12
2.2.1 Skovsmoses undersøkelseslandskaper	12
2.2.2 5E-Modellen	15
3.0 Metode	18
3.1 Utvalg og metode	18
3.1.1 Valg av metode	18
3.1.2 Valg av matematisk emneområde	20
3.1.3 Valg av læreverker	21
3.2 Analytisk rammeverk	22
3.2.1 Horisontal analyse	23
3.2.2 Vertikal analyse	31
3.3 Reliabilitet, validitet og etiske betraktninger	33
3.3.1 Reliabilitet og validitet	33
3.3.2 Etiske betraktninger	34
4.0 Resultater	36
4.1 Horisontale resultater	36
4.1.1 Generelle resultater	36
4.1.2 Resultater Maximum 8	38
4.1.3 Resultater Matematisk 8	40
4.1.4 Resultater Matematikk 8	41
4.2 Vertikale resultater	42
5.0 Diskusjon	58
5.1 Maximum 8	58
5.2 Matematisk 8	62
5.3 Matematikk 8	64
5.4 Generell diskusjon	67

6.0 Avslutning.....	71
6.1 Konklusjon.....	71
6.2 Implikasjoner for oppgaven.....	72
6.3 Videre forskning.....	73
7.0 Litteratur	1
8.0 Vedlegg.....	7

1.0 Innledning

I dette kapittelet skal vi presentere bakgrunnen og motivasjonen for denne oppgaven, samt formulere en problemstilling og trekke frem andre spørsmål av tilknytning til oppgaven.

Deretter vil vi gi en grov oversikt over hvordan disse skal undersøkes. Vi kommer til å trekke frem læreplanverk og nasjonale styringsdokumenter som vi finner relevante for oppgaven, i tillegg vil de mest sentrale begrepene for oppgaven bli gjort rede for.

1.1 Bakgrunn og motivasjon

Høsten 2020 startet en gradvis implementering av en ny læreplan, LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Denne læreplanen har som hensikt å gi elevene mer tid til fordypning innenfor de ulike fagene gjennom en mer praktisk og utforskende undervisning. Dette skal bidra til at elevene blir mer reflekterte, kritiske og kreative (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Innenfor matematikkfaget har dette ført til at utforsking og problemløsning har blitt et av fagets kjerneelementer, og at begrepet utforsking går igjen i flere av fagets læringsmål på alle trinn. Kjerneelementet utforsking og problemløsning beskrives som følger:

“Utforsking i matematikk handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse. Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene. Problemløsning i matematikk handler om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før. Algoritmisk tenkning er viktig i prosessen med å utvikle strategier og framgangsmåter for å løse problemer og innebærer å bryte ned et problem i delproblemer som kan løses systematisk. Videre innebærer det å vurdere om delproblemene best kan løses med eller uten digitale verktøy. Problemløsning handler også om å analysere og omforme kjente og ukjente problemer, løse dem og vurdere om løsningene er gyldige.” (Utdanningsdirektoratet, 2020c).

Dette kjerneelementet har vi erfart gjennom praksis og vikartimer at lærere mangler kunnskap og kompetanse om. Slik vi har opplevd det, får ikke lærere den nødvendige støtten fra eksisterende læreverk. Det kan skyldes at det er mange gamle læreverk som brukes i dagens skole, grunnet mangel på ressurser. Vi har også opplevd at mange av disse lærebøkene er

mangelfulle, spesielt innenfor utforsking og problemløsning. Dette stemmer ikke overens med regjeringens tanker om hva den nye læreplanen skal tilby. De hevder at “Sammen med gode veiledninger for lærerne og en ny, digital læreplanvisning, skal lærerne få bedre støtte til å planlegge og gjennomføre undervisningen” (Regjeringen, 2019). Det er derfor en tydelig uoverensstemmelse mellom hva regjeringen hevder at den nye læreplanen skal gi av støtte og hva lærere selv opplever. Forskning viser at lærebøker supplerer og tidvis erstatter nasjonale styringsdokumenter, her kommer det også frem at lærere følger disse bøkene slavisk i håp om at dette stemmer overens med de nasjonale styringsdokumentene (Li et al., 2009). Derfor er vi interessert i å se om de nye lærebøkene kan gi lærerne den støtten de trenger, spesielt innenfor utforsking.

En annen konsekvens av endringen av læreplanen, er en endring i eksamen. På bakgrunn av læreplanendringen har det også blitt bestemt at det skal komme en endring i skriftlig eksamen for 10.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2022). En av de tre største endringene er at: “Elevene skal få anledning til å vise kompetanse i nye situasjoner knyttet til problemløsning, utforsking og modellering. De skal vise at de forstår og at de kan gjøre seg forstått i matematikk” (Utdanningsdirektoratet, 2022). Slik vi ser det vil det derfor være viktig for elevene at de har fått god opplæring i disse arbeidsmetodene. Ettersom lærebøkene ofte bestemmer hva og hvordan det undervises (Reys, Reys og Chaves, 2004) ser vi derfor på lærebøkernes kvalitet som fundamental for at elevene skal få oppleve og tilvenne seg denne måte å jobbe på.

Vi ønsker å gå mer i dybden på de ulike bøkene, derfor ser vi det på som mest hensiktsmessig å avgrense analysen til et tema per bok. Vi har valgt å ta utgangspunkt i temaet algebra. Da algebra er et emne vi har jobbet mye med de siste semestrene, og føler derfor at det er her vi har mest erfaring og kompetanse. Algebra er også et emne norske elever har store utfordringer med. Ifølge Grønmo og Helgesen (2018) er Norge det landet i verden som har størst avvik mellom algebra og øvrige matematikktemaer på TIMMS-undersøkelsen fra 2015.

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Gjennom hele vår skolegang, fra grunnskole til lærerutdanning, har vi begge hatt en interesse for matematikkfaget. Når det kommer til temaet algebra, kan vi huske fra egen skolegang at dette var et tema mange synes var komplisert. Dette har blitt bekreftet fra vi begynte på

lærerutdanningen, samt TIMMS-undersøkelsen fra 2015. Vi har også erfart fra praksis og i diskusjoner med flere matematikklærere vi har møtt, at elevene er vant til en veldig tradisjonell undervisning når det kommer til algebra. Formålet med denne oppgaven er å se på hvordan ulike lærebøker legger opp til en utforskende undervisning i algebra. På bakgrunn av dette har vi formulert følgende problemstilling som vi håper å få mer kunnskap om i arbeidet med denne oppgaven.

“Hvordan legger lærebøker til rette for utforskende undervisning i algebra på 8. trinn?”

For å svare på denne problemstillingen har vi valgt å analysere tre ulike lærebøker, Matematikk 8 (Cappelen Damm), Matemagisk 8 (Aschehoug) og Maximum 8 (Gyldendal). Vi kommer til å analysere hver bok innenfor deler av emnet algebra. Det vil både bli gjort en horisontal og en vertikal analyse av oppgavene i de utvalgte kapitlene. Den horisontale analysen vil se på kapitlene som helhet og kategorisere oppgavene innenfor ulike kategorier av utforsking, mens den vertikale analysen vil plukke ut enkelte oppgaver og se på kvaliteten av disse. For å i større grad kunne gi et tydelig svar på oppgaven har vi også vært oppmerksomme på mer enn bare hva oppgavene sier. Inspirert av Brehmer et al. (2015) skal vi også fokusere på følgende punkter gjennom vår analyse.

- Hvor i kapitlene er de utforskende oppgavene plassert?
- Hvilket nivå er det på de ulike oppgavene?
- Brukes utforskende oppgaver som et verktøy for å lære algebra, eller læres algebra for å kunne løse de utforskende oppgavene?

1.3 Begrepsavklaring

I denne delen av kapitlet vil vi presentere to nøkkelbegreper som blir gjennomgående i denne oppgaven. Disse begrepene er utforsking og algebra, som skal avklares i henhold til teoretiske definisjoner og egen forståelse.

1.3.1 Utforsking

Utforsking er et begrep det er vanskelig å definere presist, da det har variert fra tradisjonell “Praktisk læring” til elevforskning (Hayes, 2002). Ifølge Karlsen (2014) omfatter det engelske

begrepet *inquiry* det samme som utforsking og utforskende undervisning. Artigue og Blomhøj (2013) definerer utforskende undervisning som en undervisningsform hvor læreren legger til rette for at elevene kan jobbe som forskere eller matematikere. For å oppnå dette henviser de til National Science Education Station sine fem essensielle undervisningsaktiviteter for utforskende undervisning (NRC, 2000).

- Elevene lager sine egne forskningsorienterte spørsmål.
- Elevene vektlegger bevis i besvarelser av spørsmål.
- Elevene formulerer forklaringer basert på bevis.
- Elevene kobler forklaringer til forskningsbasert kunnskap.
- Elevene kommuniserer og rettferdiggjør sine forklaringer

Dette viser klare likhetstrekk med Karlsen (2014) sine tanker om at fokus på elevers tanker og resonnering er den mest sentrale delen av utforskende undervisning. Utforsking har som tidligere nevnt fått stor plass innenfor LK20. Det har i nyere tid blitt forsket mer på dette temaet og funn viser hvor nyttig det kan være for elever å arbeide på denne måten. Fra NOU (2015: 8) kommer det frem at skolen skal bidra til å til å utvikle elevenes kompetanse i å utforske og skape, da dette er av stor verdi både samfunnsmessig, kulturelt og økonomisk. Videre påpeker de samfunnets behov for blant annet innovasjon, forskning og nyskaping, og kompetanse til å håndtere sammensatte oppgaver og utfordringer. Dette krever at elevene lærer kreativitet, kritisk tenkning og problemløsning, som muligens kan oppnås ved å arbeide med utforskende oppgaver. Ifølge Kunnskapsdepartementet (2018) handler å utforske om at elevene skal oppleve og eksperimentere, og ivareta nysgjerrighet og undring. En viktig del av utforsking er å sanse, søke, oppdage, observere og granske. I noen tilfeller betyr det å undersøke ulike sider av en sak gjennom åpen og kritisk drøfting. Å utforske kan også bety å teste eller prøve ut og evaluere arbeidsmetoder, produkter eller utstyr.

På bakgrunn av de forskjellige måtene å definere utforsking på, forstår vi utforskende undervisning som en undervisningsmetode der elevenes undring og nysgjerrighet skal stå i fokus. Dette kan oppnås ved at elevene ikke får en gitt løsningsmetode, men at læreren bidrar som en veileder for elevers undring og resonnering.

1.3.2 Algebra

Algebra er et stort og komplisert begrep som kan være vanskelig å definere, og det finnes derfor ingen felles definisjon for dette (Kongelf, 2015). Et begrep som brukes hyppig innenfor

internasjonal forskning for å beskrive algebra, er generalisering. Blanton (2011) beskriver algebra som en generalisering av aritmetikken og som selve hjertet av den matematiske verden. Denne generaliseringen er også sentral i Kaput (2008) sin beskrivelse av algebra. Her beskrives algebra som bestående av komplekse symboliseringsprosesser som tjener målrettet generalisering og resonnement med generaliseringer. Mason et al. (2014) beskriver på sin side algebra som et språk som gir deg muligheter til å være mer presis når du uttrykker det generelle og senere til å uttrykke tanker om tallenes egenskaper. Bruken av generalisering kan man også finne igjen i norske beskrivelser av begrepet. Grønmo et al. (2012) omtaler algebra som en generalisering av aritmetikken.

Sett i lys av de ulike definisjonene har vi valgt å bygge vår forståelse av begrepet først og fremst fra Mason et al. (2014). Vi forstår algebra som et språk som gir deg muligheten til å uttrykke det generelle og beskrive tallenes egenskaper.

1.4 Oppbygging av oppgaven

Videre i oppgaven vil vi presentere tidligere forskning innenfor temaene: lærebøker, utforsking og algebra, samt det teoretiske rammeverket som ligger til grunn for oppgaven. Dette rammeverket består av Skovsmoses læringsmiljøer og 5E-modellen. På bakgrunn av dette vil vi gjennomføre to ulike former for innholdsanalyse. En for å horisontalt kategorisere i hvilken grad de ulike oppgavene kan sees på som utforskende, og en for å vertikalt vurdere oppgavenes kvalitet innenfor utforsking. Videre vil vi presentere oppgavens metodologi og ulike valg vi har tatt for vår analyse. Deretter vil vi gå i dybden på analysearbeidet og presentere resultatene fra dette. Avslutningsvis vil vi diskutere resultatene opp mot relevant litteratur, og i den grad det er mulig komme frem til en konklusjon. Vi vil også se på oppgavens implikasjoner og muligheter for videre forskning.

2.0 Teori

Problemstillingen vår: *“Hvordan legger lærebøker til rette for utforskende undervisning i algebra på 8. trinn?”* kan først og fremst deles inn i tre hovedtemaer: lærebøker, utforskning og algebra. Derfor har vi valgt å strukturere teorikapittelet vårt basert på disse tre temaene og se på tidligere forskning tilknyttet disse. Videre vil vi løfte frem det teoretiske rammeverket for oppgaven. Her det det Skovsmoses undersøkelseslandskaper og hans seks læringsmiljøer og 5E-modellen som først ble presentert i Biological Sciences Curriculum Study (BSCS), som vil stå i fokus.

2.1 Tidligere forskning

I dette kapittelet presenterer vi den teorien som ligger til grunn for arbeidet. Det vil hovedsakelig dreie seg om tidligere forskning innenfor dette emnet. Vi kommer først til å se på lærebøker og tidligere forskning tilknyttet dette. Denne forskningen dreier seg om hvordan de er med på å påvirke undervisningen og hvordan de tilrettelegger for utforskende undervisning. Deretter kommer vi inn på utforskning som metode og hvordan dette kan bidra til god undervisning. Dette begrepet har blitt avklart og beskrevet i innledning, derfor vil fokuset her først være på tidligere forskning knyttet til begrepet og effekten av det. Avslutningsvis vil vi se på algebra og hvordan norske elever har prestert innenfor temaet de siste årene, og eventuelle faktorer som kan ha påvirket disse resultatene.

2.1.1 Lærebøker

Lærebøker er tekster som har til formål å hjelpe elever og lærere i undervisning- og læringsarbeidet i skolen (Kongelf, 2019). Lærebøker kan også sees på som det viktigste bindeleddet mellom kompetansemålene i læreplanen og undervisningen som gjøres i skolen (Pepin et al., 2013). Denne påstanden støttes av Jablonka og Johansson (2010), som hevder at lærebøkene har fått en rolle som en implementert læreplan. Det vil si at lærebøker tidvis erstatter læreplanen i sin helhet. Dette er med på å gi lærebøkene en stor makt over undervisningen. Reys, Reys og Chaves (2004) hevder at lærebøker bestemmer hva lærerne velger å undervise, hvordan de underviser og hvordan elevene lærer. Lærebøkene kan derfor legge til grunn for hvordan elever opplever skolematematikken. Frem til 2000 hadde Norge et eget nasjonalt læremiddelsenter med autorisasjon til å godkjenne lærebøker, dette er ikke lenger tilfelle i dag (Kongelf, 2015). Dette betyr med andre ord at hvem som helst kan lage og

publisere lærebøker, og at det ikke er noen konkret kvalitetssikring på lærebøkene som publiseres.

Norske elever bruker mye av tiden i klasserommet til individuelt arbeid med lærebøker og oppgaveark (Grønmo & Onstad, 2009). Lærere støtter seg i stor grad på disse lærebøkene når de skal legge opp sin undervisning, derfor blir lærebøkernes kvalitet viktig (Askew et al., 2010). Selv om lærebøkene har til hensikt å hjelpe lærerne med å oppnå de ulike læreplanmålene, gir de ikke nødvendigvis lærere den støtten de trenger. Det finnes lite forskning på kvaliteten i norske lærebøker og bruken av disse (Kongelf, 2015), noe som gjør at man kan stille seg kritisk til kvaliteten på de bøkene som faktisk tas i bruk og om disse samsvarer med læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2015). Lepik (2015) viser til at 69 % av norske lærere benytter læreboka som eneste kilde til undervisning. Kunnskapsdepartementet (2015) viser til at 80% av lærere først og fremst bruker lærebøker supplert med noen digitale læremidler for å strukturere undervisningen. Ifølge Kongelf (2019) er det manglende samsvar mellom læreplanens intensjon og lærebøkernes fremstilling. Med tanke på lærebøkernes uoverensstemmelse med læreplanen, kan det tenkes at det er uvisst om elevene lærer det som faktisk står i kompetansemålene. Etter vår mening gjelder dette spesielt nå, hvor læreplanen har et stort fokus på utforsking og problemløsning.

Lærebøker, både i Norge og Europa, gir generelt lite grunnlag for utforskende undervisning (Lyngved et al., 2012). Dermed vil disse delene av læreplanen fort bli underrepresentert i undervisningen. Marx et al. (2004) fant i sin studie ut at utforskende undervisning førte til at man i større grad innfridde målene til de nasjonale læreplanene. Nå som fokuset på utforsking og problemløsning er større enn tidligere, er tematikken mer aktuell enn noen gang. Vi mener derfor at det vil være hensiktsmessig for elevers læringsutbytte, at lærere og lærebokforfattere legger til rette for utforskende undervisning. Studier viser at det i lærebøker ligger mer fokus på prosedyreferdigheter og operasjoner enn utforskende og problemløsende oppgaver (Brehmer et al., 2015). I samme studie kommer det frem at svenske lærebøker i liten grad legger til rette for utforskende og problemløsende oppgaver, og har i størst grad fokus på rene matematiske og operasjonelle oppgaver (Brehmer et al., 2015). Ifølge en studie gjort av Kongelf (2019) er også norske lærebøker mangelfulle på flere av disse områdene. Han viser også til at de mest fremtredende heuristiske oppgavetyper er oppgaver hvor man kun løser deler av problemene (Kongelf, 2019). Dette kan tyde på at lærebøker ikke stimulerer læreplanens mål om utforsking og problemløsning.

God undervisning, kan tidvis kompensere for noen av svakhetene dårlige lærebøker viser, men dette er ikke tilfelle i det store bildet (Schoenfeld, 1988). I Norge har lærerutdanningen nylig gått fra å være fireårig til å bli en mastergradsutdanning på fem år (Utdanningsforbundet, 2021). Dette har det gjort for å gi muligheten til en faglig og forskningsforankret fordypning innenfor fag og pedagogikk (Utdanningsforbundet, 2021). Det at lærere får en større og dypere kompetanse, kan gjøre de bedre rustet for egen undervisning. I dag er det et problem at lærere ofte legger opp undervisningen ut ifra hvor mange sider som settes av til de ulike temaene (Chávez-López, 2003). Dermed blir fokuset ført tilbake på lærebøkene. Skal man ha en generell endring i norsk skole, må det derfor skje en endring i lærebøkene (Utdanningsdirektoratet, 2005).

Denne endringen er i gang nå, med nye lærebøker knyttet til en ny læreplan. Vi lever nå i et digitalisert samfunn, dette gjelder også for lærebøker. Jfr en samtale med lærebokforfatter Grethe Tofteberg, forteller hun at lærebokforlagene nå har utarbeidet både lærebøker og digitale ressurser, og det forventes fra forlagene sin side at disse skal brukes sammen, da de utfyller hverandre. Det kan diskuteres i hvilken grad skoler og kommuner har økonomi og ressurser til å gå til innkjøp av begge tjenestene. For å støtte kommuner, lærere og skoleledere til valg av lærebøker, har Utdanningsdirektoratet (2021a) utarbeidet en veileder for vurdering av læremidler. Dette er en veileder basert på forskningsbasert kunnskap på hva som utgjør gode læremidler i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2021a). Veilederen er delt inn i tre hovedkategorier: design (1), pedagogisk og didaktisk kvalitet (2) og kobling til læreplanverk (3). Disse tre hovedkategoriene består av ulike underkategorier med påstander man vurderer i grad av enighet. For vår oppgave finner vi kategori 2 og 3 som mest relevante. I kategori 2, legges det blant annet vekt på at lærebøkene skal legge til rette for å bruke kognitive prosesser og ha varierte oppgavetyper som legger opp til diskusjoner eller problemløsningsstrategier. Kategori 3 tar for seg koblingen mellom lærebok og læreplan, noe som er svært interessant for denne oppgaven. Her er underkategoriene delt inn i forskjellige grupper. Først er det påstander som går mer generelt på læreplanens overordnede del, før de ulike kjerneelementene presenteres i hver sin underkategori. Det er to påstander knyttet til kjerneelementet Utforskning og Problemløsning, disse er: "Læremiddelet har gode eksempler som viser hvordan eleven kan bruke ulike problemløsningsstrategier" og "Læremiddelet har med problemløsningsoppgaver gjennomgående og integrert i de ulike kunnskapsområdene" (Utdanningsdirektoratet, 2021b). Selv om disse påstandene først og fremst omfatter

problemløsning, blir det interessant å se på hvordan de ulike læreverkene vi skal analysere legger opp til dette, da dette helt tydelig er premisser utdanningsdirektoratet verdsetter. Det er derimot interessant å se at begrepet utforskning ikke trekkes frem i veilederen for vurdering av lærebøker, selv om det har en sentral plass i læreplanen. Dette kan potensielt føre til at skoleledere overser viktigheten av dette når de skal velge læreverk.

2.1.2 Utforsking

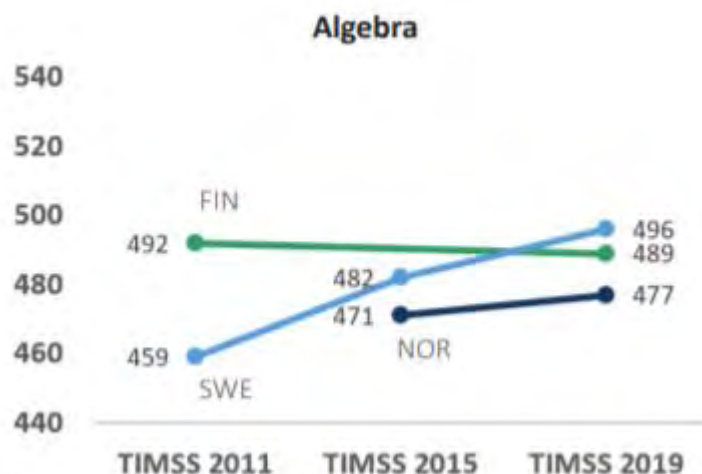
Begrepet utforske defineres i LK20 som å oppleve og eksperimentere, og kan ivareta nysgjerrighet og undring (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Å utforske og skape ble i en stortingsmelding fra 2016 omtalt som ett av fire retningsgivende kompetanseområder (Meld. St. 28, 2015-2016, s. 16). Begrepet blir også hyppig tatt i bruk i LK20 på alle trinn (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Dette er med på å tydeliggjøre viktigheten begrepet og kompetansen har fra politisk og styrende hold. Det utforskende begrepet som tas i bruk i norsk skole, kan sees i sammenheng med det engelske begrepet “inquiry-based learning”. Dette er en type undervisning som kan sammenlignes med arbeidsmetoden til forskere og vitenskapsmenn (Abdi, 2014).

Universitetet i Agder har ifølge Karlsen (2014) vært sentrale i Norge innenfor utvikling og utforskning i læringsfellesskap og inquiry. Carlsen og Fuglestad (2010) har skrevet om dette med fokus på å få til en spørrende holdning innenfor matematikk. Her ble utforskning (inquiry) brukt som et virkemiddel for å oppnå bedre matematikkundervisning og læring for elever. Olafsen og Maugesten (2015) presiserer at dersom elevene får god tid til å gå i dybden, diskutere, stille spørsmål og være kritiske, vil de forhåpentligvis bli nysgjerrige. Videre skriver Olafsen og Maugesten (2015) at denne nysgjerrigheten eller undringen kan gi elevene grunnlag for utforskning. Altså kan man forstå undring som et sosiokulturelt fenomen der man utvikler nysgjerrighet i samspill med andre. Olafsen og Maugesten (2015) påpeker at nysgjerrighet kan gi motivasjon til å ville utforske. I denne sammenhengen vil det være relevant å trekke inn muntlige ferdigheter, som er en av de fem grunnleggende ferdighetene i LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020d). Elever skal være med i samtaler, kommunisere og drøfte matematiske problemer, løsninger og strategier (Utdanningsdirektoratet, 2020d; Olafsen og Maugesten, 2015).

Internasjonalt er Jo Boaler et ledende navn innenfor forskning på dette området. Boaler (1997) undersøkte forskjeller på elevers opplevelser av lærebokstyrte klasserom og utforskende klasserom. Hun kom frem til at elever i utforskende klasserom lærte mer effektivt, og utviklet motivasjon og selvdisiplin. En annen som har forsket på effekten av utforskende undervisning er Ali Abdi (2014). Han kom i sin studie frem til at elever som har blitt undervist gjennom utforskende instruksjoner basert på 5E-modellen, hadde en signifikant økning i resultater sammenlignet med elever som ble undervist gjennom mer tradisjonelle metoder (Abdi, 2014). Disse resultatene stemmer overens med funnene Seyhan og Morgil (2007) gjorde i sin studie. De sammenlignet to klasser som ble undervist med tradisjonelle metoder, med to klasser som hadde en mer utforskende tilnærming. De kom frem til at elevene som fikk tilrettelagt en utforskende undervisningstype oppnådde en bedre forståelse og bedre resultater. Akpulluku og Günay (2011) bygger også opp under denne forståelsen. Basert på deres studie kommer det frem at det er en signifikant forskjell på læringsutbytte av utforskende og tradisjonell undervisning. En annen som peker på en lignende effekt er Blomhøj (2016). Han hevder at læringsutbyttet til elevene kan forbedres med et større fokus på undersøkende eller utforskende arbeidsformer og at dette igjen fører til at elever motiveres til å arbeide videre og utdanne seg i denne retningen (Blomhøj, 2016).

2.1.3 Algebra

Blanton (2011) hevder at algebra kan sees på som hjertet av matematikken, og at det kan læres av alle barn. Denne tanken underbygges av Grønmo et al. (2012) som mener at det å ha kunnskap innenfor algebra, er svært viktig for alle som driver med matematikk. Det kan derfor sees på som essensielt at elevene får tilstrekkelig opplæring og kompetanse innenfor dette emnet. Dette er nødvendigvis ikke realiteten i norsk skole, da norske elever har scoret under gjennomsnittet for algebra på flere internasjonale tester (Grønmo & Helgesen, 2018). I følge TIMSS-undersøkelsen gjort i 2015, er algebra det emnet norske elever sliter mest med (Utdanningsdirektoratet, 2022b). Det er en signifikant forskjell på algebra og de andre emnene. Grønmo & Helgesen (2018) poengterer at Norge er det landet i verden som har størst avvik mellom algebra og de øvrige emnene. Under TIMSS-undersøkelsen fra 2019 hadde Norge en signifikant tilbakegang innenfor matematikk på 9.trinn (Kaarstein et al., 2020). Norge hadde en tilbakegang innenfor alle emner utenom geometri og algebra (Kaarstein et al., 2020). Algebra ble liggende på et stabilt lavt nivå sammenlignet med de andre nordiske landene.



Figur 1: Algebra resultater TIMMS (Kaarstein et al., 2019)

Küchemann (1978) peker på at svake resultater skyldes at både elever og lærere har manglende kunnskap om bokstavenes betydning. Kongelf (2019) påpeker at norske lærebøker har en inkonsekvent bruk av små og store bokstaver som symbol for variabler. Han trekker også frem at algebra er et isolert emne i lærebøkene og at kapitlene inneholdt flere mangelfulle og feilaktige forklaringer, som fort vil kunne skape misoppfatninger for elevene (Kongelf, 2019). Dette kan være med på å forklare norske elevers svake resultater innenfor algebra. Grønmo (2015) peker på at disse resultatene kan skyldes at Norge og andre nordiske land, har et større fokus på hverdagsmatematikk enn ren matematikk. Algebra kan generelt sett omtales som et krevende emnet der man lenge har tenkt at barn må ha en ganske stor modning før man begynner (Hinna et al., 2011). Dette motstrider tankene til Blanton (2011) om at alle barn kan lære algebra. Hinna et al. (2011) understreker at en av de største utfordringene innenfor algebra, er at elevene har problemer med å finne mening og motivasjon, og poengterer videre at tidlig innsats og engasjement rundt emnet kan skape større grad av motivasjon i elevgruppen.

De seneste årene har det vært en endring av tanke sett innenfor algebrainnlæring, hvor barn lærer algebra på et tidligere stadium, dette omtales som tidlig algebra (Hinna et al., 2011). Denne innføringen skyldes at overgangen fra tallregning til algebra er veldig krevende for elevene (Hinna et al., 2011). Tidlig algebra handler om at man introduserer algebraiske symboler og regnemåter allerede på barneskolen (Hinna et al. 2011). Carraher og Schliemann (2007) hevder at introduksjonen av tidlig algebra skyldes det store skillet mellom aritmetikk og algebra, og mener at tidlig algebra vil legge til rette for algebraisk tenkning i aritmetikken og lære disse i samspill med hverandre. På dette punktet har Norge hengt etter store deler av

Europa, da det er begrenset hvor mye hensyn Norge har tatt til forskning innenfor tidlig algebra (Hinna et al., 2011). Tidligere har disse emnene blitt behandlet separat, noe som kan ha hatt skyld i de dårlige algebra resultatene blant norske elever (Grønmo et al., 2012). Vi kan se en tydelig endring i implementering av algebra i LK20, da spesielt på ungdomstrinnet er så og si alt av algebra lagt på 8.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2020a).

2.2 Teoretisk rammeverk

I dette delkapitlet vil det teoretiske rammeverket for oppgaven presenteres. Her trekkes Skovsmoses undersøkelseslandskaper og seks læringsmiljøer frem i relevans til oppgaven. Vi vil også trekke frem 5E-modellen, som vil være en viktig del av det vertikale rammeverket for denne oppgaven.

2.2.1 Skovsmoses undersøkelseslandskaper

Skovsmose (2003) skiller mellom to typer måter å jobbe med matematikk på:

undersøkelseslandskap og oppgaveparadigme. Undersøkelseslandskap er et didaktisk redskap han har utarbeidet for en mer utforskende og undersøkende matematikkundervisning.

Karakteristisk for undersøkelseslandskap er at lærerens “hva hvis” erstattes av elevenes “hva hvis” (Skovsmose, 2003). Det er elevenes undring som blir styrende for undervisningen.

Elevers undring blir retningsgivende for forløpet av utforskingen av undervisning. Et

undersøkelseslandskap er på en måte en invitasjon til elevene om å gjennomføre utforsking.

Et undersøkelseslandskap utfoldes bare hvis elevene tar imot denne invitasjonen, men det er det ingen garanti for (Skovsmose, 2003). Det er viktig at et slikt landskap er interessant og inviterer til utforsking. Karakteristikken til utforsking er relativ og ikke absolutt. Det er ingen temaer som er undersøkelseslandskap i seg selv, men det er opp til elevene å ta imot denne invitasjonen. Det blir da en grunnleggende pedagogisk oppgave å vurdere hvor det faktisk er hensiktsmessig å invitere til undersøkelseslandskaper og ikke (Skovsmose, 2003).

Oppgaveparadigmet er ganske annerledes fra å jobbe i et undersøkelseslandskap. Her går ofte matematikken slik: Læreren gjennomgår nytt stoff, deretter gjennomgås utvalgte oppgaver før elevene jobber med oppgaver individuelt eller i grupper. Målet blir å avklare noen matematiske forhold slik at bestemte oppgaver kan besvares, og da besvares korrekt

(Skovsmose, 2003). Denne type oppgavediskurs representerer også en fasit-fokusering. Her skal matematikk formuleres slik at oppgavene har en, og bare en korrekt løsning. Man kan befinne seg i oppgaveparadigme uten å være fasit-fokusert. Oppgavene kan ha åpen karakter og tilby flere løsninger. Det som derimot skiller oppgaveparadigmet fra undersøkelseslandskap, er at sistnevnte ikke er formulerte oppgaver, men kan initiere elevene til å utforske gjennom lærerens utfordrende spørsmål (Skovsmose, 2003).

Skovsmose (2003) skiller også mellom seks typer læringsmiljøer. Først og fremst skiller han mellom oppgaveparadigme og undersøkelseslandskaper, men han deler også hver av disse inn i: ren matematikk, semi-virkelig matematikk og virkelig matematikk.

	Oppgaveparadigmet	Undersøkelseslandskapet
Referanser til "ren" matematikk	(1)	(2)
Semi-referanser til "virkeligheten"	(3)	(4)
Reelle referanser	(5)	(6)

Figur 2: Skovsmoses undersøkelseslandskaper (2003).

(1) Oppgaveparadigmet, ren matematikk: Rene matematiske oppgaver med en konkret løsning (Skovsmose, 2003). Dette kan minne om en instrumentell forståelse av matematikk. Et eksempel på en slik oppgave innenfor algebra kan være: $(27a-14b)(23a+5b)-11a=$ Her vil oppgaven kun ha et mulig svar og elevene vil følge en fastsatt oppskrift for å løse oppgaven.

(2) Undersøkelseslandskap, ren matematikk: Undersøkelseslandskap som befinner seg i tallenes, mønstrenes eller strukturenes verden. Her fremstår dette som grunnlaget for undersøkelse, og oppgavene er ikke styrt av noe fastsatt fasit (Skovsmose, 2003). Et eksempel på dette vil være at en oppgave går fra: $12 - 4 = x$ til $x - y = 8$ ($_ - _ = 8$).

Her vil oppgavene ha flere ulike svar, og knyttet til algebra vil elevene kunne utvikle en kompetanse knyttet til variabler og ukjente.

(3) Oppgaveparadigmet, semi-virkelig matematikk. Slike oppgaver er matematiske oppgaver ikledd trekk fra virkeligheten. Disse oppgavene er oppkonstruert og urealistiske, i den grad at elevene finner sammenhengene kunstige og urelevante (Skovsmose, 2003). Et eksempel på en slik oppgave kan være som følger:

En butikk selger dadler til 0,9 kroner pr kg, mens en annen selger dadler til 1 krone for 1,2 kg. a) Hvem er billigst b) Hvordan vil forskjellen være dersom man kjøper 15 kilo dadler.

Denne type oppgave er veldig vanlig i lærebøker og gir ikke elevene en reell oppfattelse av virkeligheten (Skovsmose, 2003). Disse typer oppgaver har også en fastsatt fasit og er ikke ment for å endres eller diskuteres (Skovsmose, 2003).

(4) Undersøkelseslandskap, semi-virkelig matematikk. Her rommes også semi-virkelige matematikkoppgaver, men nå er referansene strukturert i undersøkelseslandskapet (Skovsmose, 2003). Her legges det opp til at elevene i større grad kan utforske matematikken og lete etter sammenhenger og mønstre. Oppgavene vil derimot ikke være hentet direkte fra virkeligheten, men inneholder visse elementer (Skovsmose, 2003). Et eksempel på en slik type oppgave vil kunne være storyline. Her vil elevene sammen med læreren konstruere en fiktiv verden, hvor det oppstår ulike problemer og matematiske situasjoner, og elevene må sette seg inn i problemene og utforske dem.

(5) Oppgaveparadigme, virkelig matematikk. Denne type læringsmiljø tar for seg reelle referanser og informasjon. Elevene kan for eksempel bli presentert tabeller med informasjon hentet direkte fra virkeligheten, og får fastsatte oppgaver knyttet til disse tallene (Skovsmose, 2003). Innenfor algebra vil en slik oppgave kunne være som følger:

En hamburger og to brus koster 110 kroner, og to hamburgere og en brus koster 150 kroner. Hva koster en Hamburger?

Det er viktig å presisere at dette da er reelle priser hentet fra en virkelig situasjon. Oppgaven vil derfor ha en fastsatt fasit, men med et virkelighetsaspekt.

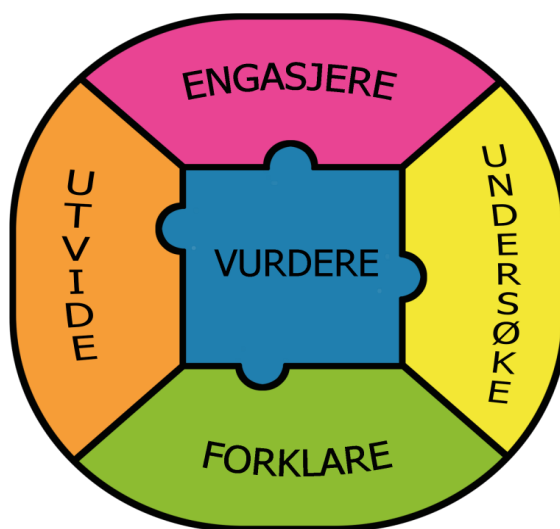
(6) Undersøkelseslandskap, virkelig matematikk. Skovsmose (2003) kategoriserer slike oppgaver som typiske prosjektarbeid. Disse oppgavene tar som kategori 5 for seg tall og data hentet direkte fra virkeligheten. Det er derimot ikke noen fastsatte oppgaverammer eller fasit,

og elevene har stor frihet til å bruke og prøve ut matematikken som de selv vil. Læreren styrer ikke lenger rammene, det er det elevenes egen undring som gjør.

En slik type oppgave vil kunne være at skal sette opp et budsjett for et selvvalgt emne og presentere tall og data på en måte de selv finner som hensiktsmessig. Et viktig aspekt innenfor denne kategorien er at elevene selv velger hva budsjettet er tilknyttet og at de bruker tall og verdier fra virkeligheten. I en semi-virkelig tilnærming ville disse tallene blitt gitt eller presentert fra for eksempel en lærebok, mens i en reell tilnærming som dette vil elevene hente verdiene selv, direkte fra virkeligheten.

2.2.2 5E-Modellen

Duran og Duran (2004) skriver om “The 5E Instructional Model”, som brukes som en tilnærming til utforskning. Den er i utgangspunktet skrevet for naturfagundervisning, men det er utforskning som står i sentrum og er derfor aktuell for oss. Vi velger derfor å ta utgangspunkt i denne modellen for å forstå hva utforskning innebærer, og som et godt hjelpemiddel for å sikre utforskende undervisning. Fiskum og Korsager (2017) skriver også om 5E-modellen i utforskende undervisning. Denne modellen ble først presentert i Biological Sciences Curriculum Study (BSCS) i 1987.



Figur 3: 5E-modellen i utforskende undervisning (Fiskum & Korsager, 2017).

Grunnen til at modellen kalles for 5E-modellen er at de begrepene den inneholder er *Engage*, *Explore*, *Explain*, *Elaborate* og *Evaluate*. Modellen over er presentert av Fiskum og Korsager (2017) og har oversatt begrepene til norsk. Det er disse begrepene vi tar i bruk videre i

oppgaven. De skriver videre at utforskende undervisning har sitt opphav i det engelske begrepet “Inquiry based teaching” (Fiskum & Korsager, 2017). Ser man på begrunnelsen for begrepet utforske som er nevnt tidlig i dette delkapittelet (Utdanningsdirektoratet, 2020a), ser man likheter med denne modellen fra Fiskum og Korsager (2017). Denne modellen er ingen fasit eller en oppskrift som må følges, men kan være en måte å strukturere utforskende undervisning (Fiskum & Korsager, 2017). Fiskum og Korsager (2017) påpeker at utforskende undervisning er mer enn praktisk arbeid. Dette kan gi elever ferdigheter og være motiverende, men gir ikke nødvendigvis kunnskap og forståelse dersom det ikke knyttes opp imot teori (Fiskum & Korsager, 2017).

Engasjere blir beskrevet av Duran og Duran (2004) som den første fasen i denne syklusen. Videre skriver de at det er elevsentrert fase, hvor det bør være en motivasjonsperiode som kan skape et ønske om å lære mer om det kommende emne. Her kan elever idemyldre og stille spørsmål som skaper nysgjerrighet (Duran & Duran, 2004).

Undersøke er den neste fasen i 5E-modellen hvor elevene skal få en felles og konkret læringsopplevelse (Duran & Duran, 2004). Denne fasen er også elevsentrert, og legger til rette for at elevene kan anvende prosessferdigheter i form av for eksempel observasjon, kommunikasjon og teste hypoteser i samarbeid med andre (Duran & Duran, 2004). Å undersøke legger ifølge Duran og Duran (2004) opp til undersøkelsesbasert aktivitet eller erfaring som oppfordrer elevene til å utvikle ferdigheter og begreper. Lærerens rolle blir her å fungere som en veileder uten å undervise elevene direkte, men la de arbeide i et samarbeidende arbeidsmiljø (Duran & Duran, 2004).

Forklare er fasen hvor læreren blir mer sentral i undervisningen, fordi elevene skal sette ord på sine tanker, sin forståelse og gir mulighet til å stille spørsmål rundt det de har utforsket (Duran & Duran, 2004). Videre skriver de at i denne fasen er det viktig at elevene først får mulighet til å dele sine tanker og ideer, før lærer forklarer og gir svar på det de eventuelt lurer på (Duran & Duran, 2004).

Utvide blir av Duran og Duran (2004) beskrevet som den fasen der elevene prøver å forstå problemene de møter i samarbeid med andre, eller designe nye problemer, oppgaver eller modeller basert på de ferdighetene og konseptene de har tilegnet seg (Duran & Duran, 2004). Med andre ord skal de bruke det de har lært til å jobbe med forståelsen og produsere egne

problemer. Målet med denne fasen er å utvikle en dypere og bredere forståelse av matematiske konsepter.

Vurdere går på mer enn kun resultatbaserte prøver/tester, og Duran og Duran (2004) skriver at både formelle og uformelle vurderingsmetoder bør inkluderes. Videre kommer de inn på at for eksempel porteføljer, resultatbasert vurdering, begrepskart, fysiske modeller og loggføring kan føre til et signifikant læringsutbytte (Duran & Duran, 2004). Duran og Duran (2004) påpeker at vurdering bør være en pågående prosess gjennom hele perioden, hvor lærere gis mulighet til å observere elevene, mens de også kommer med egne tanker og refleksjoner rundt arbeidsprosessen.

3.0 Metode

For å belyse problemstillingen: *hvordan lærebøker legger til rette for utforskende undervisning i algebra på 8. trinn*, har vi valgt å gjennomføre en teoretisk innholdsanalyse av hele eller deler av algebrakapitler i tre ulike lærebøker. Dette kapitlet er delt inn i tre delkapitler, hvor vi kommer inn på *utvalg og metode*, *analytisk rammeverk* og *reliabilitet, validitet og etiske betraktninger*, disse er igjen delt i flere underkapitler. Først vil vi se på valgene vi har gjort for analysen knyttet til metodevalg, matematisk emneområde og læreverk. Deretter tar vi for oss det analytiske rammeverket. Her ser vi først på den horisontale analysen, altså hvor hyppig det forekommer oppgaver innenfor oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet i de ulike lærebøkene. En modifisert tabell av Skovmoses undersøkelseslandskap vil brukes for å kategorisere disse. Videre vil vi gå mer i dybden av oppgavene i den vertikale analysen, hvor vi blant annet vil bruke 5E-modellen for å se på i hvilken grad oppgavene er utforskende. I den siste delen av kapitlet tar vi for oss oppgavens reliabilitet, validitet og etiske betraktninger i henhold til oppgavens problemstilling.

3.1 Utvalg og metode

I dette underkapitlet presenterer vi bakgrunn for valg av metode og andre analytiske valg vi har gjort for å svare på problemstillingen vår. Dette vil vi gjøre med å komme med et kritisk blikk på metodevalget. Disse valgene handler om utvalg av læreverk og matematisk emneområde.

3.1.1 Valg av metode

Gjennom problemstillingen vår ønsker vi først og fremst å se på kvaliteten på de utforskende oppgavene i de ulike lærebøkene. For å undersøke dette så vi på flere muligheter som relevante. Både observasjon av oppgavenes implementering i klasserommet og intervjuer med lærere og forlag om lærebøkene ble vurdert. Om vi hadde valgt observasjon som metode, ville vi fått et bedre innblikk i hvordan oppgavene faktisk ble tatt i bruk, da kunne vi også tatt i bruk intervjuer av lærere og elever for å få et bedre innblikk i deres opplevelse. Ved å intervju forlag og forfattere, kunne vi fått et bedre innblikk i hva intensjonen til de ulike oppgavene var, og gravd mer rundt hva de selv har tenkt. Ettersom problemstillingen vår ser på hvordan lærebøkene legger til rette for utforskende undervisning, vurderte vi det til slutt

som mest hensiktsmessig å se direkte på lærebøkene gjennom en lærebokanalyse. Dette fører til at vi kun vil få et objektivt syn på de ulike oppgavene. Vi gjorde dette for å få et mer oversiktlig bilde på kapitlene og også muligheten til å gå i dybden på kvaliteten av utvalgte oppgaver.

Hyppigheten av utforskende oppgaver vil først og fremst få en birolle i denne oppgaven, og er med for å gi et oversiktsbilde av de ulike lærebøkene. Derfor finner vi det naturlig å ta i bruk en kvalitativ analyse av de tre forskjellige læreverkene. I følge Merriam (2009) handler kvalitative innholdsanalyser om å sortere datamateriale som er innsamlet, og gjøre dette materialet forståelig for leseren. Slikt datamateriale er ofte veldig omfattende og går mer spesifikt i dybden på det gitte emnet (Postholm & Jacobsen, 2018). Derfor har vi valgt å begrense oppgaven til et tema innenfor hver enkelt lærebok. Berg og Lune (2012, s. 349) definerer på sin side kvalitativ analyse som “en nøyaktig, detaljert og systematisk undersøkelse og fortolkning av et bestemt materiale, i et forsøk på å identifisere mønstre, temaer, predisposisjoner og meninger.” Hsieh og Shannon (2015) skiller mellom tre ulike former for kvalitativ innholdsanalyse; konvensjonell, summativ og teoridrevet. Vi finner teoridrevet innholdsanalyse som den mest relevante analyseformen for vår oppgave. I teoridrevet innholdsanalyse anvendes kategoriene deduktivt, og de er utviklet fra enten teori eller tidligere forskning (Mayring, 2000). Her utvikler man kategorier på bakgrunn av allerede eksisterende teori, og plasserer data innenfor disse kategoriene (Fauksanger & Mosvold, 2015). Vi har tatt i bruk både Skovsmoses læringsmiljøer og 5E-modellen for å lage kategorier og analysere de ulike lærebøkene. En modifisert versjon av Skovsmoses læringsmiljøer har blitt brukt til å plassere oppgaver fra lærebøkene i ulike kategorier, mens 5E modellen har blitt brukt til å analysere utvalgte oppgaver kvalitativt. Forskningen vi har tatt i bruk er først og fremst tatt i bruk som et hjelpemiddel i analyseprosessen for å ha knagger og kategorier å henge de utforskende oppgavene på. Analysen vil være todelt, med en horisontal og en vertikal del (Charalambos et al., 2010). Dette har vi valgt å gjøre for å både få en helhetlig, kvantitativ oversikt over kapitlene og for å få et innblikk i kvaliteten til de ulike oppgavene. Vi ser på den kvalitative delen som mest relevante for vår oppgave, da vår problemstilling går ut på å se på hvordan lærebøker legger til rette for utforskende undervisning. Dette er også den mest omfattende delen av vår analyseprosess.

3.1.2 Valg av matematisk emneområde

Som nevnt tidligere er kvalitative innholdsanalyser ofte veldig omfattende (Postholm & Jacobsen, 2018). For å kunne gå mer i dybden på de ulike læreverkene har vi valgt å kun ta for oss ett tema fra hver bok, fremfor å ta for oss mange temaer i en enkelt bok. Dette har vi gjort for å få et større sammenligningsgrunnlag og for å kunne gå dypere inn i de forskjellige oppgavene. Vi har valgt å fokusere på 8.trinn, da lærebøkene på dette trinnet knyttet til den nye læreplanen allerede er ferdig utarbeidet. Emneområdet vi har valgt å ta for oss i de ulike lærebøkene er algebra. Algebra er det klart største emnet på 8.trinn og hovedandelen i alle de tre lærebøkene består av algebraiske emner. Siden vi har valgt å ha et kvalitativt fokus på vår analyse, ser vi på det som mest hensiktsmessig å velge ut noen av disse emnene slik at vi virkelig kan analysere de i dybden og se på hva oppgavene sier og gjør. De forskjellige lærebøkene deler algebra inn ulikt, og det er derfor vanskelig å velge ut spesifikke emner fra algebra. Vi har prøvd å velge ut kapitler og oppgaver slik at det blir cirka de samme temaene og samme antall oppgaver. Det har ført til at vi i noen av lærebøkene kun har valgt ut deler av visse kapitler.

Bok	Kapittel	Innhold
Matemagisk 8	Kapittel 3: Algebraisk uttrykk og formler Kapittel 5: Algebra og Likninger	3A: Verdien av algebraiske uttrykk 3B: Praktiske situasjoner 3C: Programmering med løkker 3D: Figurtall 5A: Forenkling av algebraiske uttrykk
Matematikk 8	Kapittel 3: Algebra	Algebraiske uttrykk Addisjon og subtraksjon av algebraiske uttrykk Potenser i algebraiske uttrykk Multiplikasjon og divisjon av algebraiske uttrykk Parenteser i algebraiske uttrykk Mønster i tall Å løse et problem ved hjelp av tegning
Maximum 8	Kapittel 2: Algebra	Utforsking av mønstre Algebraiske uttrykk Utforske algoritmer

Figur 4: Oversikt over utvalgte kapitler

Matemagisk 8 var den eneste av de tre lærebøkene som ikke hadde et rent kapittel kalt algebra, dette førte til at vi måtte velge ut deler fra forskjellige kapitler slik at vi skulle få med de samme emneområdene. Vi valgte derfor å ta med de fire underkapitlene fra kapittel 3, samt oppsummeringsoppgaver og videre arbeid til det samme kapitlet. For å få med mer om algebraiske uttrykk, valgte vi også å ta med delkapittel 5A: Forenkling av algebraiske uttrykk. *Matematikk 8* hadde mye større og omfattende kapitler enn de andre lærebøkene, derfor valgte vi å kutte ut noen av underkapitlene i kapittel 3. Dette gjorde vi for å få et likest mulig sammenligningsgrunnlag med de andre lærebøkene. Underkapitlene som vi valgte bort var de som er tilknyttet likninger.

Maximum 8 hadde færre, men mer omfattende delkapitler. I denne læreboka valgte vi å ta med hele kapittel 2, kalt algebra. Dette gjelder også oppsummeringsoppgaver og andre oppgaver til videre arbeid.

3.1.3 Valg av læreverk

Analysen i denne oppgaven har blitt gjort i tre nye læreverk, utgitt etter LK20. Vi har valgt å analysere oppgavene i fysiske lærebøker, og da har vi valgt grunnboka til de ulike forlagene. Vi har valgt å se bort ifra de tilhørende oppgavebøkene, da det hadde blitt for omfattende for vår oppgave. Når det kommer til valg av læreverk så hentet vi opplysninger fra kolleger som har erfaring med de ulike læreverkene, samtaler med veileder og vår egen erfaring for å velge hvilke læreverk som skulle analyseres. Lærebøkene vi har valgt å analysere er bøker fra tre av de største lærebokforlagene i Norge; *Matematikk 8* (Cappelen Damm), *Matemagisk 8* (Aschehoug) og *Maximum 8* (Gyldendal).

Formålet med denne forskningen er som tidligere nevnt å finne ut i hvordan oppgavene i lærebøkene legger til rette for utforskende undervisning i algebra på 8. trinn, da først og fremst ved å se på kvaliteten av oppgavene. Det å undersøke kun fysiske lærebøker har både sine fordeler og ulemper. En fordel er at man kan gå dypt i læreverkene og se på hvordan de tar for seg utforsking, som er relevant i henhold til LK20. En ulempe kan være at fysiske lærebøker ikke er ene og alene om å bestemme undervisningen i matematikk. Som tidligere nevnt i teoridelen viser Kunnskapsdepartementet (2015) til at omkring 80% av lærere først og fremst bruker læreverk supplert med digitale læreverk for å strukturere sin undervisning. Poenget her er å se på kvaliteten som kan være med å avgjøre hvorvidt disse lærebøkene er tilstrekkelig å bruke som hjelpemiddel i den stadig utviklende matematikkundervisningen som foregår ute i skolen. Det skal sies at vi også kun ser på grunnbok, som er en del av et læreverk

som både har lærerveiledning og oppgavebok. Igjen så hadde dette blitt for omfattende med tanke på omfanget av denne oppgaven.

Grunnen til at vi har valgt å se på fysiske lærebøker kontra digitale lærebøker, går først og fremst på vår erfaring. Det er som tidligere nevnt svært lite forskning på lærebøker i Norge (Kongelf, 2019), og innenfor digitale læreverk er den nesten lik null. For å få et best mulig sammenligningsgrunnlag og muligheten til å se på utvikling fra tidligere fysiske lærebøker, valgte vi de fysiske lærebøkene. Vår erfaring er også at de fleste skolene vi har tilknytning til fortsatt tar i bruk fysiske lærebøker.

3.2 Analytisk rammeverk

I dette underkapitlet vil vi gå i dybden på det analytiske rammeverket vi har tatt i bruk for å undersøke problemstillingen. Vi har valgt å dele analysen i en horisontal og en vertikal del. Denne inndelingen er inspirert av Charalambos et al. (2010). Horisontal analyse vil være en form for oversiktsanalyse, som har til hensikt å gi et oversiktsbilde og et overblikk over de valgte kapitlenes helhet (Charalambos et al., 2010). Ved å ta i bruk denne delen av analysen, ønsker vi å få en kvantitativ oversikt over kapitlene, se figur 4. Vi vil få plassert oppgavene inn i ulike kategorier, som vil gjøre det lettere for oss å velge ut oppgaver som skal analyseres kvalitativt. Det er viktig å påpeke at denne delen av analysen også vil gi et vertikalt innblikk i oppgavene, da deres plassering sier noe om kvaliteten og egenskapene de ulike oppgavene innehar.

Den kvalitative delen av analysen er det som kan regnes som den vertikale delen. Den vertikale analysen går ut på at man går grundigere til verks, og i større grad ser på enkelte oppgavers kvaliteter (Charalambos et al., 2010). På bakgrunn av vår problemstilling, vil dette i denne sammenhengen dreie seg om oppgavenes kvalitet innenfor utforsking og hvordan de legger til rette for dette. Videre i dette delkapitlet vil gjennomføringen av horisontal og vertikal analyse presenteres.

3.2.1 Horisontal analyse

For den horisontale analysen har vi tatt utgangspunkt i de seks ulike læringsmiljøene til Skovsmose (2003), som er beskrevet i kapittel 2.2.1. Dette har vi gjort for å kunne kategorisere oppgavene i ulike kategorier innenfor oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet. Dette vil være med på å gi en helhetlig oversikt over oppbygningen av de ulike kapitlene, og vil være en god pekepinn på både kvantiteten og kvaliteten av de utforskende oppgavene, noe som vil gi oss en naturlig overgang inn i den kvalitative delen av analysen. For å få en oversikt over hyppigheten av oppgavene og sammenhengene mellom de ulike lærebøkene, valgte vi å plassere data inn i et Excel-dokument. Vi hadde et dokument der vi plasserte de ulike oppgavene innenfor kategoriene til hver bok, og et samlet dokument som presenterer hyppigheten til oppgavene i de ulike lærebøkene. Denne hyppigheten presenteres både ved antall og prosentandel, for å kunne gi et mest mulig sammenlignbart bilde mellom de ulike lærebøkene.

Vi analyserte en og en bok med de utvalgte kapitlene hver for oss, før vi samlet oss og sammenlignet resultater. Vi plasserte oppgaver i de ulike kategoriene og noterte andre interessante funn knyttet til oppgavene og kapitlet som helhet ved siden av. Oppgavene vi var uenig i plasseringen på, har blitt markert i analysen. Disse har blitt markert med tegnet «@» (vedlegg 1, 2 & 3). Vi fant tidlig ut av at oppgavene var vanskelige å plassere i de ulike miljøene til Skovsmose slik de var forklart. Derfor fant vi det som hensiktsmessig å modifisere modellen til Skovsmose slik at den passet bedre til vår analyse. Noen av miljøene ble omformulert slik at de skulle ha klarere rammer og være mer relevante inn mot oppgavene. Vi valgte i tillegg å legge inn to helt nye kategorier. Disse var knyttet til rene samarbeidsoppgaver, en kategori innenfor oppgaveparadigmet og en innenfor undersøkelseslandskapet. Disse ble lagt til fordi noen av oppgavene skilte seg veldig fra de andre kategoriene grunnet deres store fokus på samarbeid. Definisjonene ble flere ganger endret underveis ettersom vi fikk et større overblikk over oppgavetyperne som fantes i de ulike lærebøkene.

	Oppgaveparadigmet	Undersøkelleslandskapet
Ren matematikk	(1)	(2)
Semi-virkelig matematikk	(3)	(4)
Reell matematikk	(5)	(6)
Samarbeid	(7)	(8)

Figur 5: Modifisert oversikt over Skovsmoses (2003) læringsmiljøer

I flere av oppgavene var det forskjellige underoppgaver som kunne blitt plassert i ulike kategorier. Vi har derfor valgt å se på oppgavene sin helhet og plassert de under en kategori på bakgrunn av helhetsinntrykk og progresjon. Det var også noen oppgaver som det var vanskelig å plassere i en spesifikk kategori, disse ble markert med egne tegn. Lærebøkene vi analyserte hadde også egne spesialoppgaver som ikke nødvendigvis var markert med oppgavenummer. I Maximum 8 hadde slike oppgaver egne sider og var markert som aktiviteter eller oppdrag. Vi valgte å omtale alle som aktiviteter i analysen og nummerere dem ut ifra plassering. Dette fordi vi ser på dette som en mer oversiktlig måte å dele de inn på. Etter at vi hadde analysert samtlige bøker, valgte vi å ta en rask gjennomgang av analysen. Dette gjorde vi fordi vi så for oss at vår oppfattelse av kategoriene kunne ha endret seg etter at vi hadde fått et større overblikk over oppgavetyperne i de ulike lærebøkene. Dette førte til at noen oppgaver ble flyttet fra en kategori til en annen.

Kategori 1 (Ren matematikk, oppgaveparadigmet). Denne kategorien har vi omformulert noe. Vår definisjon av denne kategorien, er formulert ved at det er oppgaver som går på rene matematiske operasjoner med tall, figurtall og mønstre som har klare retningslinjer for fremgangsmåte og løsninger. Eksempel på en oppgave innenfor denne kategorien er:

3.20 Trekk sammen.

• a) $4x + 2y - 2x$
 b) $5x + y - 3x$
 c) $2a + 4b - 2b + a$

•• a) $4x - 2y - 4x + y + 2x$
 b) $2a - b - a + 2b + a$
 c) $3x - 4y - 3x + 2y$

••• a) $4x + y - 5x - y + 2y$
 b) $-2x + y + 3x - 2y + x$
 c) $a - b - a - b - a - b$

Figur 6: Ren matematikk oppgaveparadigmet, Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s.174).

Dette er en oppgave hvor man skal løse rene talloppgaver uten tilknytning til en virkelig situasjon. Det er også lagt opp til et riktig svar og relative klare strategier. Prikkene i oppgaven sier noe om vanskelighetsgraden.

Kategori 2 (Ren matematikk, undersøkelseslandskap). Denne kategorien sees i sammenheng med kategori 1 og tar for seg den samme typen matematikk, med oppgaver som går på rene matematiske operasjoner med tall, figurtall og mønstre. Det som skiller disse kategoriene, er at oppgaver innenfor denne kategorien er friere og legger til rette for flere løsningsstrategier og/eller svar.

OPPGAVE 3.22

Beskriv minst to situasjoner som kan passe til hvert av de algebraiske uttrykkene.

a. $12x$

b. $x - 5$

c. $20 + 12x$

Figur 7: Ren matematikk undersøkelseslandskap, Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallaca, 2020, s.109).

Denne oppgaven har vi valgt å plassere under kategori 2 fordi den i utgangspunktet tar for seg ren matematikk, samtidig som det legger opp til flere løsningsstrategier og svar. Her skal man altså lage egne beskrivelser av de algebraiske uttrykkene.

Kategori 3 (Semi-virkelig matematikk, oppgaveparadigmet). Denne kategorien befinner seg som kategori 1 innenfor oppgaveparadigmet, men nå med oppgaver med semi-virkelig opprinnelse. Vi har definert kategorien som oppgaver med trekk fra virkeligheten, med klare rammer for fremgangsmåter og løsningsstrategier.

OPPGAVE 3.12

- a. På en skole er antall jenter s . Det er 12 flere gutter enn jenter på skolen. Lag et algebraisk uttrykk for hvor mange elever det er på skolen.
- b. Halvparten av elevene på denne skolen er medlem i et idrettslag. Lag et algebraisk uttrykk for hvor mange elever som er medlem i et idrettslag.

Figur 8: Semi-virkelig matematikk, oppgaveparadigmet, Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 104).

Denne oppgaven er plassert i kategori 3 fordi den tar for seg informasjon som har noe virkelig ved seg, men ikke hentet fra elevene selv. Den har en klar fasit og følger en typisk algoritme.

Kategori 4 (Semi-virkelig matematikk, undersøkelseslandskapet). Som kategori 3 henter disse type oppgaver inspirasjon fra virkeligheten, men innenfor denne kategorien vil oppgavene ha større åpenhet og legge til rette for flere mulige fremgangsmåter og/eller løsninger.

2.50 Bruk oppskriften til «Mystisk triks 3».

- a** Gjør trikset, og sjekk om svaret blir alderen din.
- b** Oda på 3. trinn har hatt bursdag i år. Hun er 9 år. Stemmer trikset for Oda?
- c** Iver på 10. trinn har ikke hatt bursdag i år. Han er 15 år. Stemmer trikset for Iver?
- d** Test trikset på en du kjenner. Diskuter hvorfor det blir riktig. Vis det med tegninger, brikker eller bokstaver.

MYSTISK TRIKS 3

- 1** Start med klasseserietallet du går i.
- 2** Legg til 3.
- 3** Gang svaret med 2.
- 4** Legg til 4.
- 5** Legg til 2 hvis du har hatt bursdag i år. Hvis ikke, går du videre til punkt 6.
- 6** Del på 2.

Figur 9: Semi-virkelig matematikk, undersøkelseslandskap, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020, s. 127).

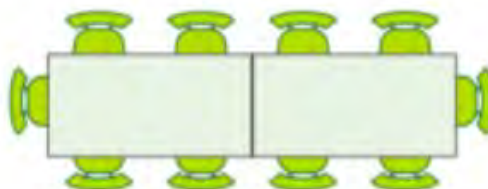
Vi har plassert denne oppgaven under kategori 4 fordi vi mener den henter noe informasjon fra virkeligheten, men også har noe fastsatte trekk. Den gir muligheten til å utforske flere aldre og til å utforske sammenhenger.

Kategori 5 (Reell matematikk, oppgaveparadigmet). Sammen med kategori 6 var dette den vanskeligste kategorien å plassere oppgaver i på bakgrunn av Skovsmoses modell og definisjoner. Derfor er det her det har blitt gjort tydeligst endringer. Denne kategorien defineres ved at oppgavene har tall/informasjon hentet fra virkeligheten eller sitt eget liv, med klare rammer for fremgangsmåter og løsninger.

2.82 Bordplassering

Elevrådet arrangerer skoleball. Bordene må ordnes slik at det er plass til alle elevene. Hvis bordene står enkeltvis, er det plass til seks elever rundt hvert bord. Hvis bordene settes sammen til langbord, er det plass til to elever langs hver side av bordene og én elev på hver ende av langbordene.

- a Lag et uttrykk for hvor mange elever det er plass til rundt n enkeltbord.
- b Hvor mange enkeltbord trengs det til en klasse med 30 elever?
- c Hvor mange bord med plass til 30 elever trengs det til alle skolens 450 elever?
- d Hvor mange enkeltbord hadde din klasse trengt, og hvor mange hadde din skole trengt?



Figur 10: Reel matematikk, oppgaveparadigmet, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020 s. 149).

Denne oppgaven er plassert under kategori 5 fordi den ber elevene undersøke og hente opplysninger selv fra deres egne skoler og klasser. Selv om oppgaven har flere måter å løses på, hører den nødvendigvis ikke til i undersøkelseslandskapet (Skovsmose, 2003). Det som derimot skiller oppgaveparadigmet fra undersøkelseslandskapet, er at sistnevnte ikke er formulerte oppgaver, men kan initiere elevene til å utforske gjennom lærerens utfordrende spørsmål (Skovsmose, 2003). Dette mener vi at denne oppgaven gjør i noen særlig grad, derfor har vi plassert den innenfor oppgaveparadigmet.

Kategori 6 (Reel matematikk, undersøkelseslandskapet). Skovsmoses (2003) definisjon av denne kategorien oppfattet vi som noe abstrakt og vanskelig å oppnå fra læreverk, da denne også krevde mye av elevenes nysgjerrighet. For å definere denne kategorien har vi valgt å ha fokusere på hvor ekte oppgavene fremstilles og muligheten for fysisk utprøvelse. Kategorien ble til slutt definert ved oppgaver som henter tall/informasjon fra elevens egen hverdag eller direkte fra virkeligheten hvor det er mulighet til å teste de ut fysisk eller praktisk og det er stor frihet for løsninger og fremgangsmåte.

- 2.11** Design ditt eget mønster som en tallfølge der du viser de tre første tallene. Bruk pinner, brikker eller et dynamisk geometriprogram hvis du vil. Lag en formel for figurtallet. Bytt mønster med en annen i gruppa, og la han eller henne lage en formel for figurtallet.

Fikk dere samme formel?

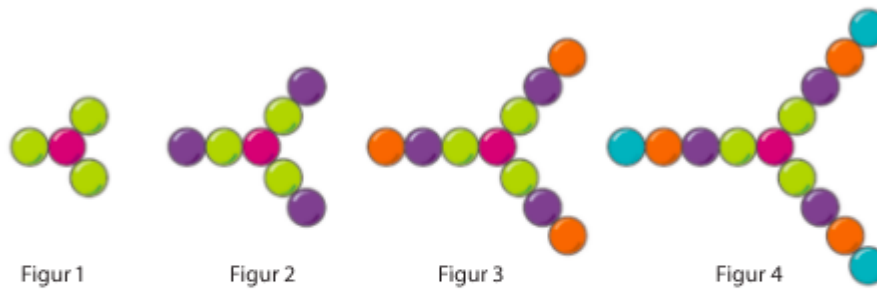


Figur 11: Reel matematikk, undersøkelseslandskap, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020, s. 99).

Denne oppgaven har blitt plassert under kategori 6 fordi den gir elevene muligheten til å skape egne oppgaver og gjennomføre og teste de ut fysisk. Denne oppgaven er både utforskende og virkelig.

Kategori 7 (Samarbeid, oppgaveparadigmet) Kategori 7 og 8 ble lagt til da vi observerte at det spesielt i Maximum 8 var mange oppgaver som spesifikt var lagt opp til samarbeid. Disse oppgavene kunne muligens blitt plassert i de allerede eksisterende kategoriene. Vi følte at flere av disse kategoriene skiller seg veldig fra de andre oppgavene vi hadde analysert og ga en annen dimensjon til både oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet. På bakgrunn av dette valgte vi å ha egne kategorier for samarbeid. Vi fant det også interessant at lærebøkene la så stor vekt på samarbeid, at det ga et bedre helhetsbilde av kapitlene å kategorisere de slik. Kategori 7 er definert ved oppgaver som er spesielt lagt opp til samarbeid, med klare retningslinjer for fremgangsmåte og løsning.

- 2.1** Figurene nedenfor likner på hverandre. For hver ny figur trengs det flere brikker.



- a** Samarbeid med en annen, og tegn eller bygg figur 5 og figur 6.
- b** Beskriv for hverandre hvordan dere kan bygge neste figur ut fra figuren foran.
- c** Diskuter hvordan mønsteret kan beskrives, og skriv figur tallene etter hverandre som et tallmønster.

Figur 12: Samarbeid, oppgaveparadigmet, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020 s. 92).

Denne oppgaven er plassert under kategori 7 fordi den legger opp til samarbeid. Det som gjør det den er i kategori 7 istedenfor kategori 8 er at det er klare retningslinjer for hvordan oppgaven skal løses, samtidig som det kun er et riktig svar.

Kategori 8 (Samarbeid, undersøkelseslandskap) Her gjelder igjen mye av den samme begrunnelse som ble gitt for kategori 7. Det er viktig å bemerke seg at disse kategoriene kun dreier seg om oppgaver som er spesifikt lagt opp til samarbeid, oppgaver som kun bærer preg av samarbeid har blitt plassert innenfor de øvrige kategoriene med et eget tegn.

Det som skiller denne kategorien fra kategori 7, er at oppgavene i større grad legger opp til flere løsningsstrategier og flere svar. Det er også oppgaver som i større grad er lagt opp til å undersøke og utforske, samt gir muligheter for å kunne løses fysisk.



Undersøk sammen hvordan dette tallmønsteret er bygd opp.
3, 6, 6, 12, 9, 18, 12, 24, 15, 30

Figur 13: Samarbeid, undersøkelseslandskap, Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 188).

Vi har plassert denne oppgaven under kategori 8 fordi den legger opp til at eleven sammen skal diskutere og utforske et tallmønster. Her vil elevene kunne forstå å se tallmønsteret ulikt.

3.2.2 Vertikal analyse

Selv om Skovsmoses læringsmiljøer først og fremst tas i bruk for å gi en horisontal oversikt over lærebøkens oppgaver, vil den også gi en pekepinn innenfor den vertikale analysen ved at de forskjellige læringsmiljøene sier noe om graden av utforsking. Det vil også gi en oversikt over hvilke oppgaver som befinner seg innenfor oppgaveparadigmet og hvilke som er innenfor undersøkelseslandskapet til Skovsmose (2003). I denne delen av analysen kommer vi først og fremst til å se på kvaliteten på et utvalg av oppgavene innenfor undersøkelseslandskapet fra de forskjellige lærebøkene, men også noen spesialoppgaver fra de ulike lærebøkene. Disse oppgavene er omtalt som utforskende fra forlagene, men faller nødvendigvis ikke innenfor undersøkelseslandskapet. Tabellen vi har brukt i den horisontale analysen vil også gi oss et innblikk i kvaliteten på oppgavene da den vil vise hva slags type oppgaver det er. Vi vil få et innblikk i om oppgavene er rene matematikkoppgaver eller om de er delvis eller helt inspirert fra virkeligheten. Denne tabellen vil ikke kunne gi et helt bilde på kvaliteten på oppgavene, for å supplere og styrke denne har vi tatt i bruk 5E-modellen for å kunne se spesifikt på kvaliteten på utvalgte oppgaver. Vi har valgt ut en oppgave knyttet til hver av kategoriene innenfor undersøkelseslandskapet. Ettersom kategori 2 var klart mest fremtredende, har vi valgt å ta med to oppgaver fra kategori 2 for å vise et mest mulig representativt utvalg av matematikkbøkene. Vi har valgt å hente oppgavene innenfor kategori 2 fra Matematikk 8 og Matemagisk 8, da det i begge disse lærebøkene er et flertall av oppgaver innenfor denne kategorien. Kategori 4 er hentet fra Matemagisk 8, fordi det er denne læreboka som har flest oppgaver innenfor denne kategorien. Kategori 6 og 8 er hentet fra Maximum ettersom dette er den eneste læreboka med oppgaver i kategori 6 og læreboka har et spesielt fokus på samarbeid. Alle tre lærebøkene har også “spesialoppgaver” hvor

hensikten skal være mer samarbeid og utforsking. Vi har derfor valgt å vertikalt analysere en slik oppgave fra hver bok.

Selve analysen foregikk ved at vi vurderte de utvalgte oppgavene opp mot begrepene engasjere, undersøke, utvide, forklare og vurdere fra 5E-modellen. Denne vurderingen ble gjort på bakgrunn av Duran og Durans (2004) forståelse av de ulike begrepene, slik vi tok opp i kapittel 2.2.2. Hver oppgave fikk kommentarer og vurderinger knyttet til hvert begrep. Noen av oppgavene var vanskelige å vurdere på bakgrunn av begrepene. Vi har derfor valgt å legge til vår egen forståelse av dem, og knytte de mer opp mot vår oppgave enn hva som blir gjort av Duran og Duran (2004). Vi har definert de ulike begrepene som følger:

Engasjere er et individuelt konsept som kan variere fra elev til elev. Skovsmose (2003) skriver at en oppgave ikke kan være engasjerende alene, men baserer seg på at elevene tar imot invitasjonen til engasjement og utforsking. Derfor vil vi forsøke å se på hvorvidt oppgavene inviterer til engasjement. Dette vil gjøres på bakgrunn av Duran & Duran (2004) sine kriterier for engasjement.

Undersøke er som engasjere også et begrep som setter visse krav til elevene og deres måte å ta imot invitasjonen (Skovsmose, 2003). Begrepet er likevel mer konkret enn engasjere, da muligheten for å undersøke er mindre individuelt. Vi har valgt å se på hvordan oppgavene gir elevene en invitasjon til å undersøke og hvordan den treffer på Duran og Durans (2004) definisjon. Hvor de ser på utforsking som en elevsentrert fase der elevene kan anvende prosessferdigheter som observasjon, kommunikasjon og teste hypoteser selv og i samarbeid med andre (Duran & Duran, 2004).

Forklare er den fasen som ifølge Duran og Duran (2004) handler mye om læreren og hvordan man gir elevene muligheten til å forklare det de tenker. Dette vil være veldig individuelt fra lærer til lærer. Vi har av den grunn valgt å fokusere på hvordan oppgavene gir elevene muligheten til å reflektere og forklare hva eller hvordan de tenker.

For å definere *utvide* har vi valgt å ha et fokus på hvordan oppgavene gir elevene muligheten til å utvide eller skape egne problemer. Dette kan sees i sammenheng med Skovsmoses tanker om undersøkelseslandskap, der man ønsker at elevene skal stille spørsmål som "Hva hvis ...

?” (Skovsmose, 2003). Det er også av interesse å se på oppgavenes progresjon, da utvide ofte handler om å bygge videre på noe.

Vurdere blir av Duran og Duran (2004) understreket som mer enn resultatbaserte prøver og tester, og trekker blant annet frem loggføring, porteføljer og lærerens mulighet til observasjon som eksempler. Hvordan lærere velger å bruke oppgaver til vurdering er individuelt og vanskelig å for oss å si noe om. Vi har derfor valgt å se på hvordan oppgavene gir rom for at elevene skal kunne vurdere seg selv og hverandre, samt hvilken mulighet lærerne får til å kunne gå rundt å vurdere elevenes arbeid, tanker og refleksjoner underveis. For å kunne si noe om dette har vi sett på hva oppgavene krever av involvering av lærere.

Avslutningsvis til hver oppgave vil vi komme med en slags oppsummering av oppgaven sett i lys av kommentarene til de fem begrepene. Vi vil se på oppgavenes helhetsinntrykk og potensialet som ligger der.

3.3 Reliabilitet, validitet og etiske betraktninger

I dette kapittelet vil vi ta for oss oppgavens reliabilitet og validitet, samt etiske betraktninger som har blitt tatt hensyn til i denne oppgaven.

3.3.1 Reliabilitet og validitet

Vi har valgt å ta for oss et emne i tre forskjellige lærebøker, dette har vi gjort for å i større grad kunne gå i dybden på materialet. Kvalitativ forskning tar som regel for seg et mindre datasett og går i dybden på det, da vil det i større grad være vanskelig å etterprøve dette (Kvale og Brinkmann, 2015). Vi er klare over at kategoriseringen av de ulike oppgavene fort vil bli veldig subjektive, og ulike forskere vil muligens få ulike resultater basert på forståelse av de forskjellige kategoriene og utforskning som helhet. For å få et mest mulig reproducerbart resultat, har vi valgt å gjennomføre analysen individuelt hver for oss. Vi gikk gjennom noen klare retningslinjer på forhånd, og sørget for at vi begge forsto de ulike kategoriene. Etter analysen gikk vi sammen og sammenlignet resultater. Vi diskuterte oppgavene som var ulike og prøvde å komme til en form for enighet av plassering. Oppgavene vi var mest uenige i, har blitt markert med «@». Dette mener vi gjør oppgaven mindre subjektiv og gir resultatene en høyere grad av reliabilitet. Kvale og Brinkmann (2015) beskriver *reliabilitet* som troverdigheten til forskningen og i hvilken grad resultatet fra forskningen kan reproduceres av

andre. Vi har også forklart analyseprosessen og kategorier så nøyaktig som mulig, slik at den enklere kan etterprøves av andre forskere. For å gi oppgaven størst mulig grad av gjennomsiktighet, har vi valgt å legge med analyseskjemaene for de ulike lærebøkene som vedlegg. Dette gjør at man i større grad kan se hvordan vi har tenkt når vi har plassert oppgavene, og at kommer tydelig frem hvilke oppgaver som er plassert i de ulike kategoriene. Dette gjør også at det er lettere for andre å etterprøve og sammenligne seg med vår forskning.

Vi kommer til å ha et fokus på de oppgavene som legger opp til, eller ifølge lærebøkene legger til rette for utforskende undervisning. Kategoriseringen av de andre oppgavene er ment som en oversikt over hele kapitlet, og de vil ikke bli analysert i noen spesiell grad. Vi har også vært nøye med hvilke deler av de ulike kapitlene som er plukket ut, slik at lærebøkene er mest sammenlignbare. *Validitet* handler ifølge Kvale og Brinkmann (2015) om hvorvidt en metode er egnet til å undersøke det den skal undersøke. Thurén (2009) skriver at validitet innebærer at man undersøker det man vil undersøke, og ingenting annet.

Postholm og Jacobsen (2018) deler validitet inn i to deler, indre og ytre validitet. Indre validitet handler først og fremst om at det er samsvar mellom det vi analyserer og teorien vi bruker (Postholm & Jacobsen, 2018). I denne oppgaven ser vi på hvordan lærebøker legger til rette for utforskende undervisning. Dette blir gjort på bakgrunn av teoriene til Skovsmose og 5E-modellen. Skovsmose er anerkjent innenfor sitt fagfelt og hans teorier rundt undersøkelseslandskap og oppgaveparadigme er respektert. Vi ser på hans teorier og kategorier som svært relevante for oppgaven, noe som er med på å styrke oppgavens indre validitet. Ytre validitet handler om i hvilken grad funn fra en kontekst kan overføres – eller generaliseres – til andre kontekster som ikke er studert (Postholm & Jacobsen, 2018). Denne oppgavens ytre validitet bygger på valg av læreverk, som har blitt valgt ut i henhold til problemstillingen.

3.3.2 Ethiske betraktninger

Enhver forskning har forskningsetiske normer å følge (Kleven & Hjordemaal, 2018). Denne forskningen baserer seg på trykt materiale, som gjør at det ikke er noen personer som er direkte involvert. Forskningen tar utgangspunkt i tre læreverk fra tre forskjellige forlag. Vi har tatt kontakt med forlagene Cappelen Damm, Gyldendal og Aschehoug Undervisning for å forhøre oss om det er greit at vi bruker deres læreverk til forskningen. Gjennom denne kontakten har vi opprettet en personlig relasjon med forlagene og noen av deres redaktører.

Det blir derfor viktig for oss som forskere å ikke la denne relasjonen påvirke vår analyse og kritiske blikk. Hovedsakelig fokuserer vi på den vertikale delen, men av etiske hensyn til resten så har vi valgt å også se på kapitlene horisontalt. På denne måten kan vi også få frem et helhetlig inntrykk, istedenfor kun å fokusere på noen utvalgte oppgaver fra de forskjellige læreverkene. Vi har også noe erfaring med disse læreverkene både gjennom praksis og samtaler med andre lærere rundt de ulike læreverkene. Det er derfor viktig at vi legger disse erfaringene og inntar et nøytralt ståsted.

4.0 Resultater

I dette kapitlet vil vi presentere resultater fra den horisontale og vertikale analysen, samt presentere andre funn vi har funnet som interessante i vår analyse. I den horisontale delen vil vi først presentere en helhetlig oversikt over de ulike lærebøkene og hvordan de ulike oppgavene fordeler seg i de ulike kategoriene. Vi har valgt ut hele eller deler av kapitler fra de ulike lærebøkene. Deretter vil vi se på lærebøkene hver for seg, hvor vi vil se mer på hvor og hvordan lærebøkene legger opp til de ulike oppgavene. Etter dette ser vi på de vertikale resultatene som helhet. Dette for å kunne svare på problemstillingen som er: *“hvordan lærebøker legger til rette for utforskende undervisning i algebra på 8. trinn.”*

4.1 Horisontale resultater

I denne delen av oppgaven skal vi presentere den horisontale analysen av oppgavene i de tre lærebøkene. Datamaterialet er innhentet fra de tre lærebøkene Maximum 8, Matemagisk 8 og Matematikk 8. Resultatene vil bli presentert i form av tabeller og sektordiagram, for så å bli utdypet videre. Oppgaver som består av flere deler blir i denne analysen presentert som én oppgave. Vi ser først på tabellene hvor alle lærebøkene er med, også tar vi for oss resultatene til hver enkelt lærebok videre og presenterer dette ved hjelp av sektordiagram.

4.1.1 Generelle resultater

Tabellene nedenfor viser en oversikt over matematikkoppgavene i de tre lærebøkene, hvor den ene viser antall oppgaver mens den andre viser prosentandelen. Vi har valgt å legge ved begge disse for å få et bedre helhetlig inntrykk av oppgavenes fordeling i de analyserte kapitlene. Det er verdt å merke seg at oddetallskategoriene går inn under oppgaveparadigmet, mens partallskategoriene går inn under undersøkelseslandskap. Nederst i begge tabellene er det en oversikt forekomsten av oppgaver innenfor oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet. Vi har valgt å bruke fargen blå på kategoriene innenfor undersøkelseslandskap, og gul på kategoriene tilknyttet oppgaveparadigmet. Dette har vi gjort for at det tydeligere skal komme frem hvor de ulike kategoriene hører til.

	Maximum 8	Matemagisk 8	Matematikk 8	Totalt
Kategori 1	17	39	48	104
Kategori 2	15	10	8	33
Kategori 3	11	24	19	54
Kategori 4	3	6	1	10
Kategori 5	4	0	1	5
Kategori 6	3	1	0	4
Kategori 7	23	9	0	32
Kategori 8	15	5	1	21
Oppgaveparadigmet	55	72	68	195
Undersøkelseslandskap	36	22	10	68
Totalt	91	94	78	263

Figur 14: Tallmessig oversikt over horisontal analyse

Tabellen ovenfor tar for seg oppgavenes plassering innenfor de ulike kategoriene. Her har vi strukturert tabellen slik at kategoriene er oppstilt vertikalt under hver enkelt bok. Vi har også valgt å presentere fordelingen innenfor oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskap, slik at dette skal komme tydelig frem. Det er interessant å se at denne fordelingen er relativ jevn i Maximum 8 med 55 oppgaver innenfor oppgaveparadigmet og 36 innenfor undersøkelseslandskap, mens forskjellen er større i to andre lærebøkene. Totalen er ikke interessant i seg selv, da forskningen først og fremst skal se på kapitlene hver enkelt bok, men er med for å gi et inntrykk over den generelle fordelingen og på hvor mange oppgaver som har blitt analysert. Det kommer også tydelig frem at det generelt er få oppgaver innenfor semi-virkelig og virkelig matematikk.

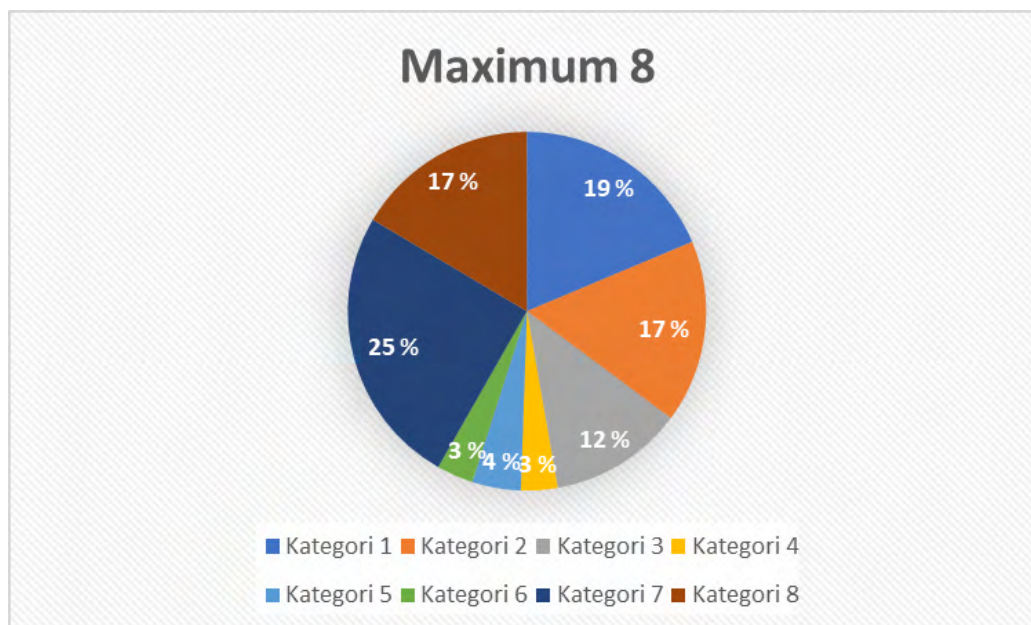
	Maximum 8	Matemagisk 8	Matematikk 8	Totalt
Kategori 1	18,68 %	41,49 %	61,54 %	39,54 %
Kategori 2	16,48 %	10,64 %	10,26 %	12,55 %
Kategori 3	12,09 %	25,53 %	24,36 %	20,53 %
Kategori 4	3,30 %	6,38 %	1,28 %	3,80 %
Kategori 5	4,40 %	0,00 %	1,28 %	1,90 %
Kategori 6	3,30 %	0,00 %	0,00 %	1,52 %
Kategori 7	25,27 %	9,57 %	0,00 %	12,17 %
Kategori 8	16,48 %	5,32 %	1,28 %	7,98 %
Oppgaveparadigmet	60,44 %	76,60 %	87,18 %	74,14 %
Undersøkelseslandskap	39,56 %	23,40 %	12,82 %	25,86 %
Totalt	100 %	100 %	100 %	100 %

Figur 15: Prosentmessig overblikk av horisontal analyse

Tabellen ovenfor tar for seg den prosentvise fordelingen av de ulike oppgavene innenfor hver kategori. Her har vi også lagt opp til at fordelingen mellom oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet presenteres, som den forrige tabellen er oppgaveparadigmet markert med gul og undersøkelseslandskapet med blå. Denne tabellen gir en mer oversiktlig fremstilling av hvordan oppgavene fordeler seg. Her kommer forskjellene mellom de ulike lærebøkene veldig tydelig frem. Spesielt i fordelingen mellom oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet viser det seg å være veldig store forskjeller. Maximum 8 har hele 39,56% av oppgavene sine innenfor undersøkelseslandskapet, mens det i Matematikk 8 kun er 12,82% som har blitt plassert innenfor undersøkelseslandskap. Det kommer også tydelig frem at alle lærebøkene har få oppgaver innenfor kategori 4 (Semi-virkelig matematikk, undersøkelseslandskap), kategori 5 (reell matematikk, oppgaveparadigmet) og kategori 6 (reell matematikk, undersøkelseslandskap). Det blir også klart at Maximum 8 har et større fokus på samarbeidsoppgaver ved å se på forekomsten av kategori 7 og 8, som begge tar for seg samarbeid. Innenfor disse kategoriene har Maximum hele 41,74 % av sine oppgaver, mens en lærebok som Matematikk 8 kun har 1,28 % av sine oppgaver innenfor disse kategoriene.

4.1.2 Resultater Maximum 8

Maximum 8 er en matematikkbok utgitt av forlaget Gyldendal og er skrevet av Grete Normann Tofteberg, Janneke Tangen, Linda Tangen Bråthe, Ingvill Stedøy og Bjørnar Alseth.



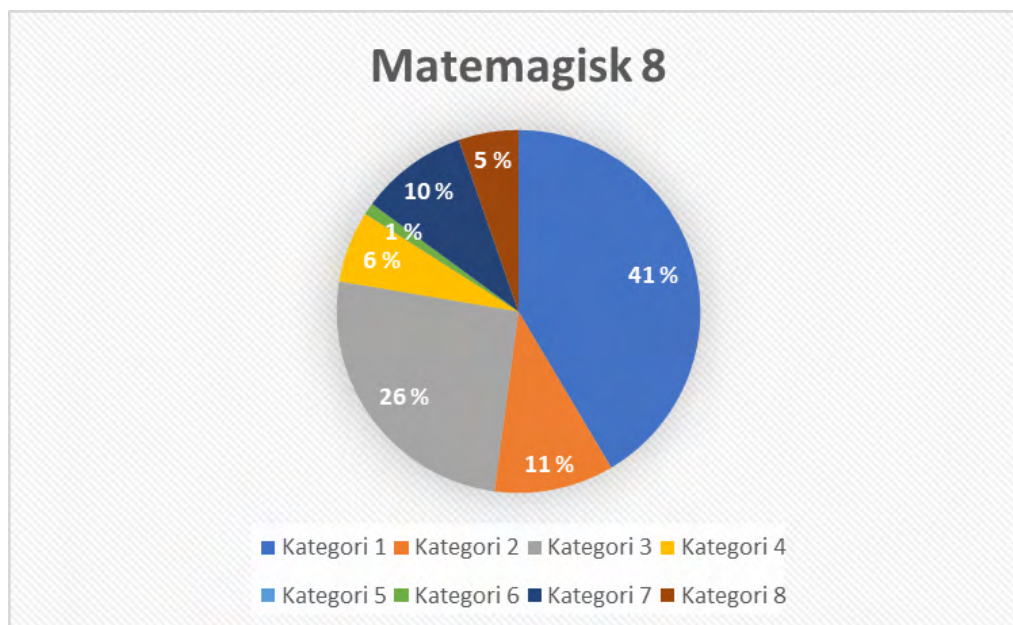
Figur 16: Oversikt over oppgavefordeling, Maximum 8

Oppgavene i læreboka er fordelt relativt jevnt mellom de fleste av kategoriene, sett bortifra kategori 4, 5 og 6. Kategori 4 er semi-virkelige matematikkoppgaver innenfor undersøkelseslandskapet, mens 5 og 6 er matematikkoppgaver med en virkelighetsnær tilnærming, henholdsvis innenfor oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet. Dette var en bok som la mye vekt på samarbeid og elevers egne tankeprosesser. Læreboka tar for seg fire underkapitler før den går over til videre arbeid og oppsummeringsarbeid kalt “kort sagt” og “se sammenhenger”. Boka hadde også forskjellige typer spesialoppgaver kalt “aktivitet” og “utforsk”. Disse blir betegnet som praktiske oppgaver og utforskende aktiviteter hvor elevene skal samarbeide og være kreative. Problemet med disse oppgavene ut fra vårt synspunkt er at de ofte er veldig instruerende, noe som fjerner deler av det utforskende aspektet.

Kapitlene starter med hyppig bruk av oppgaver fra undersøkelseslandskapet, før oppgaveparadigmet er mer synlig mot slutten av kapittelet. Det var interessant å se at oppgavene tilknyttet oppgaveparadigmet ofte var bestående av mange underoppgaver, tidvis fra A til K, mens oppgavene tilknyttet undersøkelseslandskapet sjelden var lengre enn A til D. Dette kan gi et litt misvisende bilde av oppgavefordelingen i boka, da vi kun har plassert oppgavenummer og ikke deloppgaver hver for seg. Maximum 8 består av mye tekst, dette gjelder både beskrivelser i eksempler og oppgavetekster generelt. Språket var også tidvis veldig tungt, noe som potensielt kan være utfordrende for enkelte elevgrupper.

4.1.3 Resultater Matemagisk 8

Matemagisk 8 er en matematikkbok utgitt av forlaget Aschehoug Undervisning og er skrevet av Asbjørn Lerø Kongsnes og Anne Karin Wallace.



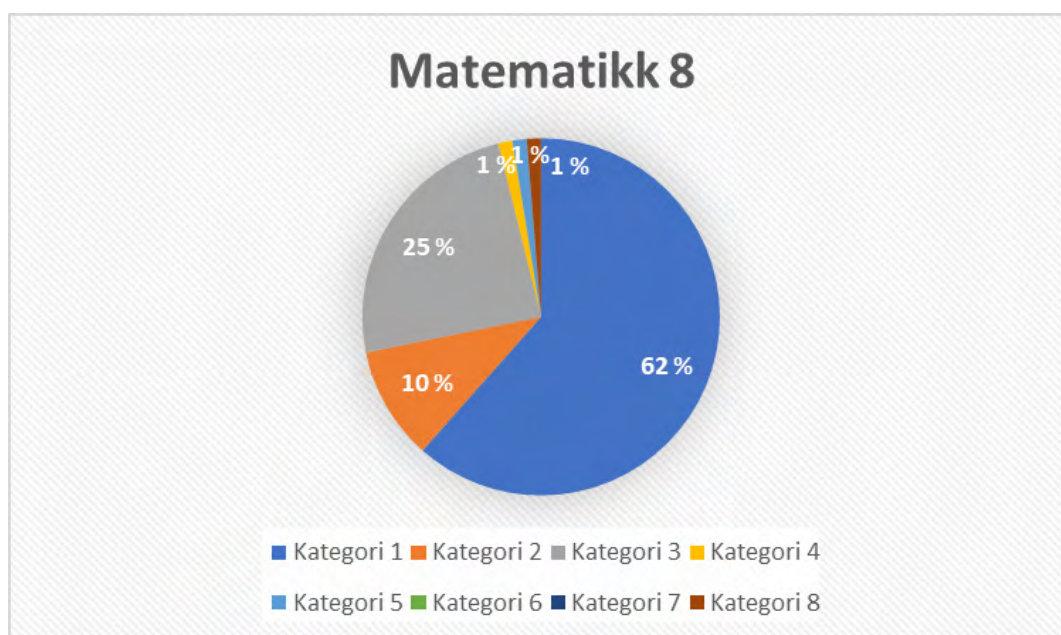
Figur 17: Oversikt over oppgavefordeling, Matemagisk 8

Oppgavene i denne boka er relativt ujevnt fordelt med tanke på kategoriene innenfor oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskap. Vi kan se i sektordiagrammet ovenfor at en stor del av oppgavene faller inn under oppgaveparadigmet. Vi har ikke plassert noen oppgaver i kategori 5, denne er derfor fjernet fra sektordiagrammet. Matemagisk 8 deler kapitlene inn slik at algebra ikke er et eget kapittel, men blir brukt som en del av overskriften i to av kapitlene. Kapitlene i læreboka består også av egne typer oppgaver kalt “Følg stien” og “Terrengløypa”, som tar for seg videre arbeid til det gitte temaet. Disse kommer til slutt på hvert underkapittel. Boka har også en type oppgaver kalt “Topptur” som kommer på slutten av kapitlet. Dette er også en form for repetisjonsoppgaver, men disse ligger på et litt høyere faglig nivå i forhold til oppgavene i resten av kapitlet. Matemagisk har ikke den samme typen spesialoppgaver med ekstra fokus slik som de andre lærebøkene. De har derimot lagt inn et algebraspill og diverse diskusjonsoppgaver som kalles “snakke matte”. I boka finnes også en oppgavetype kalt ekspedisjon. De beskrives som: “oppgaver som går langt utover det som kan forventes på dette trinnet. Oppgavene gir særlig god trening i abstraksjon, generalisering og avansert problemløsning. Fire ekspedisjoner er plassert på strategiske steder i

boka” (Kongsnes & Wallace, 2020, s.5). Det var ingen ekspedisjoner innenfor kapitlet vi analyserte. Vi så det ikke på som hensiktsmessig å analysere noen av disse oppgavene, da de skilte seg veldig fra de utvalgte emnene.

4.1.4 Resultater Matematikk 8

Matematikk 8 er en bok utgitt av Cappelen Damm og er skrevet av Espen Hjardar og Jan-Erik Pedersen. Denne læreboka har større kapitler enn de andre, og vi har derfor valgt å kun fokusere på de temaene om algebra som går igjen i de andre lærebøkene, da dette gir et best mulig sammenligningsgrunnlag. Temaene vi valgte å analysere var: Algebraiske uttrykk, addisjon og subtraksjon av algebraiske uttrykk, potenser i algebraiske uttrykk, multiplikasjon og divisjon av algebraiske uttrykk, parenteser i algebraiske uttrykk, mønster i tall og å løse problemer ved hjelp av tegning. I sektordiagrammet under kan man se at størsteparten av oppgavene er plassert under kategori 1 (ren matematikk, oppgaveparadigmet). Kategori 6 og 7 er ikke vist i diagrammet, da læreboka ikke har en eneste oppgave som faller under disse kategoriene.



Figur 18: Oversikt over oppgavefordeling, Matematikk 8

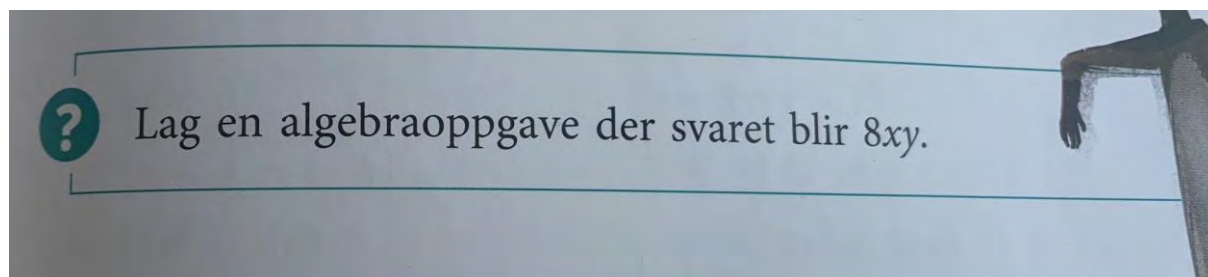
Kapittelet starter med å presentere korte mål og begreper som blir sentrale for emnet. Læreboka har gjennomgående mange oppgaver knyttet til oppgaveparadigmet, og det er ingen stor forskjell på nivået til oppgavene tidlig og sent i kapitlet. Læreboka har også ulike oppgavebokser plassert rundt om i kapitlet. Disse boksene er markert med et spørsmålstegn

og blir omtalt som fellesoppgaver. Det er disse fellesoppgavene som står for det meste av undersøkelseslandskap i dette kapitlet. Selv om disse oppgavene er felles, virker flere av dem veldig individuelle og plasseres nødvendigvis ikke under samarbeidskategoriene. Matematikk 8 omtaler dette som: “Spørsmål som stilles til deg som elev, eller til klassen og er spørsmål som bør diskuteres.”, (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 3). Slik vi oppfattet mange av disse oppgavene, la de i liten grad opp til samarbeid og ble derfor ikke plassert i samarbeidskategoriene. Læreboka har også en oppgavetype som er omtalt som “Tverrfaglig oppgave” til hvert kapittel. Dette er store oppgaver som setter større krav til elevene, og de må bruke kompetanse fra flere ulike fag for å løse disse. Det er ikke presisert om disse skal løses felles eller individuelt. Boka har ingen oppgaver plassert under kategori 6 (reell matematikk, undersøkelseslandskap) og kategori 7 (samarbeidsoppgaver, oppgaveparadigmet). Disse er derfor ikke synlig i sektordiagrammet. Det er også verdt å merke seg at det stort sett bare er oppgaver fra de tre første kategoriene, med unntak av tre oppgaver som er enkeltvis plassert i kategori 4 (semi-virkelig matematikk, undersøkelseslandskap), kategori 5 (reell matematikk, oppgaveparadigmet) og kategori 8 (samarbeidsoppgaver, undersøkelseslandskap).

4.2 Vertikale resultater

I denne delen av oppgaven vil vi redegjøre for den vertikale analysen av utvalgte oppgaver fra de tre lærebøkene. Vi har valgt å se på oppgaver som vi har plassert under hver av Skovmoses undersøkelseslandskaper, altså kategori 2, 4, 6 og 8. Grunnen til dette er at vi skal se på hvordan lærebøkene legger til rette for utforskende undervisning, og da er det relevant å se på ulike oppgavetyper som vi mener oppfyller kravene til Skovmose og 5E-modellen. I tillegg kommer vi inn på noen av de spesialoppgavene fra de ulike lærebøkene. Dette er oppgaver lærebøkene blant annet beskriver som mer utforskende. Spesialoppgavene vi har valgt ut, faller nødvendigvis ikke innenfor kategoriene fra undersøkelseslandskapet. På bakgrunn av denne oppgavens omfang har vi valgt å ta kun én oppgave fra hver kategori, med unntak av kategori 2 hvor det hyppigst forekommer oppgaver i lærebøkene. Der har vi valgt å se på to oppgaver siden disse ikke nødvendigvis er så store og omfattende, slik at vi får litt mer tyngde og begrunnelser til oppgavetyper i kategori 2.

Kategori 2: Matematikk 8 (Fellesoppgave 5)



Figur 19: Kategori 2, Matematikk 8 (Hjardar & Pedersen, 2020, s.181)

Denne oppgaven er hentet fra Matematikk 8, kapittel 3 - Algebra, og faller under kategorien Multiplikasjon og divisjon med algebraiske uttrykk. Oppgaven er markert med “?” noe som læreboka beskriver som en fellesoppgave. Læreboka har ikke nummerert fellesoppgavene, men dette er den femte fellesoppgaven i kapittel 3. Oppgaven går ut på at elevene selv skal lage en algebraoppgave der svaret blir $8xy$. Selv om oppgaven er kategorisert som en fellesoppgave, sitter vi igjen med et inntrykk at den først og fremst skal løses alene, før elevene avslutningsvis skal løse hverandres oppgaver. Fellesoppgaver blir i denne læreboka beskrevet som kan stilles til enkeltelever eller til klassen (Hjardar og Pedersen, 2020). Denne oppgaven bærer helt klart samarbeidsaspekter, men ikke nok til å bli plassert under kategori 8. Ettersom at oppgaven tar for seg et rent matematisk uttrykk og har flere mulige fremgangsmåter og løsninger, har vi valgt å plassere den innenfor kategori 2.

Oppgaven *engasjerer* ved å blant annet gi elevene muligheten til å idémyldre, og den skaper nysgjerrighet ved at de selv får muligheten til å lage oppgaven. Den legger til rette for en elevsentrert fase ved at elevene skal lage noe selv. Oppgaven kan føles lukket og vanskelig for enkelte elevgrupper å gjøre virkelighetsnær.

Det legges til rette for at elevene får testet ferdigheter ved å skape noe selv og teste hypoteser i samarbeid med andre ved at de løser hverandres oppgaver. Dette er med på å gjøre oppgaven *undersøkende*. Læreren vil først og fremst få en rolle som veileder i denne oppgaven, elevene får dermed øvd på å tenke og skape noe selv.

Elevene får mulighetene til å dele tanker ved å skape egne oppgaver og derfor også teste hypoteser, og dermed også *forklare* til hverandre hva de selv har tenkt. Her er det muligheter for læreren og legge opp til diskusjoner felles i klassen.

Det er ingen deloppgaver så derfor er det ingen naturlig progresjon i oppgaven, noe som gjør oppgaven ikke *utvides* av seg selv. Samtidig gis det muligheter ved å både utvide og forkorte

oppgaven, ved å bruke andre verdier. Oppgaven gir elevene mulighet til å skape et eget matematisk problem, derfor kan de selv velge oppgavens kompleksitet ut ifra eget nivå.

Her får elevene mulighet til å *vurdere* seg selv og andre ved at de løser hverandres oppgaver og kan diskutere fremgangsmåter og løsningsstrategier. Det er også mulighet for læreren til å vurdere elevene og få de til å forklare og utdype hva de har tenkt. Ettersom det er en fellesoppgave, vil det være naturlig å diskutere oppgaven i plenum og reflektere rundt egen og hverandres prosess.

Sett i lys av 5E-modellen kan vi se at denne oppgaven treffer helt eller delvis innenfor alle begrepene. De mest fremtredende begrepene er *undersøke* og *forklare*. Selv om det ikke står direkte i oppgaven, er dette en fellesoppgave, noe som vil si at den skal arbeides med i fellesskap med andre. Oppgavens begrensninger ligger først og fremst knyttet til begrepet *utvide*. Det meste av utviding og progresjon ligger i elevens valg av oppgavens vanskelighetsgrad. Oppgaven har i seg selv mange muligheter til utvidelse. Læreren kunne for eksempel gi elevene muligheten til å både velge svar og oppgave selv, og også hatt en diskusjon rundt bokstavenes betydning.

Kategori 2: Matemagisk 8 (3.11)

OPPGAVE 3.11

Tegn en tallinje med positive og negative verdier. På tallinja skal du plassere punkter slik:

- Et svart punkt et tilfeldig sted på tallinja. Vi kaller tallet der punktet er plassert, for x .
- Et rødt punkt ved $2x$.
- Et blått punkt ved $x - 1$.

Det svarte punktet kan forflytte seg (varierte) på tallinja avhengig av verdien av x . Da vil også det røde og det blå punktet forflytte seg.

- a. For hvilke verdier av x vil det røde punktet ligge til venstre for det blå punktet?
- b. For hvilke verdier av x vil det blå punktet ligge til venstre for det røde punktet?

Du skal nå endre de algebraiske uttrykkene for det røde og det blå punktet.

- c. Gjenta oppgave a og b for andre algebraiske uttrykk for det røde og det blå punktet.

Figur 20: Kategori 2: Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020, s.103).

Denne oppgaven er hentet fra Matemagisk 8, kapittel 3A - Verdien av algebraiske uttrykk. Oppgave 3.11 går ut på at elever skal tegne en tallinje og plassere verdier i denne ut ifra hverandre. Disse merkes med et rødt og et blått punkt på tallinjen. Videre skal de beskrive hva som skjer med verdiene dersom man flytter de ulike punktene. Til slutt skal de gjenta oppgaven med andre verdier for det røde og det blå punktet. Oppgaven tar for seg ren matematikk og bærer ikke med seg noen virkelighetsnære aspekter. Den legger opp til undersøkelse og utforsking av de ulike tallverdiene. Derfor har vi valgt å plassere den innenfor kategori 2.

Oppgaven *engasjerer* ved at den gir elevene mulighet til å skape noe selv og prøve ut forskjellige ting. Det kan virke engasjerende å se hvordan punktene er avhengige av hverandre og hvordan de forflytter seg. Oppgaven kan gjøres mer engasjerende ved å for eksempel ta i bruk digitale hjelpemidler som GeoGebra, slik at elevene tydeligere ser disse sammenhengene. Et problem med oppgaven er at den fort kan virke nytteløs og lite virkelighetsnær.

Elevene får muligheten til å *undersøke* hvordan de forskjellige punktene er avhengige av hverandre. Dette skal de gjøre med flere forskjellige tall. Vi savner at elevene skal generalisere og trekke konklusjoner på bakgrunn av det de har gjort.

Oppgaven legger ikke opp til at elevene skal *forklare* hva de har gjort, eller hva som skjer og heller ikke se sammenhengen. Det er tydelige muligheter for å få til dette, men det legges på lærernes eget initiativ. Oppgaven sees derfor på som mangelfull innenfor begrepet forklare.

«C» delen gir muligheter for å *utvide* oppgaven og legge nivået der elevene selv ønsker. De får prøve med flere forskjellige tall de velger selv.

Oppgaven krever ikke mye direkte involvering av læreren, som gjør at læreren får mulighet til å *vurdere* ved å observere og komme med fremovermeldinger underveis. Oppgaven legger ikke opp til egen refleksjon eller diskusjon med medelever, selv om dette hadde vært naturlig.

Denne oppgaven tar tydelig for seg fire av de fem begrepene fra 5E-modellen. Begrepet som ikke dekkes i denne oppgaven er *forklare*. Som sagt er det mange muligheter for å få til dette. Læreren kan enten legge opp til elevene skal forklare hvorfor de ulike tallene skal plasseres der de gjør, eller bokstavenes betydning.

Kategori 4: Matemagisk 8 (3.33)

OPPGAVE 3.33

```
1 tall = 0          # definerer en variabel med navn tall og verdi 0
2 while tall < 50:   # gjentar så lenge tall er mindre enn 50
3     print(tall)
4     tall = tall + 1 # øker verdien av variabelen tall med én
```

- a. Kjør programmet, og beskriv hva som skjer.
- b. Endre 50-tallet i koden til et annet tall, og beskriv hva som skjer. Gjenta oppgaven flere ganger med ulike tall.
- c. Endre 1-tallet i koden til et annet tall, og beskriv hva som skjer. Gjenta oppgaven flere ganger med ulike tall.

Figur 21: Kategori 4, Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 103).

Denne oppgaven (Fig. 21) er hentet fra Matemagisk 8 kapittel 3C - Programmering med løkker. Den går ut på at elevene skal legge inn en kode i et program og beskrive hva som skjer. Vi har valgt å plassere denne i kategori 4 fordi vi mener den møter de kriteriene som tilsvarer denne kategorien, som er blant annet at den er semi-virkelig matematikk, og gir mer rom for flere og utforskende fremgangsmåter.

Oppgaven *engasjerer* ved at elevene får muligheten til å endre verdier og prøve seg frem selv. De bruker programmet fysisk og får se hvordan ting endrer seg. Dette kan være med på å skape engasjement blant elevene. Oppgaven omhandler programmering, dette er en ny del av matematikkfaget. Ved at det er noe nytt, kan det fort virke spennende for elever. Det kan også være med på å engasjere andre deler av elevgruppen enn det matematikk vanligvis gjør.

Elevene skal *undersøke* sammenhengen med tallene i koden og endre dette for å skape en forståelse av hva som skjer. Oppgaven kunne vært lagt opp til å være mer diskuterende ved at elevene skulle diskutert/samarbeidet om oppgavene. Den gir muligheten til å utvikle ferdigheter innenfor programmering, og konsepter ved at ser hva som skjer når det skjer endringer.

Elevene skal beskrive og *forklare* hva som skjer og hvilken betydning de ulike tallverdiene har for koden. Lærerens rolle blir vanskelig å beskrive da dette er individuelt. Læreren har mulighet til å gjennomgå felles og bekrefte/avkrefte elevenes ideer og styre diskusjoner.

Oppgaven gir mulighet for å *utvide* ved at de får muligheten til å endre verdier og dermed bestemmer vanskelighetsgrad selv. Oppgaven blir noe lukket da de arbeider innenfor et gitt program med klare rammer. Her kunne man for eksempel lagt inn en oppgave hvor de skulle laget en egen kode på bakgrunn av kunnskapen de har tilegnet seg. Dette hadde gitt en fin progresjon i oppgaven.

Oppgaven krever ikke mye deltakelse av læreren og gir rom for læreren til å gå rundt å veilede og *vurdere* elevene underveis. Læreren sin rolle blir først og fremst som veileder. Elevene skal forklare og forstå sammenhenger. Dette gir lærere mulighet til å vurdere, samt at elevene får mulighet til å vurdere seg selv. Som nevnt tidligere kunne oppgaven lagt opp mer til diskusjon og samarbeid mellom elever, da hadde de også fått muligheten til å vurdere hverandre.

Man kan finne snev av samtlige begreper i denne oppgaven. De som tydeligst kommer frem er begrepene undersøke og forklare, ved at elevene skal undersøke tallenes og kodens

betydning og forklare hva som skjer. Oppgaven er noe lukket ved at elevene kun skal følge et program og endre tallverdier i en gitt kode. En naturlig progresjon i oppgaven som kunne ha styrket oppgavens grad av utvidelse, ville være at de selv skulle lage en kode basert på kunnskapen de har tilegnet seg. Her kunne man også lagt opp til diskusjoner blant elever eller i hele klassen.

Kategori 6: Maximum 8 (2.49)

2.49 Bruk oppskriften til «Mystisk triks 2».

- a Prøv oppskriften med tre ulike tall. Får du det samme svaret hver gang? Diskuter med en annen. Får dere begge samme tall?
- b Gjør trikset med brikker og pinner, eller tegn som i eksemplet på side 126. La en brikke eller sirkel symbolisere tallet du tenker på, og én pinne eller strek være tallet 1. Bruk dette til å forklare trikset for en annen.
- c Kall tallet du begynner med, for n , og gjør trikset med n . Det første trinnet gir $n + 5$. Bruk dette til å forklare trikset for en annen.
- d Lag et triks. Test det på et tall du velger selv, og prøv det også på en annen. Vis hvorfor det fungerer.

MYSTISK TRIKS 2

- 1 Tenk på et tall.
- 2 Legg til 5.
- 3 Gang svaret med 3.
- 4 Legg til 9.
- 5 Del på 3.
- 6 Trekk fra tallet du tenkte på.

Figur 22: Kategori 6, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020, s. 127).

Denne oppgaven er hentet fra Maximum 8 kapittel 2 - Algebra. Oppgaven går ut på at elevene skal bruke oppskriften “Mystisk triks 2” for så å bruke ulike tall og diskutere med en annen medelev. Videre i oppgaven skal de bruke konkrete i form av en brikke eller sirkel for å symbolisere tallet, som de skal bruke til å forklare til en annen. Deretter skal elevene generalisere ved å kalle tallet for “ n ”, og til slutt skal de lage sitt eget triks som de igjen skal prøve på en annen elev og forklare hvorfor det fungerer. Vi har valgt å plassere denne oppgaven inn under kategori 6, fordi trikset de lager skal de også teste ut på andre medelever og gjennomføres fysisk. Oppgaven er også lagt opp til at elevene har stor frihet til løsning og fremgangsmåte.

Oppgaven gir mulighet til å idémyldre og skaper nysgjerrighet fordi elevene får mulighet til å bruke ulike representasjoner i form av brikker eller pinner, som kan være med på å engasjere. Det er en elevsentrert oppgave som legger opp til at snakke med andre teste ut ulike hypoteser. Det er en annerledes type oppgave som fort kan treffe flere elever. Oppgaven skal løses fysisk før man selv skal lage et triks, noe som også kan være med på å skape engasjement. Av erfaring kan “magiske” oppgaver og tallgåter virke engasjerende for elever i

seg selv. Det at elevene skal lage et eget triks kan også være med på å styrke dette engasjementet.

Oppgaven legger opp til at elevene først skal *undersøke* og forstå mønsteret til det magiske trikset, før de selv får muligheten til å skape. Elevene skal teste ut egne hypoteser ved at de først skal finne og forstå mønstrene før de selv skal skape et eget triks. Oppgaven er elevsentrert.

Det står i oppgaven at elevene skal diskutere og forklare til andre, og dette går igjen i flere deler av oppgaven. Det står ikke direkte at elevene skal *forklare*, men det gis muligheter for dette ved at elevene skal diskutere og forklare deres fremgangsmåter. Oppgaven gir også mulighet til å sette ord på tankene sine. Læreren gis mulighet til å styre diskusjoner i etterarbeid med oppgaven, og man kan teste triksene i fellesskap og diskutere disse.

Oppgaven har en naturlig progresjon ved at de først skal finne og forstå et mønster, for så å skape et eget mønster. Dette kan trekkes langt på bakgrunn av elevenes motivasjon og ferdigheter, og det er mulighet til å *utvide* i det uendelige. Dette skjer også i samarbeid med andre i c-delen av oppgaven.

Det gis muligheter for å *vurdere* ved at elevene skal forklare og diskutere med andre. Det kan gi en ubevisst vurdering av seg selv og andre. Oppgaven skal løses flere fremgangsmåter, gir mulighet til å vurdere hva man trives best med. Læreren får rollen som veileder og får derfor mulighet til å gå rundt å vurdere og komme med fremovermeldinger.

Dette er en oppgave som klart og tydelig treffer innenfor samtlige begreper. Oppgaven har en god og naturlig progresjon, og den gir elevene mulighet til å prøve seg frem på mange forskjellige måter, samt at den avslutter med at de skal skape sitt eget triks. Det er tydelig at dette er en oppgave som absolutt kan engasjere elever, og det hadde vært interessant å sett hvordan denne oppgaven hadde fungert i praksis.

Kategori 8: Maximum 8 (2.7)

2.7 Samarbeid to og to.

- a** Tegn eller bygg et mønster som kan illustrere tallfølgen 1, 4, 9, 16, ...
- b** Lag en formel som beskriver figurtallene.
- c** Lag et nytt tallmønster som vokser, og finn figurtallene. Lag en formel for figurtallene. Bytt mønster med noen andre, og finn hverandres formler.

Figur 23: Kategori 8, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020, s. 96).

Denne oppgaven er hentet fra Maximum 8 kapittel 2 - Algebra. I denne oppgaven skal elevene samarbeide to og to for å enten tegne eller bygge et mønster som kan illustrere en gitt tallfølge. Deretter skal de generalisere ved å lage en formel som beskriver figurtallene, for så å lage et nytt tallmønster, finne figurtall til dette og lage en formel. Til slutt skal de bytte mønster med en medelev og finne hverandres formler. Oppgaven har vi valgt å plassere under kategori 8 fordi den legger opp til samarbeid, samtidig som det gis stor frihet for fremgangsmåte og løsningsstrategier.

Som nevnt i teorien kan samarbeid virke *engasjerende* for elever, og være med på å skape nysgjerrighet (Olafsen & Maugesten, 2015). Oppgaven gir elevene muligheten til å gjøre noe fysisk, noe som kan treffe flere elever. Det legges også til rette for bruk av konkrete og ulike representasjoner. Oppgaven er åpen og gir rom for idemyldring.

Elevene skal først illustrere et tallmønster for så å *undersøke* hvordan det kan matematiseres og generaliseres. De skal teste hypoteser med andre ved at de skal bygge mønstre og skape egne tallrekker. Oppgaven krever ikke mye av læreren og elevene er i fokus slik at den blir elevsentrert. Elevene skal undersøke eget og andres mønstre.

Elevene skal sammen *forklare* et tallmønster, både ved hjelp av konkrete og formel. De skal også skape egne mønstre som de skal beskrive og forklare til hverandre. Disse forklaringene foregår først og fremst til hverandre, men her har lærerne mulighet til å bryte inn og ha diskusjoner for klassen felles.

Det er en fin progresjon i oppgaven hvor de først skal tegne/konkretisere og forstå mønsterets utvikling, før de skal skape et eget tallmønster basert på kunnskapen de har tilegnet seg. Deloppgave "C" legger til rette for å *utvide* oppgaven til det nivået elevene selv ønsker.

Læreren sin rolle i en slik oppgave blir å fungere som en veileder. På denne måten får læreren mulighet til å kunne gå rundt å veilede og *vurdere* elevene underveis. Elevene skal

samarbeide, dette gir de muligheten til å vurdere hverandres arbeid. Her er det også muligheter til å reflektere om eget arbeid gjennom arbeidsprosessen.

Helhetsinntrykket av denne oppgaven er at den legger godt til rette for utforsking, ved at den treffer innenfor samtlige fem begreper. Oppgaven har et tydelig preg av samarbeid, noe som går igjen mye i Maximum 8. Selv om alle begrepene tydelig kommer frem er det noen som viser seg litt ekstra. Her er det spesielt forklare og undersøke som står sterkest, da de skal forklare og undersøke tallmønstre. Det er også en god progresjon i oppgaven ved at de avslutningsvis skal skape egne tallmønstre.

Spesialoppgave: Maximum 8 (Utforsk)

Oppgaven som blir kalt *Bilderammer* har vi valgt å plassere under kategori 8. Dette er på bakgrunn av at oppgaven oppfyller de kravene vi har satt for denne kategorien, og går på at det er stort fokus på samarbeid. Det er tydelig instruert i oppgaveteksten at oppgaven skal løses i fellesskap med andre. Slik vi ser det er ikke hele oppgaven preget av utforsking, selv om begrepet er tatt i bruk i oppgaven. Den siste delen av oppgaven - *videre utforsking* - gjør at denne faller inn under denne kategorien, fordi det setter krav til elever at de skal produsere noe eget med utgangspunkt i de foregående punktene i oppgaven.



Bilderammer

Dette er en aktivitet for elever i grupper på tre til fire.

Dere trenger

- ruteark
- kvadratiske tellebrikker

Rikke lager bilderammer av kvadratiske mosaikkbiter. Sidene i mosaikkbitene er 1 cm lange. Hun lurer på hvor mange brikker hun trenger til ulike kvadratiske bildestørrelser.



- 1 Utforsk problemstillingen ved å tegne og studere hvor mange mosaikkbiter som trengs til ulike størrelser på bilderammene.
- 2 Systematiser det dere fant ut, i en tabell.
- 3 Diskuter og finn ut hvor mange mosaikkbiter du trenger til en kvadratisk ramme når du vet lengden på sidene til bildet. Undersøk og finn flere måter å beskrive sammenhengen mellom sidelengde og antall mosaikkbiter med ord, regnestykker og tegninger.
- 4 Finn et algebraisk uttrykk for antall mosaikkbiter som trengs til en ramme rundt et bilde der sidene er n cm lange. n er hele centimeter.

Videre utforskning

Finn egne problemstillinger, for eksempel:

Hvor mange mosaikkbiter trengs hvis bildet var rektangelformet med bredde 1 cm kortere enn høyden?

Figur 24: Spesialoppgave, Maximum 8 (Bråthe et al., 2020, s. 109).

I denne oppgaven legges det vekt på samarbeid og diskusjon mellom elever. Dette er noe som kan *engasjere* elevene og skape nysgjerrighet (Olafsen & Maugesten, 2015). Elevene får også muligheten til å arbeide med oppgaven fysisk. Det er også lagt opp til at de skal skape egne problemstillinger, og jobbe videre med disse.

Elevene gis mulighet til å *undersøke* og systematisere data de samler inn fra første delen av oppgaven. De skal finne sammenhenger mellom sidelengde og antall mosaikkbiter, og illustrere dette på flere måter. Det legges også til rette for at de skal undersøke egne problemstillinger videre.

Oppgaven nevner ikke noe direkte om at elevene skal *forklare*, men ved å jobbe i grupper på tre eller fire stilles det krav om en viss form for kommunikasjon og formidling. Dette kommer frem ved at elevene skal se sammenhenger og diskutere dette. Det blir også lagt opp til at elevene skal ta en del egne valg, der disse valgene vil bli diskutert og forklart.

Man kan se en tydelig progresjon i oppgaven, spesielt delen av oppgaven som er kalt videre utforsking kan gi muligheter for å kunne *utvide* etter elevenes evner og ønsker.

Oppgaven er først og fremst elevsentrert, men læreren gis mulighet for å gå rundt og veilede samtaler og diskusjoner. Det er elevenes tanker og diskusjoner som er det viktigste i denne oppgaven. Dette er diskusjoner læreren kan bruke til å *vurdere* elevenes muntlige ferdigheter og samarbeidsegenskaper. Samtidig vil elevene også få muligheten til å reflektere rundt egen og hverandres kunnskap.

Sett under ett kan vi se at oppgaven omfatter alle begrepene fra 5E-modellen i mer eller mindre grad. Det er spesielt begrepene undersøke og forklare som kommer tydeligst frem i denne oppgaven. Delen til slutt i oppgaven, altså videre utforsking, er det som bikker oppgaven i favør av kategori 8 (samarbeid, undersøkelseslandskap). Vi ser det også på som positivt at oppgaven skal løses med flere forskjellige metoder, også fysisk. Dette kan være med på å treffe en større andel av elevgruppen.

Spesialoppgave: Matemagisk 8 (Algebraspillet)

ALGEBRASPILET

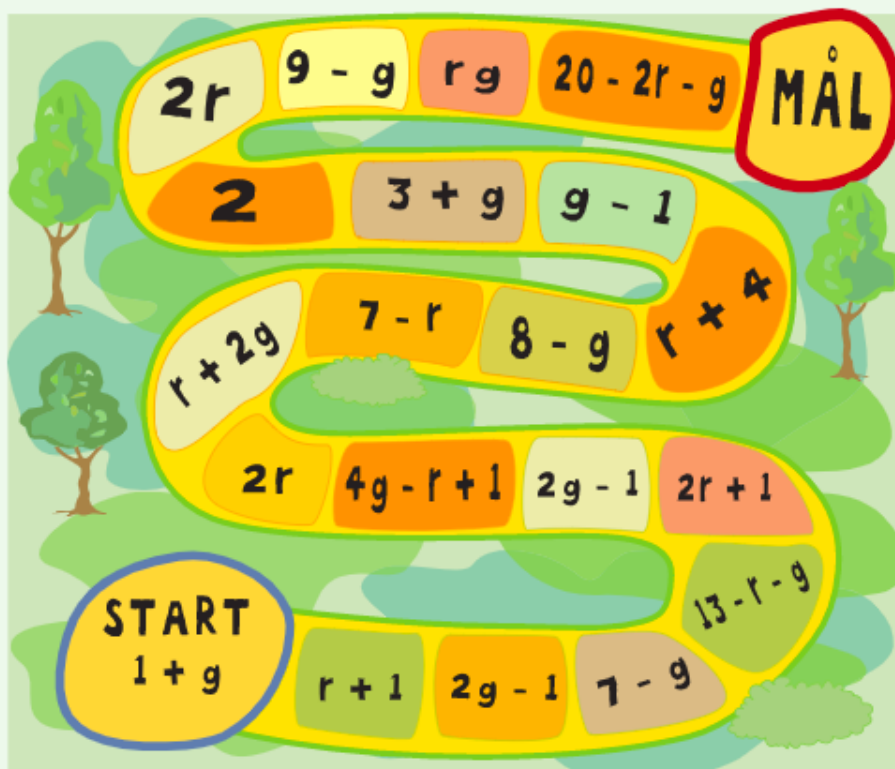
Utstyr:

- Tre spillebrikker per spiller.
- En grønn og en rød terning per spillegruppe.

Dette er et spill for to eller flere spillere.

Alle spillebrikkene starter på «Start»-feltet. Spilleren triller de to terningene og velger hvilken spillebrikke hun ønsker å flytte. Hun regner ut verdien av det algebraiske uttrykket i ruta spillebrikken står i. Antall prikker på den røde terningen settes inn for r og antall prikker på den grønne terningen settes inn for g . Spilleren får flytte så mange felt framover som verdien av det algebraiske uttrykket er.

Spilleren som kommer først i mål med alle sine tre spillebrikker, vinner.



Figur 25: Spesialoppgave, Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020, s. 101).

Algebraspillet er en gruppeoppgave vi har valgt å plassere i kategori 7 (samarbeid, oppgaveparadigmet). Dette er fordi vi mener den passer godt inn med kriteriene vi har satt for denne kategorien, som går på at det er samarbeid og rene matematikkoppgaver. Vi finner det naturlig å se på denne oppgaven med tanke på at vi har valgt å se på spesialoppgaver i alle lærebøkene, selv om den ikke faller innenfor undersøkelseslandskapet.

Det at oppgaven er lagt opp som et spill er noe som fort vil kunne *engasjere* en større del av elevgruppen. Dette er noe vi selv har erfart. Ved å pakke matematikken i form av et spill, vil elevene fort kunne bli mer engasjerte og det vil kunne gi mer mening å løse de ulike oppgavene.

Det er ikke lagt opp til noe form for *undersøkelse*, og vi har derfor valgt å plassere oppgaven innenfor oppgaveparadigmet.

Ettersom dette er et spill som skal spilles med andre vil elevene hele tiden måtte *forklare* verdiene de får og hvordan de har regnet ut disse. Her kan elevene være kritiske til hverandres diskusjoner, da de er opptatt av å vinne. Dette kan føre til diskusjoner av utregningene.

Det legges ikke opp til at oppgaven direkte skal *utvides*. Oppgaven har ingen naturlig progresjon, da de hele veien skal følge et gitt sett med regler. Det er selvsagt muligheter for læreren eller elevene til å utvide oppgaven ved å lage egne spillebrett eller legge til flere regler. Dette står det derimot ikke noe om i oppgaveteksten.

I og med at dette er et spill der poenget er å komme først i mål, vil elevene fort kunne være kritiske til hverandres utregninger, og dermed *vurdere* hverandre. Ved at elevene er kritiske med hverandre, vil det være naturlig å forvente at elevene er kritiske til sine egne utregninger. I og med at det er grupper som spiller vil elevene kunne hjelpe hverandre om de skulle møte på utfordringer.

Ser man på denne oppgaven som helhet er det hovedsakelig *undersøkelse* som vi mener oppgaven ikke treffer. Dette er et viktig punkt for å i det hele tatt utforske, men som tidligere nevnt har vi plassert denne inn under oppgaveparadigmet. Vi ser derimot et stort potensial i oppgaven. Som nevnt kan det for eksempel legges opp til at elevene skal utarbeide egne

spillebrett eller regler. Dette vil være med på å heve oppgaven både innenfor begrepene *undersøke* og *utvide*. Dette hadde ført oppgaven over til kategori 8.

Spesialoppgave: Matematikk 8 (Tverrfaglig oppgave 3)

Matematikk 8 har til hvert kapittel en oppgave som kalles “tverrfaglig oppgave”. Dette er store oppgaver som krever kompetanse fra flere ulike fagområder. Det står ikke særlig mye informasjon rundt hva som forventes av de tverrfaglige oppgavene i læreboka. Tverrfaglig oppgave 3 (vedlegg 4 & 5) består av mange mindre oppgaver hvor elevene skal undersøke rundt dødelige sykdommer. Oppgaven bygger på FNs bærekraftsmål 3: *Sikre god helse og fremme livskvalitet for alle, uansett alder*. Denne oppgaven har vi valgt å plassere i kategori 5. Dette har vi gjort fordi vi føler den treffer de gitte kravene for denne kategorien, som er blant annet at det brukes tall/informasjon fra virkeligheten, samt at det er satt klare rammer for fremgangsmåte og løsninger. Vi opplevde punktene i oppgaven som for instruerende og repeterende til å kunne plassere den innenfor undersøkelseslandskapet.

Oppgaven tar for seg et reelt verdensproblem og bruker ekte data. Dette kan *engasjere* elever ved at de får en virkelighetsfølelse knyttet til oppgaven og at det de finner ut av faktisk har noe for seg. Oppgaven er veldig lang med mye tekst og er instruerende. Dette kan være med på å skape en negativitet i elevgruppen og fjerne det engasjerende aspektet.

Elevene får i oppdrag å *undersøke* dødelige sykdommer og deres utvikling. Oppgaven er instruerende, og det er veldig klare rammer for hva og hvordan elevene skal undersøke. Dette gjør at essensen i undersøkelsen til en viss grad forsvinner. Vi opplever at begrepet undersøkelse brukes feil i oppgaveteksten, ved at elevene kun skal undersøke hvor mange som dør av malaria i dag.

Begrepet *forklare* får en utpreget rolle i oppgaven, da underoppgavene krever at elevene skal illustrere det de finner ut i form av ulike diagrammer. Avslutningsvis i oppgaven legges det også opp til at elevene skal presentere det de finner for medelever eller hele klassen. Det står ikke noe i oppgaven om den skal løses individuelt eller i fellesskap. Slik vi ser og forstår oppgaven finner vi det naturlig at den skal løses i små grupper. Da vil forklaring igjen bli en viktig del, ettersom de hele tiden må diskutere og forklare for hverandre.

Helhetsinntrykket av oppgaven er at den i større grad er gjentakende enn *utvidende*. Det er stort sett de samme type oppgavene, men til forskjellige sykdommer. Avslutningen på oppgaven legger opp til å utvide, ved at elevene får større frihet til å stille egne spørsmål og undersøke disse. Vi ser at oppgaven helt klart har potensiale til å utvide, men at den i for stor grad er preget av at den er instrumentell og gjentakende.

Dette er en stor oppgave som fort kan gjøres om til et prosjekt hvor lærerne får større mulighet til å *vurdere* konkret arbeid. I og med at vi ser på dette som en gruppeoppgave vil man kunne fått vurdert elevenes evne til samarbeid og de vil selv kunne vurdere hverandres og egen innsats. Siste del av oppgaven legger opp til at elevene selv skal lage spørsmål som de skal presentere for hverandre, dette gir også en gylden mulighet til vurdering.

Sett under ett kan vi se at oppgaven har et stort potensial, men mye og instruerende tekst svekker oppgavens grad av utforsking. Ideen med å ta i bruk tverrfaglige oppgaver er gode og meget relevante, da tverrfagligarbeid spiller en sentral rolle i den nye læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020). Selve oppgaven blir dessverre for instruerende til å få med det utforskende aspektet som også har en viktig rolle. Man kan til en viss grad se deler av alle begrepene fra 5E-modellen i oppgaven, men flere av disse svekkes av det instruerende preget som oppgaven bærer. Vi oppfatter at spesielt forklare og vurdere kommer godt og tydelig frem, mens de andre får mer perifere roller. Det er av denne grunnen vi har valgt å plassere denne oppgaven innenfor oppgaveparadigmet.

5.0 Diskusjon

Hensikten med vår studie har vært å se på *hvordan lærebøker legger til rette for utforskende undervisning i algebra på 8. trinn*. Dette har blitt undersøkt basert på de to teoretiske rammeverkene til oppgaven, som bygger på Skovsmoses undersøkelseslandskaper og 5E-modellen. Disse resultatene vil nå bli diskutert opp mot tidligere forskning knyttet til temaet for denne oppgaven. Kapitlet vil bli strukturert ved at hver enkelt lærebok vil bli diskutert og drøftet enkeltvis opp mot denne teorien, før det vil komme en mer generell diskusjonsdel til slutt. Grunnen til at vi har valgt å presentere diskusjonen i forhold til lærebøkene og ikke de teoretiske temaene, er fordi vi mener det maler et bedre bilde av hver enkelt bok, og det er med på å tydeliggjøre styrker og svakheter til hver enkelt bok individuelt. Ved å ta i bruk en mer temabasert inndeling vil lærebøkernes resultater fort kunne blandes og man vil derfor kunne sitte igjen med et feil inntrykk. Den generelle diskusjonen på slutten vil trekkes opp mot veilederen for valg av læreverkt, autorisering av læreverkt, læreres kompetanse og endringen av skriftlig eksamen i matematikk på 10. trinn.

5.1 Maximum 8

Maximum 8 er den læreboka som tallmessig og prosentmessig har jevnest fordeling av oppgavene innenfor de ulike kategoriene fra den horisontale analysen (Fig. 14). Et tydelig funn i vår analyse var at Maximum 8 hadde et større fokus på undersøkelseslandskap og utforsking generelt i forhold til de andre lærebøkene. Læreboka har en fordeling på 60,44 % innenfor oppgaveparadigmet og 39,56 % innenfor undersøkelseslandskap. På bakgrunn av disse tallene kan vi tydelig se at læreboka har et større fokus på utforsking og undersøkelse i forhold til andre lærebøker. Resultatene tilknyttet denne læreboka skiller seg veldig i forhold til hva som er funnet i tidligere forskning. Lyngved et al. (2012) kom frem til at det generelt var lite grunnlag for utforskende undervisning i lærebøker, både i Norge og Europa, dette er ikke tilfelle i Maximum 8. Resultatene skiller seg også fra Brehmer et al. (2015) sine resultater, hvor det kom frem at svenske lærebøker hadde lite fokus på problemløsende og utforskende oppgaver. Der kom det også frem at oppgavene som kunne anses som problemløsende ofte var på et høyt nivå og plassert sent i kapitlene (Brehmer et al., 2015). Dette er også et område hvor Maximum 8 skiller seg litt fra tidligere forskning, spesielt når det kommer til plasseringen av oppgavene. I Maximum 8 er det størst hyppighet av oppgaver fra undersøkelseslandskapet tidlig i kapitlet. Ifølge Brehmer et al. (2015) kan det dermed

sees på som utforsking for å lære matematikk og ikke motsatt. Man vil derfor se på utforsking som et verktøy for å lære seg matematikken. Dette stemmer overens med Kunnskapsdepartementets (2018) tanker om at utforsking skal foregå gjennom åpen og kritisk drøfting. Brehmer et al. (2015) er svært positive til en slik tilnærming. Det kan derfor tenkes at man ved å lære gjennom utforsking vil få en dypere og bredere forståelse av matematikken.

Man kan derimot stille spørsmålstegn til vanskelighetsgraden på noen av disse oppgavene i Maximum 8. Mange av de utforskende oppgavene er lange og innehar et relativt tungt språk. Av erfaring ser vi på dette som noe som kan føre til at visse elevgrupper ikke kan løse oppgavene uten stor grad av hjelp og veiledning. Dette er noe vi føler potensielt kan fjerne deler av det utforskende aspektet, ved at de i større grad blir instruert i hva og hvordan de skal tenke og løse oppgaven. Dersom man ønsker å oppnå læreplanens tanker om utforskende undervisning er det viktig at man treffer alle elever. Vanskelighetsgraden på oppgaver var noe Brehmer et al. (2015) stilte seg kritiske til i sin analyse. Selv om Brehmer et al. (2015) først og fremst snakker om problemløsende oppgaver, mener vi det er en viss overførbarhet til utforsking. Dette fordi det er visse likhetstrekk mellom dem, og fordi de sammen utgjør et av læreplanens kjerneelementer,

Som nevnt i teoridelen hevder Jablonka og Johansson (2010) at lærebøker kan få en rolle som en implementert læreplan. På bakgrunn av denne påstanden kan man derfor se på det som svært viktig at lærebøkene faktisk følger læreplanen. Slik vi ser det, treffer Maximum 8 veldig godt innenfor utforsking. Læreboka har et tydelig fokus på utforskende undervisning, noe som er blant de viktigste endringene i LK20. Reys, Reys og Chaves (2004) hevder at lærebøker bestemmer hva lærerne velger å undervise, hvordan de underviser og hvordan elevene lærer. Maximum 8 treffer som nevnt på mange av punktene man finner i LK20, og vil derfor kunne sees på som et godt verktøy å ta i bruk i undervisningen. Dette fokuset på utforskende undervisning vil også kunne ha en positiv effekt på elevenes læringsutbytte. Boaler (1997) kom i sin studie frem til at elever i utforskende klasserom lærte mer effektivt og utviklet mer motivasjon. Ser man på dette i lys av Reys, Reys og Chaves (2004) tanker om at lærebøkene bestemmer hva og hvordan det undervises, vil en god lærebok være vesentlig. Abdi (2014) kom også frem til at utforskende undervisning hadde en positiv innvirkning på elevers resultater. I hans forskning ble en utforskende metode basert på 5E-modellen tatt i bruk.

Vi har i denne oppgaven også tatt i bruk 5E-modellen, da i form av vertikal analyse. Her har vi valgt å gå dypere i enkelte oppgaver innenfor de ulike kategoriene. I Maximum 8 er det oppgaver fra kategori 6 (Virkelig matematikk, undersøkelseslandskap) og kategori 8 (samarbeidsoppgaver, undersøkelseslandskap) som har blitt analysert, samt en av spesialoppgavene i læreboka. Sett under ett er dette oppgaver som skiller seg en del fra de andre lærebøkene. De er mer åpne og bærer større preg av utforsking. De tre oppgavene som har blitt analysert vertikalt treffer under alle punktene til 5E-modellen, engasjere, undersøke, forklare, utvide og vurdere. En naturlig årsak til dette kan være at oppgavene er hentet fra senere kategorier i analyseskjemaet, Dette er oppgaver som er mer virkelighetsnære eller har stort fokus på samarbeid. Derfor vil det kunne tenkes at de i større grad treffer på punktene til 5E-modellen. Basert på forskningen til både Abdi (2014) og Boaler (1997) kan man se på Maximum 8 som en god bok innenfor utforsking som kan legge til rette for en engasjerende og lærerik undervisning. Dette er også tanker som styrkes av Blomhøj (2016) som hevder at læringsutbyttet til elevene kan forbedres med et større fokus på undersøkende eller utforskende arbeidsformer.

Det var også den læreboka som hadde mest fokus på samarbeid og refleksjon. Dette stemmer godt overens med Olafsen og Maugesten (2015) som hevder at en viktig del av undring og utforsking skapes gjennom samspill med andre. De trekker også inn at muntlige ferdigheter er en viktig del av det å utforske matematikken. Læreboka har et gjennomgående fokus på akkurat dette og legger også opp til at elevene hele tiden skal reflektere rundt egen læring. Av oppgavene som ble analysert vertikalt var oppgavene fra Maximum 8 de som traff soleklart best innenfor engasjement. Dette skyldes mye grunnet det store fokuset på samarbeid og diskusjon, samt at mange av oppgavene var annerledes og mer kreative (fig. 16). Ettersom at algebra er et av de emnene elever i størst grad sliter med å finne motivasjon til (Hinna et al., 2011), vil oppgaver som er engasjerende og givende kunne være med på å gi elevene en større grad av interesse for faget. Som nevnt kan samarbeid og diskusjoner kunne føre til økt motivasjon og engasjement blant elever (Olafsen og Maugesten, 2015). Derfor ser vi på Maximum 8 sitt store fokus på samarbeid og engasjement som en potensiell bidragsyter til å øke motivasjon og interesse for både emnet og faget.

Algebra er som nevnt et emne norske elever har slitt stort med (Utdanningsdirektoratet, 2022b). Det er uvisst hva som er årsaken til de svake resultatene. Noen mulige årsaker som har blitt pekt på er blant annet mangelfulle lærebøker, der algebra blir behandlet som et isolert

emne og at Norge og andre nordiske land, har et større fokus på hverdagsmatematikk enn ren matematikk (Kongelf, 2019; Grønmo, 2015). Slik vi ser Maximum 8, er dette en lærebok som i større grad klarer å virkeliggjøre algebra og i tillegg gjør algebra mer transparent med andre matematiske emner. Dette gjør læreboka gjennom et større oppgavemangfold og oppgaver som i større grad henter informasjon fra virkelige eller semi-virkelige situasjoner. På bakgrunn av dette kan det tenkes at en lærebok som Maximum 8 kan bidra til å heve norske elevers algebrakunnskaper, og dermed være med på å bedre de norske resultatene på fremtidige internasjonale tester.

Et annet interessant funn som ble gjort i denne læreboka var at oppgavene i oppgaveparadigmet som regel bestod av flere underoppgaver, tidvis fra a til k, mens oppgavene i undersøkelseslandskapet sjelden gikk lengre enn fra a til d. En årsak til dette kan forklares gjennom Skovsmoses (2003) beskrivelse av undersøkelseslandskapet. Han er opptatt av at elevenes undring skal være retningsgivende for utforskingen og undervisningen (Skovsmose, 2003). Da er det viktig at oppgavene ikke er for instruerende og at elevene selv kan være med på å sette rammer og utvide oppgaven. Dette stemmer overens med LK20 sin beskrivelse av utforsking “Begrepet utforske defineres i LK20 som å oppleve og eksperimentere og kan ivareta nysgjerrighet og undring” (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Det er derfor naturlig at oppgavene ikke er for retningsgivende, slik at elevenes nysgjerrighet og undring ivaretas. Dette mener vi kan være med på å forklare hvorfor de mer utforskende oppgavene ikke har flere underoppgaver. For oppgavene under oppgaveparadigmet vil fokuset ofte være på repetisjon og instrumentell forståelse, samt å avklare matematiske forhold. Derfor ser vi på det som mer naturlig med flere underoppgaver innenfor oppgaver tilknyttet oppgaveparadigmet.

Det er viktig å understreke at vi kun har sett på oppgavene i lærebøkene objektivt, og ikke sett på hvordan disse faktisk blir implementert i undervisningen. Som Schoenfeld (1988) understreker, kan gode lærere og god undervisning kompensere for dårlige læreverk. Da kan man også se for seg at dårligere lærere vil kunne svekke gode bøker gjennom deres undervisning. Det er derfor ingen garanti for at elevene oppnår forventet læringsutbytte selv om Maximum 8 er en bok som legger til rette for utforskende undervisning.

5.2 Matemagisk 8

Matemagisk 8 var i motsetning til Maximum 8, ujevnt fordelt når det kommer til oppgavene innenfor de ulike kategoriene. Ser man på Figur 17 under 4.1.3, ser man tydelig hvor flest av oppgavene befinner seg. I vår analyse har vi kommet frem til at oppgaveparadigmet utgjør hele 76,6% av alle oppgavene i læreboka. Bare her ser vi tydelige tegn på at læreboka stort sett består av oppgaver innenfor oppgaveparadigmet, som er av ren matematikk og semi-virkelig matematikk. Carlsen og Fuglestad (2010) har skrevet om dette med å få til en spørrende holdning til matematikk, derfor kan det være interessant å tenke på hvorvidt denne læreboka faktisk fokuserer på akkurat dette. Olafsen og Maugesten (2015) skriver også om dette med å ha en spørrende holdning til matematikk, og presiserer at dersom elever får god tid til å gå i dybden, diskutere, stille spørsmål og være kritiske, vil de muligens bli nysgjerrige. Olafsen og Maugesten (2015) påpeker også at denne nysgjerrigheten, eller undringen kan gi elevene grunnlag for utforsking. Carlsen og Fuglestad (2010) har også skrevet om dette med å ha fokus på en spørrende holdning innenfor arbeid med matematikk. Matemagisk 8 har ifølge vår analyse kun 15% av oppgavene som faller inn under kategori 7 og 8, som begge går på dette med samarbeid. Olafsen og Maugesten (2015) mener at man kan forstå undring som et sosiokulturelt fenomen der man utvikler nysgjerrighet i samspill med andre, mens i denne læreboka er det altså kun 15% av oppgavene som faller inn under dette. Mesteparten av disse oppgavene går under de ikke-nummererte oppgavene som kalles *Snakke Matte*, som kommer jevnt og trutt gjennom de to kapitlene vi har sett på i Matemagisk 8. I begge kapitlene er disse oppgavene det første elevene møter, som er positivt i henhold til den tidligere forskningen til Brehmer et al. (2015) som sier at elevene først skal utforske for å lære seg matte, og ikke omvendt.

I denne læreboka har ingen oppgaver blitt plassert i kategoriene som tar for seg virkelig matematikk (Kategori 5 og 6). Hinna et al. (2011) peker på at en av de største utfordringene innenfor algebra, er at elevene sliter med motivasjon og finne mening. Det er vanskelig å se for seg at en lærebok, som ut i fra de analyserte kapitlene ikke har noen oppgaver basert på tall og informasjon, skal bedre elevens holdning for emnet og faget. Ifølge Kunnskapsdepartementet (2018) er en viktig del av utforskende undervisning at man skal ivareta elevenes nysgjerrighet og undring, og stimulere dette. Det er vanskelig å se for seg at Matemagisk 8 skal klare dette, da læreboka i liten grad legger til rette for at elevene skal knytte algebra til virkeligheten og fysisk prøve ut og undersøke deres tanker og hypoteser.

Lepik (2015) viser til at 69% av norske lærere benytter læreboka som eneste kilde til undervisning. Dette støttes opp under av Kunnskapsdepartementet (2015) som viser til at 80% av lærere først og fremst benytter seg av lærebøker supplert med digitale hjelpemidler for å strukturere undervisningen. Nå som utforskning har fått en så stor del av LK20, kan man i utgangspunktet bli skeptisk til denne læreboka ifølge vår analyse. Det er også verdt å nevne at vi kun har sett på enkelte kapitler lærebøkene i denne studien, og ikke snakket med noen lærere angående hvordan de bruker lærebøker i sin undervisning. Som nevnt kan gode lærere og god undervisning gjøre opp for mangelfulle læreverk (Schoenfeld, 1988). Dette kan fort være tilfelle i flere klasserom, spesielt nå hvor kompetanseheving blant lærere har stått i fokus.

I den vertikale analysen har vi benyttet oss av 5E-modellen for å få sett nærmere på utvalgte oppgaver fra lærebøkene. Fra Matemagisk 8 tok vi for oss én oppgave fra kategori 2 (ren matematikk, undersøkelseslandskap), én oppgave fra kategori 4 (semi-virkelig matematikk, undersøkelseslandskap) og algebraspillet som var spesialoppgaven vi valgte fra denne læreboka. Oppgaven fra kategori 2 (fig. 20) traff på alle fem punktene med unntak av *forklare*, men som tidligere nevnt i analysen er dette absolutt mulig å få inn. Dette var en oppgave som tok for seg en tallinje og verdiene til tall og bokstaver. Dette er en oppgave som også kunne lagt til rette for samarbeid, ved at elevene skulle diskutere og forklare tallenes verdier til hverandre. Dette ville i større grad kunne vekket nysgjerrigheten til elevene, da nysgjerrighet ofte kan utvikler gjennom diskusjoner og samhandlinger med andre (Olafsen & Maugesten, 2015). Ved å vekke elevenes nysgjerrighet vil det kunne tenkes at elevene i større grad tar imot invitasjonen til å utforske undersøkelseslandskapet som oppgaven inviterer til (Skovsmose, 2003). Oppgaven fra kategori 4 (fig. 21) møter derimot kravene til alle de fem punktene, hvor begrepene *undersøke* og *forklare* er særdeles fremtredende. Dette er en oppgave som går på programmering, noe som i LK20 har blitt en viktig del av matematikken (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette er også en oppgave som tester andre typer ferdigheter. Det at de løser oppgaven fysisk og at de faktisk ser at faget kan ha en nytteverdi kan være med på å gi faget mening, noe som har vært en av de største utfordringene innenfor algebra (Hinna et al., 2011).

Når det kommer til spesialoppgaven fra Matemagisk 8, er denne som tidligere nevnt plassert under kategori 7, altså oppgaveparadigmet. Oppgaven oppfyller ikke alle kravene til de ulike

punktene innenfor 5E-modellen, men vi mener at begrepene *engasjere* og *vurdere* er fremtredende gjennom hele oppgaven. Begrepene *utforske* og *utvide* er derimot veldig perifere i denne oppgaven, da den er veldig instruerende og satt med tydelige regler. Vi mener at denne oppgaven har potensiale til å utforske dersom læreren for eksempel ber elevene lage egne spillebrett eller regler til det nåværende spillebrettet. Hinna et al. (2011) poengterte at en av de største utfordringene i algebra for elevene er å finne mening og motivasjon. Derfor tenker vi at oppgavetyper som denne spesialoppgaven kan være en god oppgave for at elevene skal bli mer motiverte, og ikke minst læringsvillige innenfor emnet algebra.

Når det kommer til hvor i læreboka de ulike oppgavetyperne kommer, ser man tydelig at det tidlig i læreboka er fokus på oppgaver som faller inn under oppgaveparadigmet (Vedlegg 2). Vi kan se at den første oppgaven som treffer inn under undersøkelseslandskap er oppgave 3.11, som er plassert i kategori 2 (ren matematikk, undersøkelseslandskap). Som nevnt i innledningen, hadde Brehmer et al. (2015) fokus på hvor i lærebøkene de utforskende oppgavene kommer. Brehmer et al. (2015) påpeker at plasseringen av har noe å si om hvorvidt lærebøkene bruker utforskende oppgaver som et verktøy til å lære algebra, eller om algebra læres for å kunne løse utforskende oppgaver. Vi kan i vår analyse se at Matemagisk 8 i utgangspunktet fokuserer på å lære algebra for å kunne løse utforskende oppgaver. Altså kan vi si at selve læreboka ikke har et særlig stort fokus på utforskende oppgaver, men igjen så er det verdt å nevne at dette ikke nødvendigvis stemmer overens med hvordan en god lærer legger opp sin undervisning (Schoenfeld, 1988).

Det kan diskuteres i hvilken grad det er mulig å gjøre algebra virkelighetsnært, ettersom algebra blir sett på som et abstrakt og krevende emne (Hinna et al., 2011). Hinna et al. (2011) er også opptatt at elevene sliter med å finne mening med algebra, og dette har gått igjen i tidligere lærebøker. Våre funn i analysen tyder på at dette også gjelder for Matemagisk 8. Selv om det kan være vanskelig å gjøre algebra virkelighetsnært, kan vi stille oss skeptiske til denne læreboka, da Maximum 8 har oppnådd dette i større grad.

5.3 Matematikk 8

Matematikk 8 har en gjennomgående stor andel oppgaver innenfor oppgaveparadigmet, hele 87,18 %. Disse oppgavene plasseres først og fremst innenfor kategori 1 og 3, med henholdsvis 61,54 % og 24,36 %. Dette stemmer overens med tidligere forskning om at

lærebøker både i Norge og Europa, gir generelt lite grunnlag for utforskende undervisning (Lyngved et al., 2012). Studier viser at det i lærebøker ligger mer fokus på prosedyreferdigheter og operasjoner enn utforskende og problemløsende oppgaver (Brehmer et al., 2015; Kongelf, 2019). Dette er Matematikk 8 et tydelig eksempel på ifølge vår analyse. Ettersom at lærere støtter seg i stor grad på disse lærebøkene når de skal legge opp sin undervisning (Askew et al., 2010), kan elevers læringsutbytte fort bli svekket av å ta i bruk en lærebok som Matematikk 8. Dette gjelder spesielt grunnet at lærebøker fort får en rolle som implementerte læreplaner (Jablonka & Johansson, 2010). Lærere kan derfor stole blindt på at lærebøkene legger opp til en undervisning som tilfredsstiller det som er forventet fra læreplanen. Om dette er tilfelle tilknyttet Matematikk 8, vil fort utforskning forsvinne helt eller delvis fra undervisningen.

Boaler (1997) konkluderte sin studie med at elever som fikk utforskende undervisning, lærte mer effektivt og utviklet motivasjon og selvdisiplin i større grad enn elever som fikk tradisjonell undervisning. Dette bekreftes 20 år senere av Blomhøj (2016) som hevder at læringsutbytte til elevene kan forbedres med et større fokus på undersøkende eller utforskende arbeidsformer. Ettersom at en av de største utfordringene innenfor algebra, er at elevene sliter med å finne mening og motivasjon (Hinna et al., 2011), vil et utforskende preg på undervisningen kunne være et viktig verktøy for å øke denne motivasjonen. På bakgrunn av dette kan elever som jobber med Matematikk 8 kunne få vansker med motivasjon og mening innenfor algebraemnet. Dette vil igjen kunne påvirke elevenes læringsutbytte (Blomhøj, 2016). Sett i lys av dette kan man stille seg svært kritiske til oppgavefordelingen i Matematikk 8. Slik vi ser resultatene vil en bok som Matematikk 8 i liten grad stimulere elevene innenfor utforskning. Ettersom utforskning er et viktig begrep i flere av læringsmålene innenfor algebra, og det sammen med problemløsning utgjør et av fagets kjerneelementer, kan det sees på som en fundamental del av matematikkfaget. Det kan derfor være vanskelig å se for seg at elever skal oppnå forventet læringsutbytte innenfor algebra ved å ta i bruk en lærebok som Matematikk 8.

Et svært interessant funn fra vår analyse var den minimale bruken Matematikk 8 hadde av samarbeidsoppgaver. Læreboka hadde kun én oppgave innenfor samarbeidskategoriene, dette utgjorde 1,28 % av de analyserte oppgavene. Det er verdt å bemerke at læreboka inneholdt diverse oppgaver omtalt som fellesoppgaver. Dette er oppgaver læreboka oppgir at kan løses av elever selv, eller i fellesskap. Slik vi oppfattet mange av disse oppgavene, la de i liten grad

opp til samarbeid og ble derfor ikke plassert i samarbeidskategoriene. Vi opplevde også at disse oppgavene ofte var vanskelige å finne da de kunne minne om faktabokser. Av erfaring er dette oppgaver som fort kunne ha blitt oversett i en vanlig undervisningstime. Olafsen og Maugesten (2015) er tydelige på at samarbeid kan ha en positiv innvirkning på utforsking og elevers motivasjon. Med én tydelig samarbeidsoppgave blant 78 analyserte oppgave, er det klart at Matematikk 8 ikke legger opp til dette. Det er noe som kan være med på å påvirke graden av utforsking i klasserom som tar i bruk Matematikk 8. Grunnet lærebøkers sterke posisjon, og tidvise rolle som implementerte læreplan (Jablonka og Johansson, 2010; Reys, Reys & Chaves, 2004), vil deler av læreplanen fort bli underkommunisert til elevene og dermed kunne begrense deres læringsutbytte.

Plasseringen av de forskjellige oppgavetyperne fulgte ikke et spesielt mønster i denne læreboka. Dette kan skyldes at hele 86 % av oppgavene var plassert innenfor kategori 1 og 3. De to eneste ordinære oppgavene som ble plassert i undersøkelseslandskapet kom relativt sent i kapitlet (3.38 og 3.45), mens fellesoppgavene som ble plassert her var fordelt jevnt gjennom hele kapitlet. Vanskelighetsgraden på oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet oppfattet vi ikke som ulik. De utforskende oppgavene var lagt opp til at alle kan få til noe, da mange av de var lagt opp til at elevene til en viss grad skulle jobbe sammen eller diskutere. Den tverrfaglige oppgaven tilknyttet algebrakapitlet kom til slutt i kapitlet. Dette gjaldt også for de andre tverrfaglige oppgavene i læreboka.

Den vertikale analysen av denne læreboka var utfordrende, da det var få oppgaver innenfor undersøkelseslandskapet. Vi analyserte én oppgave innenfor kategori 2 og én av læreboka sine “spesialoppgaver”, tverrfaglig oppgave 3. Det var kun to ordinære oppgaver som ble plassert innenfor undersøkelseslandskapet. Disse var vanskelig å analysere, derfor valgte vi å analysere en av fellesoppgavene i læreboka, og da fellesoppgave 5 (FO5). Innenfor 5E-modellen har vi kommet frem til at den oppfyller helt eller delvis kravene til hvert av punktene. De mest fremtredende er *undersøke* og *forklare*. Der vi mener oppgaven er mangelfull er tilknyttet begrepet utvide. Igjen er det verdt å nevne at vi kun har sett objektivt på lærebøkene. FO5 er absolutt mulig å utvide, men i og med at vi kun har sett på oppgaven i læreboka er det ikke lagt opp til utvidelse i noen grad. Ettersom oppgaven helt eller delvis treffer innenfor alle begrepene til 5E-modellen, vil elevene fort kunne bedre sine faglige ferdigheter og motivasjon (Fiskum & Korsager, 2017).

Spesialoppgaven vi har analysert i Matematikk 8 er tverrfaglig oppgave 3 (Vedlegg 4 & 5). Det vi bet oss merke i ved denne oppgaven var at det var mye tekst, som også underveis var veldig instruerende. En viktig del av utforskende undervisning er at det skal legges til rette for at elevene kan jobbe som forskere eller matematikere og at elevene skal oppleve og eksperimentere matematikken (Arigue & Blomhøj, 2013; Utdanningsdirektoratet, 2020a). Ved at denne oppgaven fremstår som veldig instruerende vil dette aspektet fort kunne falle bort, derfor ser ikke vi på denne oppgaven som utforskende i seg selv. Selve intensjonen til oppgaven er god, da den legger opp til et fokus på tverrfagligarbeid, noe som er en viktig del av LK20. Vi mener også at oppgaven har et stort potensial, og kan ved små endringer tilfredsstillende flere elementer av 5E-modellen. Som nevnt var den plassert til sist i kapitlet, noe som gjaldt for samtlige tverrfaglige oppgaver. Det kunne vært en idé å plassere noen av de tverrfaglige oppgavene tidligere i sine respektive kapitler, slik at de i større grad ble brukt for å lære og forstå de ulike emnene. Dette kunne vært med på å øke oppgavenes grad av utforsking, og gitt oppgavene mer hensikt.

Som med Matemagisk 8 kan det diskuteres i hvilken grad det er mulig å gjøre algebra virkelighetsnært og utforskende. Tallene til Matematikk 8 er derimot så ekstreme at vi ser et betydelig forbedringspotensial innenfor utforsking. Ved at læreboka i så stor grad inneholder oppgaver fra oppgaveparadigmet, vil klasserommet fort kunne bli resultatstyrt. Dette fordi oppgaveparadigmet har et stort fasitfokus (Skovsmose, 2003). Det kan føre til at elevene får mindre forståelse for faget og ender opp umotiverte. Dette har tidligere vært en stor utfordring innenfor algebra (Hinna et al., 2011), og kan ha vært med på å påvirke Norges dårlige algebreresultater. Det er derfor vanskelig å tenke seg at en bok som Matematikk 8 vil bidra til en positiv endring, spesielt innenfor utforsking og algebra.

5.4 Generell diskusjon

For å støtte kommuner, lærere og skoleledere til valg av lærebøker, har Utdanningsdirektoratet (2021a) utarbeidet en veileder for vurdering av læremidler. Dette er en veileder basert på forskningsbasert kunnskap på hva som utgjør gode læremidler i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2021a). En av kategoriene denne veilederen tar for seg, er utforsking og problemløsning. Selv om kategorien kalles utforsking og problemløsning, tar veilederen kun for seg spørsmål tilknyttet problemløsning. Ser man på hyppigheten av begrepet utforskning i

kompetansemålene i LK20, kan man fort stille seg skeptisk til denne veilederen til valg av lærebøker. Ved å følge den kan det føre til at lærere og skoleledere muligens har et mindre fokus på utforskning når det kommer til valg av lærebøker. Konsekvensen av dette kan bli at elevene derfor ender opp med en lærebok som i liten grad tar for seg utforskning og viktige deler av læreplanen vil derfor kunne ende opp understimulert.

En annen viktig del av denne veilederen for valg av læreverk finner man under kategori 2, pedagogisk og didaktisk kvalitet (Utdanningsdirektoratet. 2021a). I kategori 2, legges det vekt på at lærebøkene skal legge til rette for å bruke kognitive prosesser og ha varierte oppgavetyper som legger opp til diskusjoner eller problemløsningsstrategier. Koblet opp til vår oppgave, finner vi det med varierte oppgavetyper og diskusjoner som meget relevant. De tre forskjellige læreverkene har ulike resultater når det kommer til variasjon av oppgavetyper (fig. 15). Maximum 8 har en fordeling mellom oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskap på 60,44 % oppgaveparadigmet og 39,56 % undersøkelseslandskap, noe som kan sies å være relativt jevnt. Maximum 8 har også en relativ jevn fordeling på de ulike kategoriene også (fig. 16), sett bortifra kategori 4, 5 og 6. Ettersom lærebokveilederen understreker at det skal være varierte oppgavetyper, er det ikke til å forvente at lærebøkene kun skal inneholde oppgaver fra undersøkelseslandskapet. Det blir da en grunnleggende pedagogisk oppgave å vurdere hvor det faktisk er hensiktsmessig å invitere til undersøkelseslandskaper og ikke (Skovsmose, 2003). Det er derimot vanskelig for oss å si noe om hvordan en optimal fordeling bør se ut, da vi kun har sett på fordelingen av oppgaver og deres kvalitet, og ikke hvordan de tas i bruk eller fungerer i klasserommet.

Matemagisk 8 og Matematikk 8 har i større grad en ujevn fordeling på sine oppgaver (fig 15.) Matemagisk med en fordeling på 76,60 % innenfor oppgaveparadigmet og 23,40 % innenfor undersøkelseslandskapet, mens Matematikk 8 har en fordeling på 87,18 % innenfor oppgaveparadigmet og 12,82 % innenfor undersøkelseslandskapet. Dette er også to bøker som i stor grad har oppgaver innenfor kategori 1 og 3, med henholdsvis 67,02 % (Matemagisk 8) og 85,90 % (Matematikk 8). Dette er tydelig tegn til at lærebøkene ikke legger til rette for en varierte oppgavetyper innenfor de analyserte kapitlene. Ved at de også har et stort fokus på oppgaveparadigmet, vil også mye av utforskningen og den problemløsende tankegangen kunne gå tapt (Skovsmose, 2003). Det er også verdt å bemerke at disse to lærebøkene har en liten andel oppgaver innenfor samarbeidskategoriene. Innenfor de analyserte kapitlene har Matemagisk 15 % av sine oppgaver plassert innenfor kategori 7 og 8, mens Matematikk 8 kun

har én oppgave plassert innenfor utpreget samarbeid. Vi ser på fordelingen til Matematikk 8 som svært kritisk da samarbeid er et viktig kriterium tilknyttet veilederen for valg av læreverk (Utdanningsdirektoratet, 2021a).

Frem til 2000 hadde Norge et eget nasjonalt læremiddelsenter med autorisasjon til å godkjenne lærebøker, dette er ikke lenger tilfelle i dag (Kongelf, 2015). Dette vil si at det ikke er noen konkret kvalitetssikring på lærebøkene som publiseres. I vår analyse har vi kommet frem til at de kapitlene vi har analysert, er det kun Maximum 8 som virker tilstrekkelig i henhold til utforsking. Med tanke på at dette er lærebøker hentet fra tre av de største lærebokforlagene i Norge, er det skremmende hvor lite det stemmer overens med LK20. Så er spørsmålet om Norge burde gjenopprette en eller annen form for autorisasjon for lærebøker. Basert på våre resultater i denne oppgaven, mener vi det er nødvendig. Ifølge Kongelf (2019) er det manglende samsvar mellom læreplanens intensjon og lærebøkens fremstilling. Det at det ikke er noen form for autorisasjon av lærebøker i dag, gjør at hvem som helst kan skrive en lærebok. Det å derimot ha en eller annen form for autorisasjon, mener vi kan være med på å styrke lærebøkene.

Ettersom det har vært en endring i både læreplan og læreverk, har det også ført til en endring innenfor skriftlig eksamen i matematikk for 10. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2022). En av de tre største endringene er at: “Elevene skal få anledning til å vise kompetanse i nye situasjoner knyttet til problemløsning, utforsking og modellering. De skal vise at de forstår og at de kan gjøre seg forstått i matematikk” (Utdanningsdirektoratet, 2022). For å gi elevene muligheten til å opparbeide seg kompetanse innenfor dette, er det naturlig å tenke seg at lærebøkene legges opp til å stimulere elevene innenfor de samme områdene. Basert på våre resultater er det vanskelig å si om de ulike bøkene faktisk gjør det innenfor de analyserte kapitlene. Maximum 8 har en større grad av variasjon i sine oppgaver, og en større andel undersøkende og diskuterende oppgaver enn de andre bøkene. Det kan da tenkes at elever som tar i bruk læreboka Maximum 8, i større grad vil bli bedre forberedt inn mot en skriftlig eksamen enn de som tar i bruk Matemagisk 8 eller Maximum 8. Det er fordi det er vanskelig å se for seg at elevene skal opparbeide seg den nødvendige kompetansen, med lærebøker som i liten grad legger til rette for dette, Spesielt når lærebøker tidvis bestemmer hva lærerne velger å undervise, hvordan de underviser og hvordan elevene lærer (Reys, Reys & Chaves, 2004). Om lærebøkene ikke er tilstrekkelige og fullkomne nok innenfor utforsking, vil mye av jobben og byrden legges på lærerne. Gode lærere kan tidvis kompensere for noen av

svakhetene lærebøker viser (Schoenfeld, 1988), og med en lengre og mer dybdebasert utdanning kan man tenke seg at kompetansen til lærerne øker (Utdanningsforbundet, 2021). I 2017 ble grunnskolelærerutdanningen endret fra et fireårig utdanningsløp, til et femårig utdanningsløp med master (Utdanningsforbundet, 2021). Formålet med dette er naturligvis for å styrke undervisningsfagene, slik at skolen får lærere med bedre kompetanse.

Kunnskapsdepartementet (2015) viser til at 80% av lærere i dag først og fremst bruker lærebøker supplert med noen digitale læremidler for å strukturere undervisningen. Dette viser til betydningen lærebøker fremdeles har i dagens skole. Det er derfor viktig for skolene å velge gode lærebøker for elevene. Det er viktig at denne byrden ikke kun legges på læreres kompetanse, slik at elever i hele landet kan få mer like forutsetninger for å oppnå fagets formål.

6.0 Avslutning

I dette kapitlet vil vi i den grad det er mulig prøve å komme med en konklusjon på vår problemstilling “*Hvordan legger lærebøker til rette for utforskende undervisning i algebra på 8.trinn*”. Dette vil bli gjort i lys av det som er kommet frem i diskusjonskapitlet.

Videre vil vi se på implikasjoner ved vår oppgave og diskutere ulike svakheter, samt se på mulige endringer vi kunne ha gjort i vår oppgave. Til slutt vil vi se på muligheter på videre forskning innenfor dette området.

6.1 Konklusjon

Fra vår analyse kommer det tydelig frem at det er store forskjeller på de tre lærebøkene vi har analysert. To av lærebøkene, Matemagisk 8 og Matematikk 8, har et stort fokus på oppgaver innenfor oppgaveparadigmet. Dette gjør at vi opplever at de i liten grad stimulerer og legger til rette for utforskende undervisning. I tillegg til å ha mange oppgaver innenfor oppgaveparadigmet, har de også mange oppgavetyper som kan sees på som ren matematikk eller semi-virkelig matematikk. Dette er oppgavetyper som kan skape mindre engasjement, og derfor i mindre grad legge til rette for utforskende undervisning. Som Hinna et al., (2011) nevner er algebra et emne der elever sliter med å finne motivasjon og mening. Dermed vil oppgaver som ikke legger til rette for utforskende undervisning og engasjement kunne påvirke dette i negativ forstand.

Det er derimot én bok som skiller seg veldig fra de to andre når det kommer til utforsking, Maximum 8. Læreboka har et gjennomgående større fokus på utforskende undervisning og har et større mangfold i sine oppgavetyper. Læreboka legger i stor grad til rette for refleksjon og samarbeid blant elevene, som igjen kan være med på å stimulere til utforsking. Som Skovsmose (2003) nevner, handler ikke bare utforsking og undersøkelseslandskap om oppgavene direkte, men om elevene tar imot invitasjonen til utforsking og undring som det gis. Slik vi ser det vil et større og mer åpent oppgavemangfold, i større grad legge til rette for dette. Læreboka bruker også utforsking aktivt tidlig i kapitlene, slik at utforsking blir tatt i bruk for å lære matematikk. Der læreboka har noen utfordringer, er tekstbruken. Maximum 8 har gjennomgående mye tekst i oppgavene, spesielt oppgavene innenfor undersøkelseslandskapet. Dette kan føre til at elever sliter med å forstå og gjennomføre oppgaven, og dermed trenger mer støtte fra lærere. Det er noe som kan føre til at oppgavene kan miste sitt utforskende preg, ved at det blir veldig instruerende fra lærerens hold. Alt i alt

kan man si at Maximum 8 i stor grad legger til rette for utforskende undervisning, noe de to andre lærebøkene ikke gjør, innenfor de analyserte kapitlene.

Når det ut ifra vår analyse kommer frem at to av tre av de største læreverkene i Norge, i liten grad legger til rette for utforskende undervisning innenfor algebra, kan man stille seg kritiske til at Norge ikke lenger har noen form for autorisasjon av læreverk. Det finnes ikke konkrete tall på hvor mange skoler og elever som tar i bruk de ulike lærebøkene, men ettersom det dreier seg om to av de tre største forlagene, er det naturlig å se for seg at det dreier seg om et stort antall. Det vil derfor være mange elever i norske skoler som arbeider med lærebøker som ikke stimulerer de tilstrekkelig når det kommer til utforskende undervisning. Om man hadde hatt strengere krav og en form for autorisasjon av lærebøker, ville man potensielt kunne hevet kvaliteten på læreverkene og dermed hatt et større samsvar mellom læreverk og læreplan. Dette kunne igjen hatt en positiv innvirkning på elevers læringsutbytte.

Et annet viktig punkt å trekke frem er endringen man har fått i eksamensoppgavene for matematikk på 10. trinn. Denne endringen går blant annet ut på at elevene skal få anledning til å vise kompetanse i nye situasjoner knyttet til problemløsning, utforsking og modellering (Utdanningsdirektoratet, 2022). Slik det forekommer fra våre resultater legger kun én av lærebøkene til rette for dette i de analyserte kapitlene, nemlig Maximum 8. Matemagisk 8 har på sin side noe fokus på både samarbeid og utforsking, mens det i Matematikk 8 er minimalt. Slik vi oppfatter de varierende resultatene i de ulike lærebøkene, kan det tenkes at elever som tar i bruk Maximum 8 blir bedre rustet til eksamen, enn de som bruker de andre lærebøkene.

6.2 Implikasjoner for oppgaven

I denne oppgaven har vi underveis bemerket oss enkelte implikasjoner som vi kanskje kunne gjort annerledes. En av disse er at vi kun har analysert lærebøkene objektivt, og ikke hatt intervju med lærere eller sett hvordan de bruker disse i sin undervisning. Dette kunne kanskje gjort vårt helhetsinntrykk av de utvalgte kapitlene i lærebøkene annerledes. Det at vi også kun har sett på deler av et tema er noe vi også har gjort oss opp noen tanker for. Det gir ikke nødvendigvis et helhetsinntrykk av hele læreboka kun ved å se på dette, men vi har også måttet snevre inn med tanke på oppgavens omfang.

Vi diskuterte mye frem og tilbake om vi også skulle analysere enten lærebokveileder eller oppgavebok i tillegg til grunnbok. På denne måten kunne vi muligens fått se hvordan disse komplimenterer hverandre, som igjen kunne gjort at vi ville kommet frem til andre resultater. Som tidligere nevnt fra jfr Grete Tofteberg har lærebokforlagene nå utarbeidet både lærebøker og digitale ressurser, og det forventes fra forlagene sin side at disse skal brukes sammen, da de utfyller hverandre. Disse digitale ressursene var også noe vi vurderte å se på istedenfor fysiske lærebøker. Dette er det ikke mye tidligere forskning på, så vi tenkte å gjøre det enklere for oss selv å bruke fysiske lærebøker til denne oppgaven. Dette skyldes også at de skolene vi har kjennskap til fortsatt tar i bruk fysiske lærebøker.

Det siste vi har tenkt på underveis i analysen er det om vi har gjort en stor nok vertikal analyse. Det kunne også vært interessant å se på flere oppgaver innenfor kategoriene innenfor hver bok, der dette er mulig. De utvalgte oppgavene kan ha hatt betydning på inntrykket av bøkene, da det kan tenkes at virkelighetsnære oppgaver i større grad legger til rette for utforskende undervisning enn rene matematiske oppgaver. Det kunne også vært interessant å se på oppgavene som var plassert innenfor oppgaveparadigmet. Da kunne vi tydeligere redegjort hvorfor de var plassert der de var, og sett på muligheter til hvordan de kunne endres for å bevege seg over i undersøkelseslandskapet.

6.3 Videre forskning

Som vi har nevnt tidligere kan gode lærere til en viss grad kompensere for dårlige og mangelfulle lærebøker (Schoenfeld, 1988). Dette gjør at man kan stille et nysgjerrig blikk i hvordan en lenger utdanning og mer faglig kompetanse vil påvirke læreres implementering av lærebøker i undervisning. Det hadde derfor vært av interesse å sammenligne læreres bruk av lærebøker i undervisningen, og muligens undersøkt hvordan dette hadde påvirket elevgruppen.

Det er også viktig å påpeke at vi kun har analysert deler av kapitler i tre ulike lærebøker. Det hadde derfor vært interessant å se om disse resultatene var gjennomgående gjennom flere kapitler og emner i de ulike lærebøkene. Man kunne da analysert enkeltbøker i sin helhet eller sett på emner og kapitler som ikke har blitt analysert i denne oppgaven. Man kunne også ha gjennomført analyser som i større grad så på oppgavebøkene. Det kunne også vært av

interesse å koble på problemløsning, da dette er tett koblet sammen med utforsking ettersom de sammen utgjør et av fagets kjerneelementer.

Ettersom vi lever i et mer og mer digitalt samfunn ville det absolutt vært interessant å se hvordan disse resultatene er sammenlignet med de digitale ressursene til lærebøkene. Som lærebokforfatter Grethe Tofteberg påpekte, er det forventet at skolene skal ta i bruk både de fysiske og digitale læreverkene, da de er skapt for å utfylle hverandre. Derfor hadde det vært interessant å se om det i større grad legges til rette for utforskende undervisning i de digitale læreverkene.

Grunnet en endring i skriftlig eksamen i matematikk på 10. trinn. Kunne det vært interessant å se hvordan elevers resultater henger sammen med lærebøker. Dette spesielt fordi vi i våre resultater kommer frem at det er stor forskjell på de ulike lærebøkene i de analyserte kapitlene.

7.0 Litteratur

- A, Abdi. (2014). The Effect of Inquiry-based Learning Method on Students' Academic Achievement in Science Course. *Universal Journal of Educational Research* 2(1): 37-41, 2014. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1053967.pdf>
- Akpullukçu, S., & Günay, F. (2011). *The effect of inquiry based learning enviroment in science and technology course on the students' academic achievements*.
http://webb.deu.edu.tr/baed/giris/baed/ozel_sayi/417-422.pdf
- Artigue, M., Blomhøj, M. Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education* 45, 797–810 (2013). <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Askew, M., Hodgen, J., Hossain, S. & Bretscher, N. (2010). *Values and variables. Mathematics education in high-performing countries*. London: Nuffield foundation.
https://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/Values_and_Variables_Nuffield_Foundation_v_web_FINAL.pdf
- Berg, B. L. & Lune, H. (2012). *Qualitative research methods for the social sciences* (8 utg.). New Jersey: Pearson Education.
- Blanton, M. L. (2011). *Algebra and the Elementary Classroom: Transforming Thinking*, Blomhøj, M. (2016). *Fagdidaktikk i matematikk*. Frydenlund.
- Boaler, J. (1997). *Experiencing school mathematics. Teaching styles, sex and setting*. Buckingham: Open University Press.
- Brehmer, D., Ryve, A. & Van Steenbrugge, H. (2015). Problem solving in Swedish mathematics textbooks for upper secondary school. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 60(6), 577-593.
- Bråthe, L.W.T., Tangen, J., Tofteberg, G. N., Stedøy, I.M. og Alseth, B. (2020). *Maximum 8* (2. utg.). Gyldendal.
- Carlsen, M. & Fuglestad, A, B. (2010). Læringsfellesskap og inquiry for matematikkundervisning. *Tidsskriftet FoU i praksis*, 4(3) 39-60.
- Charalambos, Y.C., Delaney, S., Hsu, H.Y., & Mesa, V. (2010) A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117-157. <https://doi.org/10.1080/10986060903460070>
- Chávez-López, O. (2003). *From the textbook to the enacted curriculum: textbook use in the middle school mathematics classroom*. University of Missouri.
<http://zeta.math.utsa.edu/~hvz231/dissertation/dissertation.pdf>

- Duran, L. B. & Duran, E. (2004). *The 5E Instructional Model: A Learning Cycle Approach for Inquiry-Based Science Teaching*. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1058007.pdf>
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2015). En metodisk studie av innholdsanalyse – med analyser av matematikklæreres undervisningskunnskap som eksempel. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(2), 79–96. https://www.researchgate.net/profile/Reidar-Mosvold/publication/328139215_En_metodisk_studie_av_innholdsanalyse_-_med_analyser_av_matematikklaereres_undervisningskunnskap_som_eksempel/links/5fb4019392851cf24cd95dbf/En-metodisk-studie-av-innholdsanalyse-med-analyser-av-matematikklaereres-undervisningskunnskap-som-eksempel.pdf
- Fiskum, K. & Korsager, M. (2017). *5E-modellen i utforskende undervisning*. Naturfagsenteret. https://www.naturfag.no/artikkel/vis.html?tid=2049135#_edn1
- Grønmo, L.S. & Helgesen, R. (2018). Norge trenger algebra. *Lektorbloggen*. <https://www.norskelektorlag.no/nyheter/norge-trenger-algebra/>
- Grønmo, L.S. & Onstad, T. (red.) (2009). *Tegn til bedring: norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007*. Oslo: Unipub.
- Grønmo, L.S. (2015). *Algebra og tall er motoren i matematikken – derfor går matematikkfaget i Norden for halv fart*. <https://utdanningsforskning.no/artikler/2013/algebra-og-tall-er-motoren-i-matematikken--derfor-gar-matematikkfaget-i-norden-for-halv-fart/>
- Grønmo, L.S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H. & Borge, I. C. (2012). *Framgang, men langt fram - Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Oslo: Akademika forlag. https://www.udir.no/globalassets/upload/forskning/internasjonale_undersokelser/timsspirals2011/timss_2011_web_rettet.pdf
- Hayes, M.T. (2002). Elementary Pre-service Teachers' Struggles to Define Inquiry Based Science Teaching. *Journal of Science Teacher Education*, 13(2), 147-165.
- Hinna, K. R. C., Rinvold, R. A. & Gustavsen, T. S. (2011). QED 5-10: Matematikk for grunnskolelærerutdanningen. Cappelen Damm. <https://www.udir.no/lk20/mat0105/omfaget/kjerneelementer?lang=nob>
- Hjardar, E. & Pedersen, J. E. (2020) *Matematikk 8*. Cappelen Damm.
- Hsieh, H.-F. & Shannon, S. E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, 15 (9), 1277–1288.
- Jablonka, E. & Johansson, M. (2010). Using texts and tasks: Swedish studies on mathematics textbooks. I B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, G. Palsdottir, B. Dahl, B. D. Söndergaard & L. Haapasalo (red.), *The first sourcebook on Nordic research in mathematics*

- education: Norway, Sweden, Iceland, Denmark and contributions from Finland* (s. 363-372). Charlotte, NC: IAP-Information Age Publishing.
- Kaput, J. (2008). What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning? I Kaput, J., Carraher, D. and Blanton, M. (Red.), *Algebra In The Early Grades*. New York, Lawrence Erlbaum Associates.
- Karlsen, L. (2014). *Tenk det! Utforsking, forståelse og samarbeid - elever som tenker sjæl i matematikk* (1. utg.). Cappelen Damm.
- Kleven, T. A. & Hjordemaal, F. R. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode - En hjelp til kritisk tolking og vurdering* (3. utg.). Fagbokforlaget.
- Kongelf, T. R. (2015). Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet. *Nordic Studies In Mathematics Education*, 20 (3-4), 83-109. http://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/20_34_083110_kongelf.pdf
- Kongelf, T. R. (2019). *Matematisk innhold og matematiske metoder i lærebøker brukt på ungdomstrinnet i Norge: Gullgruve eller fallgruve for utvikling av matematisk kompetanse i problemløsning og algebra?* (Doktoravhandling). Universitetet i Agder.
- Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2020). *Matemagisk 8*. Aschehoug undervisning
- Kunnskapsdepartementet (2018). *Retningslinjer for utforming av nasjonale og samiske læreplaner for fag i LK20 og LK20S*. <https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/retningslinjer-for-utforming-av-nasjonale-og-samiske-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf>
- Kunnskapsdepartementet. (2015). *Tett på realfag. Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnsopplæringen* (2015-2019). https://www.regjeringen.no/contentassets/869faa81d1d740d297776740e67e3e65/kd_realfagssstrategi.pdf
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015) *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Küchemann, D. (1978). Children's Understanding of Numerical Variables. *Mathematics in School*, Vol. 7, No. 4, s. 23-26.
- Kaarstein, H., Radišić, J., Lehre, A.C., Nilsen, T. & Bergem, O.K. (2020). *TIMSS 2019. Kortrapport*. Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Universitetet i Oslo.
- Lepik, M., Grevholm, B. & Viholainen, A. (2015). *Using textbooks in mathematics classrooms – the teachers' view*. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3-4), 129-156.

- Li, Y., Chen, X. & An, S. (2009). Conceptualizing and organizing content for teaching and learning in selected Chinese, and US mathematics textbooks: The case of fraction division. *ZDM – The international Journal on Mathematics Education*, 41(6), 809–826.
- Lyngved, R., Pepin, B. & Sikko S.A. (2012). *Working with teachers on inquiry based learning (IBL) and mathematics and science tasks*. Rapport fra konferanse om praksisrettet FoU i lærerutdanning. Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
https://www.pedocs.de/volltexte/2013/7126/pdf/Lyngved_Pepin_Sikko_2012_IBL.pdf
- Marx, R. W., Blumenfeld, P. C., Krajcik, J. S., Fishman, B., Soloway, E., Geier, R., et al. (2004). Inquiry-based science in the middle grades: *Assessment of learning in urban systemic reform*. *Journal of Research in Science Teaching*, 41, 1063–1080.
- Mason, J., Graham, A. & Johnston-Wilder, S. (2014). *Å lære algebraisk tenkning* (2. utg.). Caspar Forlag.
- Mayring, P. (2000). Qualitative content analysis. *Forum Qualitative Social Research*, 1(2), Art. 20. <http://www.uts.utoronto.ca/~kmacd/IDSC10/Readings/text%20analysis/CA.pdf>
- Meld. St. 28. (2015-2016). *Fag – fordypning – forståelse: en fornyelse av Kunnskapsløftet*.
<https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/>
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- National Research Council. (2000). *Inquiry and the national science education standards*. Washington, DC: National Academy Press.
- NOU 2015: *Fremtidens skole: Fornyelse av fag og kompetanser*. Oslo: Kunnskapsdepartementet.
https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/no/pdfs/no_u201520150008000dddpdfs.pdf
- Olafsen, A. R. & Maugesten, M. (2015). *Matematikdidaktikk i klasserommet* (2. utg.). Universitetsforlaget.
- Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2013). Investigating textbooks as crucial interfaces between culture, policy and teacher curricular practice: two contrasted case studies in France and Norway. *ZDM – The international Journal on Mathematics Education*, 46, 685-698.
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.
- Regjeringen. (2019). *Fornyelse av skolens innhold: Nye læreplaner skal gi elevene tid til mer fordypning*. <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/nye-lareplaner-skal-gi-elevene-tid-til-merfordypning/id2678138/?expand=factbox2678>

- Reys, B. J., Reys, R. R. & Chávez, O. (2004). Why mathematics textbooks matter. *Educational Leadership*, 61(5), 61–66.
- Schoenfeld, A.H. (1988). When good teaching leads to bad results: the disasters of "well-taught" mathematics courses. *Educational Psychologist*, 23(2), 145–66.
- Seyhan, H. & Morgil, I. (2007). The effect of 5E learning model on teaching of acid- base topic in chemistry education. *Journal of Science Education*, 8(2), 120-123.
<https://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12605747/index.pdf>
- Skovsmose, O. (2003) Undersøgelseslandskaber. I H. Alrø, O. Skovsmose, M. Blomhøj (Red.) *Kan det virkelig passe?* (s. 153-157) L&R Uddannelse
- Thurén, T. (2009). *Vitenskapsteori for nybegynnere* (2. utg.). Gyldendal AS.
- Transforming Practice*. Heinemann.
- Utdanningsdirektoratet. (2005). *Kartlegging av læremidler og læremiddelpraksis*.
http://www-bib.hive.no/tekster/hveskrift/rapport/2005-01/rapp1_2005.pdf
- Utdanningsdirektoratet. (2020a). *Læreplan i matematikk (Mat01-05)*.
<https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>
- Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del-samlet/>
- Utdanningsdirektoratet. (2020c). *Kjerneelementer - Matematikk 1–10 (MAT01-05)*.
<https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob>
- Utdanningsdirektoratet. (2020d). *Hva er grunnleggende ferdigheter?*
<https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-grunnleggende-ferdigheter/>
- Utdanningsdirektoratet. (2021a). *Planlegg vurdering av læremidler*.
<https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/laremidler/kvalitetskriterier-for-laremidler/veiledere-for-kvalitet-i-laremidler/#>
- Utdanningsdirektoratet. (2021b). *Veileder for vurdering av læremidler i matematikk (for lærere)*.
<https://reflex.udir.no/egenvurdering/egenvurderingstema/Laerer/195/innhold?underte=1>
- Utdanningsdirektoratet. (2022a). *Eksempeloppgaver i matematikk for 10. trinn*.
<https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/eksempeloppgaver/eksempeloppgaver-i-matematikk-grunnskolen/>
- Utdanningsdirektoratet. (2022b). *Utdanningsspeilet 2017 - Tall og analyse av barnehager og grunnopplæringen i Norge*. <https://utdanningsspeilet.udir.no/2017/>

Utdanningsforbundet. (2021). *Femårige lærerutdanninger og undervisningskompetanse*.

<https://www.utdanningsforbundet.no/medlemsgrupper/universitet-og-hogskole/ny-master-i-grunnskolelærerutdanning-og-undervisningskompetanse/>

8.0 Vedlegg

Kategori 1	Kategori 2	Kategori 3	Kategori 4	Kategori 5	Kategori 6	Kategori 7	Kategori 8
2.10	2.8 #	2.2#	2.50	2.20 #	2.11 #	2.1	2.3
2.15	2.9	2.5	2.72	2.57	2.49 #	Akt 1 @	2.4
2.17	2.13	2.23	2.78	2.62	2.69	2.16	2.6
2.21	2.14	2.24		2.82		Akt2	2.7
2.26	2.18#	2.28				2.19	Akt3 (utforsk) @
2.30#	2.32	2.29				2.25	2.51
2.31	2.40#	2.33				2.12	akt 6 @
2.34	2.47	2.37				2.22	2.56
2.36	2.48	2.66				2.27	2.58
2.38	2.52 #	2.80				akt 4	2.59
2.39	2.67	2.81				2.35	2.60
2.42	2.68					2.41	2.61
2.43	2.73					2.44	2.64
2.45	2.75					akt 5	2.65
2.46	2.77					2.53	2.83
2.54						2.55	
2.76						2.63	
						2.70	
						2.71	
						2.74	
						2.79	
						2.84	
						2.85	

Vedlegg 1: Oppgavefordeling Maximum 8

Kategori 1	Kategori 2	Kategori 3	Kategori 4	Kategori 5	Kategori 6	Kategori 7	Kategori 8
3.1	3.11	3.12			3.25	SM1	SM3
3.2	3.22	3.13	3.32			Spill 1	SM7
3.3	3.23	3.14	3.33			SM2	SM8 @
3.4	3.46	Hund 1	3.36 @			SM4	SM10
3.5	T2	Hund 2	3.49			SM5	SM11
3.6	5.6	Hund 3	5.2			SM6	
3.7	5.12	Hund 4	5.4			SM9	
3.8	5.14@	Hund 5				SM12	
3.9	5.20@	3.15				SM13@	
3.10		3.16					
3.27		3.17					
3.28		3.18					
3.29		3.19					
3.39		3.20					
3.40		3.21					
3.41		3.24					
3.42		3.26					
3.43		3.30					
3.45		3.31					
3.47		3.34					
3.48		3.35					
T1		3.37					
T3@		3.38@					
T4		3.44 @					
T5							
5.1							
5.3							
5.5							
5.7							
5.8							
5.9							
5.10							
5.11							
5.13							
5.15							
5.16							
5.17							
5.18							
5.19							

Vedlegg 2: Oppgavefordeling, Matematisk 8

Kategori 1	Kategori 2	Kategori 3	Kategori 4	Kategori 5	Kategori 6	Kategori 7	Kategori 8
3.1	FO5	3.3	FO2	TO3*			FO7
3.2	3.38	3.7					
3.4	3.45@	3.10					
FO1	FO8	3.11					
3.5	FO9	3.12					
3.6	FO10	3.13					
3.8	FO11	3.14					
3.9	FO3	3.15					
3.16		3.47					
3.17		3.52					
3.18		3.53					
3.19		3.54					
3.20		3.55					
3.21		3.56					
3.22		3.57					
3.23		3.58					
3.24		3.59					
FO4@		FO12					
3.25		3.62					
3.26							
3.27							
3.28							
3.29							
3.30							
3.31							
3.32							
3.33							
3.34							
3.35							
3.36							
3.37							
FO6							
3.39							
3.40							
3.41							
3.42							
3.43#							
3.44							
3.46							
3.48							
3.49							
3.50							
3.51							
3.60							
3.61							
3.63							
3.64							
3.65							

Vedlegg 3: Oppgavefordeling, Matematikk 8



! Tverrfaglig oppgave 3

FNs bærekraftsmål består av 17 hovedmål og gjelder for alle land i verden. Målene skal hjelpe oss med å gjøre verden til et bedre sted for alle mennesker som lever nå uten å ødelegge for dem som kommer senere. Det kaller vi bærekraftig utvikling.

Mål 3: Sikre god helse og fremme livskvalitet for alle, uansett alder.

I dag er det stor forskjell på fattige og rike land når det kommer til bekjempelsen og utbredelsen av ulike sykdommer. Malaria toppe statistikken og rammer hvert år mellom 200–300 millioner mennesker. Mellom 0,5–1 millioner mennesker dør som følge av sykdommen hvert år. Smitten skjer via malariamyggen i tropiske områder. På grunn av medisin har dødeligheten gått ned med 47 % mellom år 2000 og 2013.

- Hvor mange døde av malaria i 2013 hvis 1,2 millioner døde av sykdommen i 2000?
- Undersøk hvor mange som dør av malaria i dag.

Tabellen under viser omtrentlig antall malariadødsfall i verden.

2004	2010	2016
1,8 millioner	1,2 millioner	0,6 millioner

- Vis utviklingen i et stolpediagram og i et linjediagram.
- Finn prosentvis nedgang mellom 2004 og 2010 og mellom 2010 og 2016.

AIDS er en sykdom som oppstår ved infeksjon av HIV-viruset. AIDS er i dag nummer to på lista over dødelige sykdommer. I 2017 ble 1,8 millioner mennesker smittet av HIV-viruset. Dette er en reduksjon med 11 % blant voksne og 47 % blant barn fra 2010.

I 2017 var det 20,9 millioner HIV-positive som fikk behandling, mot bare 685 000 i år 2000 og 7 millioner i år 2010. Omkring 1 million dør hvert år pga. AIDS.

- Vis utviklingen av HIV-positive som fikk behandling for årene 2000, 2010 og 2017 i et linjediagram.
- Hvor mange flere fikk behandling i 2017 enn i 2000?
- Hvor mange prosent flere fikk behandling i 2017 enn i 2000?

Finn informasjon om utbredelsen av sykdommene malaria, HIV/AIDS, meslinger eller tuberkulose.

- Finn ut hvor i verden utbredelsen av sykdommene ovenfor er størst.
- Finn ut hvordan utbredelsen av disse sykdommene er i Norge.
- Lag et diagram som viser utviklingen av noen av sykdommene ovenfor de siste ti årene i Norge eller i verden.
- Mange av tallene på antall syke og døde er usikre. Finn årsaker til dette.
- Kom med forslag til hvordan verden kan bekjempe sykdommene ovenfor.
- Lag egne spørsmål ut fra informasjonen dere finner. Presenter disse for medelever eller for klassen.



Vedlegg 5: Spesialoppgave, Matematikk 8 del 2