

MASTEROPPGAVE

Hvordan kommer matematisk modellering frem i et læreverk på 10.trinn sett opp mot LK20?

Mads Petter Eriksen og Martin Aleksander Leine Syversen

15.05.2023

Høgskolen i Østfold

Fakultet for lærerutdanninger og språk

Forord

Etter 5 fine år som studiekamerater, avslutter vi studietilværelsen med et halvt års skriving. Vi møttes allerede den første uken for snart 5 år siden, og har gjennom hele studietiden hatt et godt samarbeid oss imellom. Det har derfor vært en glede også å få lov til å skrive denne masteroppgaven sammen.

På disse 5 årene har vi både sammen og hver for oss dannet mange relasjoner, både i vårt eget studiekull, med ledere, veiledere, lærere og elever i praksis og med andre lærere vi har hatt på Høgskolen i Østfold. Vi har kjent på hele følelsesregisteret, fra glede og mestring til håpløshet og frustrasjon. Vi har hatt undervisning i klasserommet, skogen, auditoriet og ikke minst en stor del av undervisningen digitalt, hvor både vi og alle med tilhørighet til lærerutdanningen og andre utdanninger måtte se på alternativer. Til tross for en berg- og dalbane på mange fronter, har vi ved hjelp fra også andre, men ikke minst hverandre kommet oss gjennom studiet med hevet bryst og stor stolthet.

Gjennom masteroppgaven har vi diskutert, argumentert, og jobbet sammen faglig på flere fronter. Hadde vi ikke kjent hverandre så godt gjennom disse årene, og stått hverandre så nære som både studenter og kompiser, ville det kanskje blitt utfordrende for oss og gått ut av oppgaven som gode venner. Vi har i 6 måneder vist hverandre hvor mye dette betyr for oss, og vi har sammen hatt et mål om å gjøre dette så godt vi absolutt får til. Av denne grunnen går vi ut av dette studiet med en enda sterkere og tryggere relasjon, og vi takker hverandre for god, ærlig innsats gjennom disse årene.

Vi ønsker også å takke vår kjære veileder, Shipra Sachdeva, som har bistått oss på alt som skulle være, og tillatt oss å kjenne på alle de ulike følelsene en masteroppgave kan medføre. Vi opplever at du har tatt oss på alvor, og virkelig hatt et ønske om at vi skal lykkes. Vi takker for gode mailer og hyggelige veiledningstimer, og for at du har bistått med alt det faglige du har kunnskap om.

Mai 2023

Mads Petter Eriksen og Martin Aleksander Leine Syversen

Sammendrag

Gjennom denne masteroppgaven har vi hatt et mål om å se på potensiale til en lærebok i modelleringsbegrepet, etter hvordan LK20 har doblet bruken av modelleringsbegrepet sett i sammenheng med LK06. Vi har derfor studert modelleringsbegrepet, lærebokens rolle, modelleringsbegrepet i lærebøker, og sett på hvordan en utvalgt lærebok legger til rette for modelleringsoppgaver. Læreboken vi har valgt er *Maximum 10* av Gyldendal Forlag, skapt ut fra kompetansemålene til 10.trinn.

Vi har gjennomført en to-delt analyse, hvor vi starter med en del hvor vi har sett på boken som helhet. Med dette har vi både sett på oppbygning i form av sideantall, kapittelinndeling og antall oppgaver, men også hvor mange av oppgavene i boken som kategoriseres som modelleringsoppgaver. Vi har i den andre delen tatt tak i hver enkelt modelleringsoppgave, og sett hvilket potensial læreboken har i forhold til Barbosa (2006) sine tre måter å bruke modellering på: *modellering som innhold, modellering som fartøy og modellering som kritikk*. Etter vi har presentert resultatene fra analysen, setter vi de i sammenheng med tidligere forskning på både modellering, og læreboken.

Abstract

Through this master's thesis, we have had a goal of looking at the potential of a textbook in the modelling concept, after how LK20 has doubled the use of the modelling concept seen in the context of LK06. We have therefore studied the concept of modelling, the role of the textbook, the concept of modelling in textbooks, and looked at how a selected textbook facilitates modelling tasks. The textbook we have chosen is Maximum 10 by Gyldendal Forlag, created based on the competence goals for 10th grade.

We have carried out a two-part analysis, where we start with a part where we have looked at the book as a whole. With this, we have both looked at the structure in terms of the number of pages, chapter divisions and the number of tasks, but also how many of the tasks in the book are categorized as modelling tasks. In the second part, we have dealt with each individual modelling task, and seen what potential the textbook has in relation to Barbosa's (2006) three ways of using modelling: modelling as content, modelling as vehicle and modelling as critic. After we have presented the results from the analysis, we put them in context with previous research on both modelling and the textbook.

Innholdsfortegnelse

Forord.....	2
Sammendrag	3
Abstract.....	4
Innholdsfortegnelse.....	5
Oversikt over figurer og tabeller.....	8
1 Innledning	10
1.1 Problemstilling	10
1.1.2 Oppbygning.....	11
2 Bakgrunn for valgt tema	12
2.1 Fagfornyelsens modelleringsfokus	12
3 Teori.....	15
3.1 Matematisk modell	15
3.2 Hva er modellering?.....	15
3.3 Modellering i matematikk.....	19
3.3.1 Hva brukes matematisk modellering til?.....	20
3.3.2 Hvorfor modellere?	21
3.3.3 Undervisningskompetanse	21
3.4 Kritisk tenkning i matematikk	22
3.4.1 Undersøkelseslandskap	22
3.4.2 Oppgaveparadigme	23
3.4.3 Læringsmiljøer og reelle referanser	23
3.5 Lærebokens rolle i matematikken	24
3.5.1 Modellering i lærebøker.....	25
4 Metode	30
4.1 Innholdsanalyse	30
4.1.1 Hermeneutikk.....	30
4.1.2 Innholdsanalyse.....	31
4.1.3 Valg av datamateriale.....	32
4.1.4 Valg av læreverk	32
4.2 Analytisk rammeverk	33
4.2.1 Analytisk rammeverk - Horisontal analyse.....	33

4.2.2 Analytiske rammeverk - Vertikal analyse.....	39
4.3 Kvalitative kriterier.....	48
4.3.1 Pålitelighet	48
4.3.2 Gyldighet.....	49
4.4 Etske hensyn	49
4.5 Produsering av modell – et krav for å være modellering?.....	50
5 Resultater	53
5.1 Resultater i den horisontale analysen	53
5.1.1 Bokens oppbygning og struktur	53
5.1.2 Oppsummering av horisontal analyse	53
5.1.3 Eksempler fra funn i horisontal analyse.....	54
5.1.4 Kapittel 1 – Likninger og algebra	56
5.1.5 Kapittel 2 – Funksjoner.....	57
5.1.6 Kapittel 3 - Økonomi	58
5.1.7 Kapittel 4 – Se flere sammenhenger	59
5.2 Resultater i den vertikale analysen.....	60
5.2.1 En oversikt over kategorisering av modelleringsoppgaver	60
5.2.2 En oversikt over kategorisering av oppgaver som kanskje er modellering.....	62
5.2.3 Kapittel 1 – Likninger og algebra	63
5.2.4 Kapittel 2 – Funksjoner.....	63
5.2.5 Kapittel 3 – Økonomi.....	64
5.2.6 Kapittel 4 – Se flere sammenhenger	65
5.3 Eksempler fra funn i vertikal analyse.....	66
5.3.1 Modellering som kritikk.....	66
5.3.2 Modellering som innhold.....	67
5.3.3 Modellering som fartøy.....	68
5.3.4 Modellering i flere kategorier	69
5.3.5 Kategorisering av kanskje modelleringsoppgaver	72
5.4 Resultater presentert som en helhet.....	73
6 Diskusjon	75
6.1 Modellering i LK20 og i tidligere forskning	75
6.2 Modelleringsoppgavene	78
6.2.1 Modellering som innhold.....	79
6.2.2 Modellering som fartøy.....	80
6.2.3 Modellering som kritikk.....	81

6.2.4 Modellering i flere kategorier	82
6.3 Betydningen av funn	83
6.3.1 Modellering med Maximum 10 i klasserommet	83
6.3.2 Modellering i lærebøker.....	83
6.3.3 Videre forskning	84
7 Konklusjon.....	85
8 Referanseliste.....	87

Oversikt over figurer og tabeller

Figur 1: Blum & Leiß (2007) sin modelleringssyklus	16
Figur 2: Det fjerde steget i Blum (2015) sin modelleringssyklus	17
Figur 3: Eksempeloppgave fra Blum (2015)	18
Figur 4: Talltavlen (Skovsmose, 2003).....	23
Figur 5: Læringsmiljøtyper (Skovsmose, 2003)	24
Figur 6: Den hermeneutiske sirkel, Krogh (2014).....	31
Figur 7: Horisontal analyse av tekstbok (Charalambos et al., 2010, s. 123)	34
Figur 8: Analytisk rammeverk i horisontal analyse	34
Figur 9: Tilfeller etter sykdom fordelt på måned, 2020. Hentet fra Meldingssystem for smittsomme sykdommer (MSIS), FHI.....	36
Figur 10: Eksempeloppgave 1 i horisontal analyse	36
Figur 11: Eksempeloppgave 2 i horisontal analyse	37
Figur 12: Eksempeloppgave 3 i horisontal analyse	38
Figur 13: Eksempeloppgave 3 i horisontal analyse plassert i tabell	38
Figur 14: Vertikal analyse (Charalambos et al., 2010, s. 123).....	39
Figur 15: Analytisk rammeverk i vertikal analyse.....	40
Figur 16: Eksempeloppgave 1 plassert i tabell - vertikal analyse.....	41
Figur 17: Eksempeloppgave 2 i vertikal analyse - plassert i tabell.....	42
Figur 18: Tilfeller etter sykdom fordelt på måned, 2020. Hentet fra Meldingssystem for smittsomme sykdommer (MSIS), FHI.....	43
Figur 19: Eksempeloppgave 3 i vertikal analyse - plassert i tabell.....	44
Figur 20: Eksempeloppgave 4 i vertikal analyse - plassert i tabell.....	45
Figur 21: Eksempeloppgave 5 i vertikal analyse - plassert i tabell.....	46
Figur 22: Analytisk rammeverk i vertikal analyse.....	47
Figur 23: Oversikt over oppgavetyper i Maximum 10	54
Figur 24: Oppgave 4.17 i Maximum 10.....	55
Figur 25: Oppgave 1.12 i Maximum 10.....	55
Figur 26: Oppgave 2.78 i Maximum 10.....	56
Figur 27: Antall oppgaver ansett som modelleringsoppgaver, ikke modelleringsoppgaver og kanskje modelleringsoppgaver i kapittel 1 – likninger og algebra	57
Figur 28: Antall oppgaver ansett som modelleringsoppgaver, ikke modelleringsoppgaver og kanskje modelleringsoppgaver i kapittel 2 – funksjoner	58

Figur 29: Antall oppgaver i kapittel 3 ansett som modelleringsoppgaver i de tre nevnte kategoriene.....	59
Figur 30: Forholdet mellom oppgaver i flere kategorier, og oppgaver i kun én kategori.....	60
Figur 31: Fordeling av oppgavene som faller inn under kun én kategori.....	61
Figur 32: Fordeling av oppgaver som går inn under flere kategorier	61
Figur 33: Kategorisering av kanskje-oppgaver som faller inn kun én kategori.....	62
Figur 34: Fordeling av oppgaver i kapittel 1	63
Figur 35: Figur 31: Fordeling av modelleringsoppgaver i kapittel 2.....	64
Figur 36: Fordeling av modelleringsoppgaver i kapittel 3	65
Figur 37: Fordeling av modelleringsoppgaver i kapittel 4	66
Figur 38: Oppgave 4.42 i Maximum 10.....	67
Figur 39: Oppgave 2.75 i Maximum 10.....	68
Figur 40: Oppgave 4.52 i Maximum 10.....	69
Figur 41: Oppgave 2.81 i Maximum 10.....	70
Figur 42: Oppgave 2.77 i Maximum 10.....	71
Figur 43: Oppgave 4.73 i Maximum 10.....	72
Figur 44: Kategorisering av kanskje modelleringsoppgaver	72
Figur 45: Oversikt over funn i horisontal analyse	73
Figur 46: Vertikal analyse presentert som helhet	74

1 Innledning

I denne oppgaven ønsker vi å legge fokus på hvordan en lærebok legger til rette for modelleringsoppgaver. Da modellering har tatt en større plass i læreplanen etter fagfornyelsen, er det interessant for oss som kommende matematikklærere å undersøke hvordan modellering kommer frem i en lærebok. Lærebøker kan ses på som et viktig verktøy for å utøve læreplanen i klasserommet, og det kan derfor påvirke hvordan modellering vil bli undervist i henhold til fagfornyelsen i matematikk.

Vi skal undersøke hva tidligere forskning viser om modelleringens plass i lærebøker og læreplanen, og hvorfor modelleringsoppgaver er viktig. Deretter skal vi analysere en lærebok, og se på både antall modelleringsoppgaver, men også hva man får ut av hver enkelt modelleringsaktivitet. Vi vil så knytte resultatene av analysen opp mot den tidligere forskningen, og se sammenhenger mellom de ulike forskningsresultatene.

1.1 Problemstilling

Da vi ønsker en tydeligere oversikt over hvordan læreverket legger til rette for arbeid med modellering knyttet til hvordan læreplanen ønsker at elevene skal danne kunnskap om det, har vi bestemt oss for å besvare følgende problemstilling:

Hvordan kommer matematisk modellering frem i et læreverk på 10.trinn sett opp mot LK20?

For å bryte ned problemstillingen har vi delt den inn i to forskningsspørsmål vi skal basere forskningen vår på:

- 1. Hvilken rolle har matematisk modellering i læreplan i LK20, uavhengig av klassetrinn?*
- 2. Hvordan legger Maximum 10 opp til å jobbe med matematisk modellering sett opp mot LK20?*

Med “rolle” mener vi hvilken forståelse av modellering kommer frem i LK20, som igjen legger grunnlaget for hvordan matematikkundervisningen tilrettelegges i den norske skolen. I forskningsspørsmål 2 skal vi ta for oss hvordan denne rollen blir ivaretatt i et læreverk, både med hensyn til hva, hvor mye og ikke minst hvordan modellering skal jobbes med i læreverket.

Målet er å se forholdet mellom Maximum 10 og læreplan, og hvordan oppgavene i læreboken legger til rette for kompetansen læreplanen har som mål at elevene skal oppnå. Ønsket vårt til å forske på nettopp dette baseres på hovedsakelig to ting, som henger sammen:

1. Modellering som en aktivitet til å lære matematikk, og viktigheten av å bruke modellering i undervisningen. Dersom modellering blir brukt riktig, mener vi at den kan legge til rette for utvikling i mange matematiske konsepter, og vil styrke den enkeltes elev sin matematiske kompetanse.

2. Hvilken rolle læreverkene tradisjonelt sett har i skolen. Blant annet grunnet tidspress, har vi tidligere sett tilfeller i praksis hvor læreren stort sett forholder seg til, og gir tillit til, læreverkene. Med dette mener vi at lærerne baserer sin undervisning på læreverkene, og legger undervisningen opp ut fra læreverk, istedenfor å bruke læreverkene som et verktøy i undervisningen sin.

1.1.2 Oppbygning

I denne oppgaven vil vi undersøke hva tidligere forskning viser om modelleringens plass i en lærebok og læreplanen, og hvorfor modelleringsoppgaver er viktig. Deretter skal vi analysere en lærebok, og se på både antall modelleringsoppgaver, men også hva man får ut av hver enkelt modelleringsoppgave. Vi vil så knytte resultatene av analysen opp mot den tidligere forskningen, og se sammenhenger mellom de ulike forskningsresultatene. I analysen vår skal vi presentere et verktøy for å se på hvor ofte modelleringsoppgaver fremkommer i læreverket vårt ut fra vår definisjon av modellering, for å så se på hvordan oppgavene kan jobbes med i forhold til Barbosa (2006) sine tre ulike kategorier for å forstå modellering på:

- Modellering som fartøy
- Modellering som innhold
- Modellering som kritikk

Metoden vi skal utføre i forskningen i masteroppgaven vår blir innholdsanalyse. Vi vil gå inn på hvilke oppgaver vi kan definere som modelleringsoppgaver ut fra en egendefinert og/eller definisjoner av andre forfattere innen fagfeltet – eksempelvis nevnte Barbosa (2006). Deretter vil vi bryte ned oppgavene, og se på hvilke oppgaver som faller inn under de ulike modelleringsaktivitetene, modellering som fartøy, kritikk og innhold.

Etterfulgt av analysen vår, vil diskusjonen rundt modellering i det utvalgte læreverket og læreplanen presenteres. Dette skal drøftes i hvilken grad læreverk kan hjelpe til å utvikle elevs matematiske kompetanse gjennom modelleringsaktiviteter. Avslutningsvis vil vi komme med anbefalinger til videre forskning knyttet til både modellering og modelleringsoppgaver i læreverk.

2 Bakgrunn for valgt tema

Matematisk modellering er et tema vi har fått stor interesse for underveis i lærerutdanningen ved HIOF, og vil dermed bruke det som tema for denne oppgaven. Selv har vi siden utgivelsen av LK20 fått ett inntrykk av at modellering skal mer inn i matematikkundervisningen. Vi har praksiserfaringer som har vist oss mye undervisning vi anser som tradisjonell, hvor det er stort fokus på oppgaveparadigme. Vi har også gode opplevelser rundt matematiske problemstillinger som elevene kan knytte opp mot egen hverdag. Spesielt oppgaver som går ut på barn og ungdoms interesseområder har i større grad vært attraktive oppgaver. Vi ser på det som utfordrende å definere hvilket utbytte elevene har fått gjennom å løse modelleringsoppgaver i undervisningen vi har opplevd, og dette legger grunnlag for hvorfor vi ønsker å studere modellering i norsk matematikkundervisning, gjennom lærebøker. I praksis opplever vi at også at læreboka spiller en stor rolle i matematikkundervisningen til lærere. Vi har tidligere også opplevd at mye undervisning er lagt opp ut fra læreverk, ved at lærer legger opp perioder utfra kapitler i matematikkbøkene til elevene.

Hovedmålet for denne oppgaven er som nevnt tidligere å se på hvordan det legges til rette for modelleringsoppgaver i en lærebok sett opp mot læreplan 2020, og for å finne ut av dette skal vi gjennomføre en kvalitativ innholdsanalyse hvor vi analyserer et læreverk, samt se hvordan modellering er fremhevet i den nye læreplanen. Vi håper at vår forskning blir relevant for skoleledere og de ulike forlagene som lager læreverk i matematikkfaget til den norske grunnskolen. Samtidig har vi et mål om at den skal være samfunnsrelevant for å sette et tydeligere fokus på modellering i undervisningen til norske lærere og lærerstudenter, og at den derfor også blir nyttig for å forbedre en etablert eller uetablert undervisningspraksis. Kunnskapen vil kunne brukes til å få modellering i matematikkfaget mer konkret, og vil hjelpe både skoleledere og faglærere å velge ut læreverk som samsvarer med deres tanker og metoder for å benytte modellering i forhold til hensikten av LK20.

2.1 Fagfornyelsens modelleringsfokus

LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019) beskriver matematisk modellering som en «beskrivelse av virkeligheten med matematisk språk». Et av kjerneelementene i matematikk etter fagfornyelsen i 2020 (LK20), er modellering og anvendelser. Her blir modellering definert som prosessen av å lage modeller som beskriver dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet generelt (Kunnskapsdepartementet, 2017). Modell blir her definert som en beskrivelse av virkeligheten med matematisk språk. Det står også at eleven skal kunne validere om modellene er gyldige,

og om de kan brukes i andre, lignende situasjoner. Da Covid-19 tok over svært mye av fokuset i samfunnet i starten av 2020, ble modeller brukt for å vise de kritiske faremomentene pandemien medførte. Dersom noen utenfor fagfeltet spør hva modellering er, kan vi forklare det med et eksempel om hvordan matematisk modellering ble brukt til å gjenspeile og prognosere om risikoene samfunnet vårt sto overfor under pandemiperioden.

Her har man altså et virkelig problem (pandemi, sykdom, død), tar med problemet inn i den matematiske verden (statistikker knyttet til antall smittede, antall i respiratorer, antall døde). Deretter tar man med dette tilbake til verden for å begrunne ulike samfunnskritiske faktorer som for eksempel den verdensomfattende koronapandemien. Det å forstå modeller fikk et ekstra fokus med tanke på hvordan vi nå måtte bruke modellene for å forstå den reelle faren vi nå sto ovenfor.

Gjennom fagfordypning i matematikdidaktikk i høsten 2022, ble vi kjent med matematisk modellering som en utforskende arbeidsmåte i undervisning og læring av matematikk. Vi oppfatter modellering som en interessant arbeidsmåte og er opptatte av å gjøre matematikkundervisningen virkelighetsrelevant for elevene, derfor har vi valgt å undersøke modelleringsoppgaver i dybden. Målet vil være å se på hvordan arbeid med kjerneelementet «modellering og anvendelser» blir tilrettelagt for i en lærebok på 10. trinn. Grunnen til at vi har valgt 10. trinn bunner i at det er lagt mest vekt på modellering i 10.trinns kompetansemål. Matematikkfaget er det eneste faget i læreplanen hvor det er et kompetansemål til hvert trinn, og kompetansemålene på 10. trinn er de som legger mest vekt på modellering på ungdomstrinnet, hovedsakelig gjennom disse kompetansemålene (Kunnskapsdepartementet, 2017):

Eleven skal kunne:

- bruke funksjoner i modellering og argumentere for framgangsmåter og resultat
- modellere situasjoner knytte til reelle datasett, presentere resultata og argumentere for at modellene er gyldige

I tillegg til at det er et eget kjerneelement, og at modellering tar plass i flere kompetansemål, står det i fagets relevans og verdier at «Matematikk er et sentralt fag for å kunne forstå mønstre og sammenhenger i samfunnet og naturen gjennom modellering og anvendelser. Matematikk skal bidra til at elevene utvikler et presist språk for resonnering, kritisk tenkning og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering.» (Kunnskapsdepartementet, 2017).

Vi mener at modellering er en naturlig del av utforskende arbeidsmåter generelt, spesielt med tanke på at det er et eget kjerneelement. Det kan bli spennende å se hvilke endringer som gjøres i læreverket generelt, men også i modelleringsaktiviteter, de neste 5-10 årene. Vi håper å bidra inn i forskningsfeltet med kunnskap om å forstå betydningen av modelleringsoppgaver og hvordan disse kan fremme ulike kompetanser hos elevene gjennom å undervise i matematikk.

3 Teori

Denne studien har fokus på hvordan matematisk modellering kommer frem i et bestemt læreverk. For å besvare vår problemstilling, er det sentralt å se på forskning innenfor feltet som vi videre kan knytte til analysen av hvordan modellering kommer frem i nye læreverk. I dette kapittelet vil vi kort gjøre rede for matematisk modellering og beskrive modelleringens plass i skolen.

3.1 Matematisk modell

Blomhøj (2006) definerer matematisk modellering som når matematikk blir brukt til å beskrive, forklare eller forutsi forhold som ligger utenfor matematikken selv. Det er disse beskrivelsene som kalles en modell. Beskrivelser av våre antakelser for hvordan verden fungerer er ifølge Lawson og Marion (2008) kjerneelementet i matematisk modellering. En modell kan presenteres med bruk av ulike representasjoner: *funksjonsuttrykk, formel, tabell og graf* – som vil si at om man presenterer det samme uttrykket med ulike representasjoner vil det være den samme matematiske modellen. To matematiske modeller er kun ulike når det er noe som er forskjellig med hensyn og hva en tar hensyn til og hva en tar med av variabler i beregningen (Blomhøj, 2006, s. 85-87).

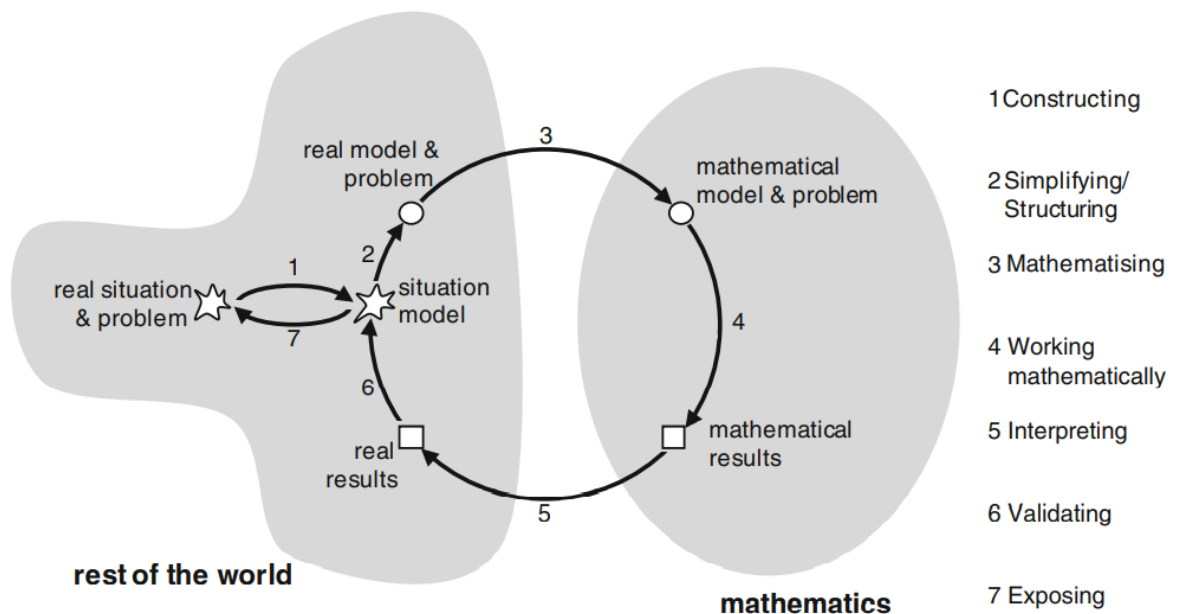
Det er vanlig å skille mellom to ulike former for matematiske modeller: Deskriptive og normative modeller. Niss (2015) definerer deskriptive modeller som en modell hvor man aktivt jobber med å forstå virkeligheten, ved hjelp av matematikk. Modeller som viser arbeidsledighet eller befolkningsvekst er typiske deskriptive modeller, hvor man med andre ord skaffer seg kunnskaper om virkeligheten og jobber med å beskrive virkeligheten matematisk. På en annen side kan deskriptive modeller også beskrive dagliglivet, hvor man selv må lage modellene selv for å få en forståelse for den optimale løsningen. Et eksempel kan være hvilken strømleverandør det er mest lønnsomt å velge. Ifølge Niss (2015) brukes normative modeller for å beskrive hvordan man skal systematisere, organisere eller strukturere ulike synsvinkler på verden ved hjelp av matematikk.

3.2 Hva er modellering?

Modelleringskompetanse blir beskrevet som en kompetanse der man identifiserer relevante spørsmål, variabler og sammenhenger i fra den virkelige verden, før man deretter oversetter denne kunnskapen til matematikk (Greefrath, 2015, referert i Blomhøj & Jensen, 2007). For at elevene skal kunne tilegne seg denne kunnskapen bør de få mulighetene til å arbeide med modelleringssyklusen til Blum & Leiß (2007), som vises i Figur 1. Underveis i

arbeidsprosessen må elevene forstå oppgaven, lage en modell tilknyttet situasjonen, analysere modellen og tolke resultatet (Niss & Blum, 2020).

Blum (2015) beskriver eksempler på virkelighetsproblemer, og tar oss gjennom eksempler på hvordan vi bruker de virkelige problemene i en modelleringsprosess. Vi ønsker å presentere hvordan Blum (2015) sin modell kan brukes som et utgangspunkt i en modelleringsprosess, med et av eksemplene Blum (2015) har i sin artikkel.



Figur 1: Blum & Leiß (2007) sin modelleringssyklus

Blum (2015) trekker frem et eksempel på hvordan denne modellen kan beskrive en modelleringsprosess. I vår masteroppgave vil vi blant annet ta utgangspunkt i denne syklusen når vi definerer matematisk modellering, hvor definisjonen igjen bestemmer hvordan vi analyserer oppgaver, og om en oppgave er en modelleringsoppgave eller ikke. Modelleringssyklusen til Blum & Leiß (2007) er også viktig fordi den visualiserer modelleringsprosessen fra start til slutt.

Eksemplet artikkelen trekker frem er fra en kunstutstilling i byen Kassel. Gjennom denne kunstutstillingen blir alt litt dyrere, da det kommer mange turister. En Hercules t-skjorte koster for eksempel 15.99 euro i sentrum, men på et kjøpesenter ikke alt for langt unna koster den 12.99. Spørsmålet blir derfor:

«Er det verdt å kjøre til kjøpesenteret for å kjøpe t-skjorten der?»

Forfatteren løser oppgaven slikt:

Steg 1: Konstruerer en mental modell av situasjonen.

Steg 2: Vi forenkler og strukturerer denne mentale modellen ved å anta at vi reiser med bil, at bilen vår bruker ca. 10 liter drivstoff per 100 km, at drivstoff koster 1.599 euro per liter, samt at distansen vi må kjøre fra sentrum til kjøpesenteret er 5 km.

Steg 3: Vi konstruerer en passende matematisk modell ved å matematiskere disse konseptene og tankene vi dannet oss i steg 2.

$$\mathbf{C\text{-downtown} = 15.99 \text{ €}}$$

$$\mathbf{C\text{-dez} = 12.99 \text{ €} + 2 \cdot d \cdot a \cdot b, \text{ d: distance, a: consumption, b: gas price}}$$

$$\mathbf{C\text{-dez} < C\text{-downtown?}}$$

Step 4: We work mathematically by calculating $C\text{-dez} \approx 12.99 \text{ €} + 1.60 \text{ €} = 14.59 \text{ €}$ and by comparing: Yes, $C\text{-dez} < C\text{-downtown}$!

Figur 2: Det fjerde steget i Blum (2015) sin modelleringscyklus

**Dez er navnet på dette kjøpesenteret.*

Steg 4: Vi jobber matematisk ved å regne ut avstanden sentrum – kjøpesenter ($C\text{-Dez}$) = 12.99 E + 1.6 E = 14.59 E, og sammenligner dermed med den opprinnelige prisen i sentrum (15.99 E).

Steg 5: Bruker dette matematiske resultatet inn i den virkelige verden igjen. Det er billigere å handle på kjøpesenteret, og man sparer 1.4 E.

Steg 6: Kobler det mer inn i virkeligheten, og validerer resultatet vårt: Gir det mening å kjøre 10 km for å spare 1.4 euro? Hva med å bruke denne tiden på å titte på kunst, samt risikoen for en ulykke, eller klimaavtrykket? Kanskje vi må begrense modellen vår litt, eller bare bestemme at det ikke nødvendigvis er lurt selv om det matematiske resultatet viste at vi sparte penger.

Steg 7: Til slutt skriver vi ned hele løsningen.

Det finnes flere slike modeller for modellering:

En matematisk modell er i artikkelen definert som et bevisst forenklet og formalisert bilde av et domene D av den virkelige verden, en undergruppe M av den virkelige verden og en overgang fra D til M (Blum, 2015). Denne definisjonen blir forstått av oss som noe abstrakt i forhold til hvordan vi ønsker å bruke definisjonen av matematisk modell i oppgaven vår, og det vil derfor være viktig for oss senere å presentere flere definisjoner av hva en matematisk modell er.

Blum (2015) definerer også modelleringskompetanse som evnen til å konstruere og bruke eller anvende matematiske modeller ved å utføre passende trinn, samt å analysere eller sammenligne gitte modeller. Artikkelen påpeker at matematisk modellering er en kognitivt krevende aktivitet, grunnet at flere kompetansebehov, både matematiske, og ikke-matematiske, er nødvendig for å gjennomføre modellering. Det kan trekkes frem hvordan man må gjenkjenne det matematiske i et virkelig problem, for å kunne ta det med inn i matematikken. Det vil derfor være vanskelig å utføre modellering hvis man ikke har kompetanse i matematiske konsepter som for eksempel statistikk, dersom oppgaven eller problemet krever slik kompetanse for å utføre/løse problemet.

Modellering er derfor noe som elever sliter med på PISA-tester, og kun 26% av alle 15-åringene som gjennomførte en spesifikk oppgave, svarte riktig på en multiple choice (Figur 3).

ROCK CONCERT

For a rock concert a rectangular field of size 100 m by 50 m was reserved for the audience. The concert was completely sold out and the field was full with all the fans standing.

Which one of the following is likely to be the best estimate of the total number of people attending the concert?

A 2 000
B 5 000
C 20 000
D 50 000
E 100 000

Figur 3: Eksempeloppgave fra Blum (2015)

Avslutningsvis påpeker Blum (2015) viktigheten av matematikk som et verktøy for å forstå og håndtere nåværende og fremtidige situasjoner i verden, som et verktøy for å kunne utvikle generelle matematiske kompetanser, og sist som en viktig del av kultur og samfunn, og som verden i det store bilde.

I aktiviteter knyttet til modellering er det behov for det Ferri (2018) definerer som ekstra-matematisk kunnskap. Dette er kunnskap som ikke nødvendigvis vises direkte i oppgaven, men som man utarbeider fra personlige erfaringer knyttet til konteksten. Slik kunnskap hentes ofte fra andre fagfelt eller hverdagslige situasjoner. Denne ekstra-kunnskapen kan ses og settes i sammenheng med «ikke-matematisk kompetanse», beskrevet av Blum (2015) over. Blum (2015) poengterer at behovet for denne ekstra-kunnskapen, i tillegg til fagspesifikk kunnskap er svært utfordrende for lærere når man skal undervise om modellering i matematikk.

3.3 Modellering i matematikk

Blomhøj og Jensen (2003) beskriver matematisk modellering som en prosess hvor en prøver å beskrive virkeligheten ved bruk av matematisk språk. Lawson (2008) definerer modellering som en oversettelse mellom våre tanker om verden og matematikk. Det står videre at modellering hjelper oss med å formulere ideer, og identifisere underliggende antakelser. På grunn av det presise, matematiske språket kan det være utfordrende å omdanne dagligtale til matematikk, men det er ofte nødvendig. Dersom man oversetter og forenkler definisjonen av matematisk modellering til Blum (2015), blir det definert som en forenklet måte å omdanne et virkelig problem til et matematisk problem. Vi definerer modellering som prosessen om å gjøre om et virkelig problem, løse det matematisk ved hjelp av modeller, og bruke den matematiske løsningen inn i refleksjoner og diskusjoner om problemet, på bakgrunn av modellen som er presentert. Det er denne definisjonen vi skal gå ut fra i analysen vår.

Slik vi ser det begynner modelleringsprosessen med et virkelig problem, som man avgrenser, strukturerer og simplifiserer til en matematisk modell. Matematisk modellering handler derfor blant annet om å bruke matematikk til å aktivt løse oppgaver som ikke har en matematisk sammenheng naturlig. Med dette mener vi oppgaver, problemer eller situasjoner i hverdagslivet som ikke nødvendigvis er gitte matematiske problemer, men heller bruke matematikken til å løse utfordringer i virkeligheten. Problemene det er snakk om kan være fra fagområder som fysikk eller statistikk fra hverdagslige situasjoner, og modellering vil ofte være nyttig for å kunne forklare samfunnsutfordringer på en enklere måte. For de kommende elevene er det ifølge den nye læreplanen viktig å kunne tenke kritisk og ha et kritisk blikk til modellene som man blir forespeilet.

Ved å aktivt jobbe med modellering i matematikken kan man ifølge Hansen (2010) utvikle kompetanse om hvordan slike modeller blir til og hvordan de kan utarbeides for å vise et ønsket resultat og ikke nødvendigvis hele sannheten. Den nye læreplanen ønsker å gi elevene innsikt

i hvordan modellene man møter i matematikken blir brukt i hverdagen. Ved å arbeide med matematisk modellering skal elevene øves til kritisk tenkning på bakgrunn av at man må vurdere ulike modeller, i tillegg til at man aktivt jobber med gyldigheten samt troverdigheten til modellene. Blum (2015) understreker at ved å bruke begrepene modellering og anvendelse i jobber man med både den matematiske prosessen, men også det matematiske produktet i modelleringsprosessen.

Ifølge Niss og Blum (2020) er det ikke lenger et spørsmål hvorfor eller om modellering skal inn i skolen, men heller hvordan dette skal gjennomføres. De understreker to overordnende grunner til at modellering skal være en viktig del av undervisningen i matematikk. Den første grunnen er matematikk for modelleringens skyld, med tanke på at det er et mål at elevene skal utdannes til å kunne ta del i det sosiale livet, samt bli uavhengige og fornuftige individer i samfunnet. Den andre delen handler om modellering for matematikkens skyld. Her er det fokus på at matematisk modellering er et *verktøy* for å få en dypere forståelse av matematikk (Niss & Blum, 2020).

3.3.1 Hva brukes matematisk modellering til?

Ved å ta i bruk matematisk modellering jobber man innenfor ulike bruksområder både i og utenfor klasserommet. Ifølge Barbosa (2006) er det to krav til modelleringsprosessen for å kunne jobbe med modellering: aktiviteten må være et problem og ikke en øvelse, samt at aktiviteten må være fra virkeligheten eller en vitenskap som ikke er rent matematisk. Modellering kan ifølge Barbosa (2006) forstås på tre ulike måter: modellering som *innhold*, modellering som *fartøy* og modellering som *kritikk*.

Modellering som innhold handler om å jobbe med matematisk modellering for å bli bedre på modelleringsprosessen (Barbosa, 2006). Vi forstår det som at modellering som innhold handler om å skape kompetanse i hvordan man utvikler, leser, forstår og bruker matematiske modeller. Modellering som innhold vil derfor legge et grunnlag for å kunne arbeide med modellering som fartøy og kritikk.

Modellering som fartøy handler om å bruke modellering til å utvikle forståelse for andre matematiske konsepter enn modeller (Barbosa, 2006). Vi forstår det som at man bruker modellering til å skape kompetanse i eksempelvis algebra, ved hjelp av samfunnsrelevante problemer og bruk av modeller. Man må her begrunne modelleringsprosessen opp mot de andre matematiske konseptene som oppgaven legger til rette for, og målet med oppgaven vil ikke nødvendigvis være å bli bedre i modellering.

Modellering som kritikk handler om et samarbeid med de to nevnte kategoriene, hvor det å forstå modelleringsprosessen eller det å forstå hvilken matematikk som ligger til grunn i arbeidet med modelleringen vil gi et innblikk i hva modellene forteller og hvor de eventuelt kan brukes (Barbosa, 2006). Alrø og Skovsmose (2002) poengterer at en viktig del av det å utvikle forståelse er gjennom det å være kritisk til det man har funnet ut. Vi forstår også modellering som kritikk som et svært viktig poeng til hvorfor man skal jobbe med modellering, da det vil bidra til å skape refleksjon og diskusjon til samfunnskritiske forhold, som for eksempel det nevnte Covid-tilfelle, hvor politikere måtte bruke matematiske modeller for å argumentere for hvorfor det var nødvendig å stenge ned landet. Slik vi forstår modellering som kritikk, er mye av politikken i Norge i dag basert på informasjon samfunnsborgere får gjennom modeller.

Barbosa (2007) viser til at å gjennomføre modelleringsaktiviteter i klasserommet kan være positivt for elevene. Det fremheves at elevene blant annet får muligheter til å arbeide rundt det å modellere, argumentere og i tillegg kommunisere med hverandre. Samtidig får de også reflektere over eventuelle resultater. Blum og Leiß (2007) påpeker at det er avgjørende at lærerne har en støttende rolle til at elevene jobber selvstendig, slik at man ikke gir hele oppskriften, eller er helt fraværende.

3.3.2 Hvorfor modellere?

Blomhøj (1993) peker på flere argumentasjoner for å drive matematisk modellering. «Arbejde med opbygning, analyse og kritik af simple matematiske modeller kan give grundlag for elevernes tilegnelse af teoretisk matematiske begreber, og til at disse begreber bliver en integreret del af elevernes viden og kunnen.» (Blomhøj, 1993, s. 19). Det påpekes videre at ved å bruke elevens erfaring og forkunnskaper vil det danne et større grunnlag for læring, og matematisk modellering vil være en måte å knytte reelle erfaringer til matematikken. Man får her en didaktisk gevinst ved at matematikken blir relevant for elevene, men også ved at elevene lærer å knytte matematiske begreper opp mot virkeligheten. I tillegg til de matematiske begrepene, vil modelleringsoppgaver også være veien å gå for å skape kritisk tenkning og refleksjon.

3.3.3 Undervisningskompetanse

For at en lærer skal lykkes med modellering i klasserommet argumenterer Kuntze, Siller & Vogl (2013) at positive erfaringer og mestringsfølelse er to sentrale byggesteiner. Lærers selvpoppfatning av fagdidaktisk kunnskap er særdeles viktig når man skal undervise i

modellering. Det er viktig at læreren innehar nødvendig didaktisk kompetanse for å undervise i matematisk modellering (Niss & Blum, 2020). Videre understreker Niss og Blum (2020) at det er sentralt for lærere ved lærerutdanningen, samt videreutdanningen, at de utfordres slik at undervisningskompetansen øker. Dette vil gi det et økt fokus på overbevisninger, men også hverdagsaktivitet i klasserommet, som kan fremme gode læringsmiljøer for elevene.

Kuntze (2011) viser til to faktorer som anses viktige for at læreren skal jobbe med modellering i klasserommet. Den første faktoren er kunnskap og kompetanse om modellering, og den andre er valg av gode modelleringsoppgaver. Oppgaver som har egnet kompleksitet og som er aktivt tilpasset læringsmål er viktige for utviklingen av elevenes modelleringskompetanse. På bakgrunn av at lærerens erfaringer er viktig, poengterer Oliveira og Barbosa (2010) at det trengs flere studier for å se på de pedagogiske dimensjonene av modellering i skolen, samt i lærerutdanningen.

Vi opplever at lærebøker har hatt en stor betydning for den norske skolen, noe vi kan begrunne nedenfor. Lærerens utfordringer med modellering er ikke kun tilknyttet undervisningssituasjoner, men også fagdidaktisk kunnskap om modellering.

3.4 Kritisk tenkning i matematikk

Skovmose (2003) påpeker at utvikling av matematisk kompetanse ofte skjer løsrevet fra utvikling av kompetanse i kritisk tenkning, men at det ikke trenger å være slik. Skovmose (2003) undrer om hvordan matematikk kan bidra til å tolke, forstå og gjennomskue hvordan teknologien fungerer i en sosial sammenheng, som igjen kan utfordre ulike autoritetsformer. Kritisk tenkning i matematikk trenger ikke å en bestemt metodikk, men er noe som ofte kan implementeres i matematikkundervisning, og defineres av Skovmose (2003) som et perspektiv på undervisning og læring.

3.4.1 Undersøkelseslandskap

Et undersøkelseslandskap er ifølge Skovmose (2003) når man som elev ikke kan unngå spørsmålet «hva skjer hvis», som en konsekvens av begeistring for å utforske rundt oppgaven. Et eksempel som presenteres er hva som skjer når man har en talltavle med mange tall, tar tak i 2 utvalgte tall innenfor et rektangel ab og cd , og regner ut ved hjelp av formel $F = ac - bd$ (Skovmose, 2003):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	...						

Figur 4: Talltavlen (Skovsmose, 2003)

Vi ser her at $22 \cdot 34 - 24 \cdot 32 = -20$, og at $37 \cdot 49 - 39 \cdot 47 = -20$.

Dersom læreren kan skape undring som overføres til elevene, og elevene selv har et ønske om å utforske videre, er det et eksempel på hvordan man kan befinne seg i et undersøkelseslandskap. Eksempelvis kan elevene spørre seg selv «hva skjer dersom jeg flytter rektangelet dit?», eller «hva skjer dersom vi gjør det samme med andre figurer?». Målet med utforskningen vil være å se mønstre ved å bytte om på tall og andre variabler. Skovsmose (2003) mener at undersøkelseslandskap utgjør en invitasjon til elevene til å gjennomføre en utforskning.

3.4.2 Oppgaveparadigme

Ved at læreren gjennomgår nytt stoff, utvalgte oppgaver for at så elevene skal jobbe med oppgaver i par eller individuelt, er vi i Skovsmose (2003) sin definisjon av oppgaveparadigme. Forfatteren mener at å jobbe innenfor oppgaveparadigme er ganske annerledes enn å utforske et undersøkelseslandskap. Skillet går i at man i oppgaveparadigme jobber med formulerte oppgaver, mens undersøkelseslandskapet handler mer om å utforske rundt ulike tall og variabler knyttet til oppgaven.

3.4.3 Læringsmiljøer og reelle referanser

Mens Skovsmose (2003) skiller mellom oppgaveparadigme og undersøkelseslandskaper, skiller han også mellom matematikk som går under kategoriene «ren matematikk», «semi-virkelige referanser» og «reelle referanser», hvor den siste kategorien må stamme fra realitetens verden. Skovsmose (2003) har laget en tabell for å kunne kategorisere oppgaver ut fra hvilket læringsmiljø oppgaven legger til rette for.

Tabellen ser slik ut:

	Oppgaveparadigme	Undersøkelleslandskaper
Refererer til «ren» matematikk	1	2
Refererer til en «semi-virkelighet»	3	4
Reelle referanser	5	6

Figur 5: Læringsmiljøtyper (Skovsmose, 2003)

Eksemplet presentert av Skovsmose (2003) som forklarer «semi-virkelighet» er som følger:

Eksempel 1 «semi-virkelighet»: Butikkeier A selger dadler for 85 pence per kilogram. Butikkeier B selger 1.2 kilogram for 1.2£.

- a) Hvilken butikk er billigst?
- b) Hva er prisforskjellen mellom de to butikkene, hvis det kjøpes 15 kilogram dadler?

Eksemplet er «semi-virkelig» og ikke «reell referanse» til virkeligheten fordi det ikke gir mening for elevene å kjøpe 15 kilogram med dadler, og oppgaven er laget kun for det matematiske.

Skovsmose (2003) mener at dersom elevene presenteres for eksempel tabeller med lønninger innenfor bestemte yrker, og får i oppgave av å sammenligne lønninger, vil det være reelle referanser dersom tallene er hentet fra reelle lønnsstatistikker. Denne forskjellen mellom «semi-virkelighet» og «reell referanse» er viktig for oppgaven vår, da vi vil bruke denne forskjellen for å kunne avgjøre om vi mener en oppgave er et virkelig problem, eller om det er et fiksjonelt problem som er oppdiktet kun for matematisk læring. Det vil si at vi krever at oppgaven kan plasseres innenfor læringsmiljøtype 5 eller 6 for at den skal kunne vurderes som en modelleringsoppgave.

3.5 Lærebokens rolle i matematikken

Det er utfordrende å definere hva en lærebok er. Dette fordi lærebøker er svært forskjellige, og blir brukt og opplevd på forskjellige måter. Felles for dem er at det er tekster og bilder som brukes til undervisningsformål. Som nevnt i innledningen, har vi et inntrykk om at det

tradisjonelt sett legges opp til undervisning som slavisk følger inndelingen i de ulike læreverkene i matematikk.

Internasjonal forskning peker på lærebøker som en viktig kunnskapskilde i matematikk, og undersøkelsen TIMMS (Trends in International Mathematics and Science Study) fra 2007 indikerer at læreboka er en primærkilde for undervisning og læring av matematikk (Frejd, 2013)

Bruken av lærebøker i svenske klasserom fortsatt er en utbredt praksis, basert på en litteraturgjennomgang av forskning på svenske lærebøker i matematikk (Jablonka & Johansson, 2010, referert i Frejd, 2013, s. 43). Til tross for dette, påpeker Frejd (2013) videre at diskusjonen rundt lærebøker har pågått i Sverige i over 200 år.

Læreboka har også hatt en stor rolle i den norske skolen. I 2005 ble det gjennomført en kartlegging av læremidler og læremiddelpraksis, hvor det ble gjennomført en 3-delt studie av læremidlenes rolle i klasserommet, og innholdet i ulike lærebøker. Studien ble gjennomført av Skjelbred, Solstad & Aamotsbakken (2005), og rapporten forteller at læreboka står for store deler av klasseromsundervisningen. Til tross for at det ikke kun forskes på matematikk i denne studien, forteller studien oss hvor viktig læreboka har vært i skolen. Dette underbygger noen av våre inntrykk, som vi har fått gjennom praksisopplevelser. Studien er viktig for oss, da det er begrenset med forskning på lærebokens rolle i den norske skolen. I 2005 var opplæringen i skolen basert på L97, og i etterkant har LK06 og LK20 tatt over opplæringen. I LK20 rettes fokuset mer på utforskende arbeid enn tidligere, og det vil derfor være spennende å få oppdatert forskning på hvordan læreboka kan brukes i henhold til læreplanen, også i fremtiden.

3.5.1 Modellering i lærebøker

Undervisning i modellering på ungdomskolen blir ofte hindret av mangelen på tilstrekkelige matematiske lærebøker (Ikeda, 2007, referert i Frejd, 2013, s. 43), og modellering blir kun implisitt beskrevet i primære lærebøker i Frankrike og England (Cabassut & Wagner, 2011, referert i Frejd, 2013, s. 43). Meyer (2015) har studert hvordan ulike modelleringsaktiviteter kommer frem i læreverker på videregående skole i USA utgitt av det private, amerikanske forlaget McGraw-Hill. Studien deler inn modellering inn i 5 «valg» som elevene tar i en prosess for å fullføre en modelleringsoppgave. Inndelingen er gjort av CCSSM (Common Core State Standards for Mathematics):

1. Identifisere essensielle variabler i en situasjon:

- Dette handler om hvordan elevene må stille seg selv spørsmålet: «Hvilken informasjon er viktig her?».
 - Kun 7 av de 83 oppgavene som er analysert ga mangelfull informasjon, som tyder på at oppgavene stort sett hadde et godt nok informasjonsgrunnlag for at elevene kunne gjennomføre oppgaven.
2. Formulere modeller fra disse variablene: Dette handler om å skape modeller ut fra variablene oppgaven gir informasjon om.
- I 76% av oppgavene så er modellene gitt, enten ved at læreboka gir modellen i teksten av problemet, inkludert ligninger og tabeller og grafer i oppgaven før studenten opplever et behov, eller at oppgaven refererer til en modell tidligere i boken deres. Med dette menes det at en modell allerede er presentert. Det vil si at i 76% av oppgavene kreves det ikke av eleven å skape modeller ut fra informasjonen de har.
3. Gjennomføre operasjoner ved å bruke disse modellene, samt tolkningen av resultatene
- 86% av oppgavene som er merket «modelleringsoppgaver» ber elevene om å gjennomføre en operasjon:
 - Lage grafer ut fra funksjoner
 - Evaluere nummere i en likning
 - Utfylle tabeller
 - 81% av oppgavene ber studenter legge til enheter til svarene deres, eller bruke enheter på en eller annen måte.
4. Validerer konklusjonen av disse resultatene
- Kun 4 av de 83 analyserte oppgavene ber elevene vurdere konklusjonene av de matematiske modellene som er laget opp mot virkelige problemer

Studien er viktig fordi den forteller noe om hvordan modellering kommer frem i en lærebok i et annet land, men det er viktig å presisere at Meyer sin definisjon av modelleringsoppgaver går ut på oppgaver hvor det er involveres modeller, uten at den nødvendigvis trenger å ha en reell kobling til et virkelig problem. Til tross for dette ønsker vi å presentere den i oppgaven vår for å vise hva slags modelleringsoppgaver man kan finne i en lærebok. Det har vært utfordrende for oss og finne gode studier knyttet til modellering i lærebøker.

Den neste studien vi skal presentere, gjort av Berget & Bolstad (2019) er svært relevant for studien vår, og omhandler hvordan modellering fremkommer i LK20 kontra LK06. I studien presenterer Berget & Bolstad (2019) fire ulike grunner til å innføre matematisk modellering i læreplaner og undervisning, utarbeidet av Blum (2015):

- Pragmatisk: Omformuleringen av problemer til matematikk vil bidra til at elever bedrer evnen til å forstå og mestre hverdagslige situasjoner.
- Formativ: Modelleringsaktiviteter bidrar til å bedre ulike matematiske kompetanser. Med dette menes det ikke kun modelleringskompetanse, men også andre kompetanser som for eksempel argumentasjonskompetanse.
- Kulturell: Modellering brukes til å se samfunnet matematisk.
- Psykologisk: Modellering er med på å gjøre matematikk mer virkelighetsnær og relevant, som i større grad vil skape interesse og motivasjon for å drive med matematikk, og forså matematikk på en bedre måte (Berget & Bolstad, 2019)

Disse fire grunnene henger sammen med hvordan Barbosa (2006) kategoriserer modellering, og viser ifølge Berget & Bolstad (2019) en sammenheng mellom det matematiske og det hverdagslige. Berget & Bolstad (2019) har studert hvordan modellering kommer frem i den nye og gamle læreplanen, både ved å se på antall ganger ordet «modell» dukker opp i de ulike læreplanene, men også på hvilken måte og i hvilke sammenhenger de dukker opp. Målet med studien er å kunne se utviklingen av plassen modellering får i læreplanen (Berget & Bolstad, 2019). Det er viktig å presisere at Berget og Bolstad i denne studien har tatt utgangspunkt i utkastet til LK20, og ikke den endelige versjonen. Til tross for at LK20 ikke er identisk med dette utkastet, finner vi få eller ingen forskjeller som endrer studien betraktelig.

Som nevnt tidligere deler Barbosa (2006) modellering inn i 3 kategorier, og Berget og Bolstad (2019) setter de opp mot LK06 og LK20:

1. Modellering som innhold: Berget & Bolstad (2019) beskriver modellering som innhold som en utviklingsprosess mot modelleringskompetanse, altså ved å løse et ikke-matematisk problem, matematisk. De skriver videre at en viktig del av modelleringsprosessen er denne koblingen mellom matematikken og hverdagslivet, og ikke minst tolkningen fra matematikk tilbake til konteksten. Modelleringskompetanse kan ifølge Berget & Bolstad (2019) kobles opp mot den formative og den pragmatiske grunnen som Blum (2015) presenterer.

2. Modellering som fartøy: Berget og Bolstad (2019) beskriver modellering som fartøy som modelleringsaktiviteter hvor målet er å lære noe annet enn modellering i seg selv. Eksempler som presenteres i studien er dannelse av erfaringer innenfor et matematisk tema, eller å utvikle sammenhenger mellom begreper i matematikk. De knytter modellering som fartøy opp mot Blum (2015) sin psykologiske grunn til å drive modelleringsaktiviteter, fordi modellering setter matematikken i et virkelighetsnært perspektiv, som kan motivere elever til å lære mer matematikk. Vi mener også at man kan koble modellering som fartøy opp mot Blum (2015) til formative grunn, da det utvikler ulike kompetanser innenfor matematikk. Berget og Bolstad (2019) kommer som nevnt med eksemplet om utvikling av argumentasjonskompetanse, som modelleringsaktiviteter bidrar til (Blum, 2015).
3. Modellering som kritikk: Modellering som kritikk handler om å bruke modellering for å se samfunnet i et matematisk perspektiv, og å kunne tenke kritisk. Berget & Bolstad (2019) definerer modellering som kritikk som prosessen av å vurdere modeller man møter i samfunnet. Modellering som kritikk henger nært sammen med den kulturelle grunnen Blum (2015) presenterer. Her får man stor nytte av modellering som både innhold og fartøy, og denne forståelsen av modellering blir av Berget & Bolstad (2019) koblet til å lære elevene og tenke kritisk, og henviser til opplæringsloven.

Modellering som kritikk kan knyttes til kjerneelementet modellering og anvendelser, hvor forståelse av mønstre og sammenhenger i både samfunn og natur er sentralt. Berget & Bolstad (2019) viser også hvordan formålet til matematikkfaget i LK20 beskriver et demokrati som er avhengig av borgere som kan «sette seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analyser og økonomiske prognoser».

Berget & Bolstad (2019) tar utgangspunkt i disse tre kategoriene når de ser på læreplanene, og i denne oppgaven ønsker vi å fokusere mer på LK20 enn LK06, da vi skal studere modellering i læreplanen, og ikke utviklingen mellom dem. Berget & Bolstad (2019) presenterer følgende funn om modelleringsperspektiv:

- Fagrelevans nevner arbeid med modellering, og det nevnes at modellering er sentralt for å kunne forstå forhold og sammenhenger i samfunnet (modellering som kritikk).
- Modellering og anvendelse er et av kjerneelementene i LK20.
- Modelleringsprosessen skildres ved at elevene skal løse et problem fra virkeligheten, vurdere og tolke modellene. Denne definisjonen av modellering samsvarer med

definisjonene presentert i starten av teorikapittelet. Skildringen er viktig for å bevise hensikten med modellering i forhold til Barbosa (2006) sine tre kategorier, og skildringen kan settes i både innholdsperspektivet og et kritikkperspektiv.

- Modellering nevnes i forbindelse med kjerneelementet «matematiske kunnskapsområder», men det utdypes ikke hva modellering er.
- Modellering nevnes i forbindelse med det tverrfaglige temaet «folkehelse og livsmestring» for 1.-10. trinn, men det spesifiseres heller ikke her hva modellering er.
- Modellering er en del av kompetansemålene på 4., 8., og 10. trinn.

Berget & Bolstad (2019) tar utgangspunkt i studien sin når de konkluderer med at alle perspektivene til Barbosa (2006) er vektlagt i læreplanen, og man kan ta tak i de tre perspektivene på nytt, og knytte de opp mot læreplanen:

- Modellering som fartøy knyttes til kjerneelementet «representasjon og kommunikasjon».
- Modellering som innhold er knyttet til kjerneelementet «modellering og anvendelser».
- Modellering som kritikk er vektlagt i LK20 ved at elevene skal henge med i utviklingen, og være relevante for samfunnslivet, arbeidslivet og teknologien.

Det påpekes at en modelleringsaktivitet kan ha flere mål, og at det tidvis er utfordrende å plassere en oppgave innenfor kun en kategori. Berget & Bolstad (2019) skriver at målet for modelleringsaktiviteten påvirker hvilke oppgavetyper man jobber med, men at de også kan kombineres. Et eksempel som presenteres er at man kan bruke en modelleringsaktivitet til å både lære om modellering, og funksjoner. Dette er sentralt i forskningen vår, da vi tar utgangspunkt i Barbosa (2006) sine tre kategorier, modellering som innhold, fartøy og kritikk. Det vil derfor være naturlig at også vi kan se muligheten for modelleringsoppgaver med kombinert hensikt.

Berget & Bolstad (2019) sammenligner også Blum (2015) sin modell med de grunnleggende ferdighetene som fremkommer både i LK06 og LK20.

4 Metode

Formålet med denne studien er å svare på vår problemstilling: *Hvordan kommer matematisk modellering frem i ei lærebok på 10.trinn sett opp mot LK20?*

For å kunne besvare denne problemstillingen har vi valgt å se på innholdet i et av de nye lærebøkene, samt belyse ulike hensikter vi forstår med oppgavene ut fra Barbosa (2006) sine tre kategorier. Metoden vi har valgt innebærer analyse av trykt tekst i en lærebok slik at metoden er en innholdsanalyse, men mer spesifikt innholdsanalyse av ei lærebok. Metoden er todelt og innebærer både en horisontal og en vertikal analyse, med utgangspunkt i Charalambos, Delaney, Hsu & Mesa (2010).

Metoden vi har brukt har både kvalitative og kvantitative tilnærminger. I den horisontale analysen vår går vi gjennom en opptelling av antall modelleringsoppgaver i boken, og kan derfor anses som en kvantitativ analyse. Siden vi dog bruker den horisontale analysen som et grunnlag for å gå mer i dybden på hver enkelt oppgave i den vertikale analysen, kan man si at vi gjør en kvalitativ forskningsmetode, med kvantitativt innhold.

Innledningsvis vil de metodiske valgene vi har gjort i denne studien presenteres, etterfulgt av valg av lærebok samt klassetrinn. For å kunne analysere læreboken har vi utarbeidet et analyserammeverk som vil bli presentert i form av tabeller både for den horisontale, og den vertikale analysen. Vi vil også gjøre rede for hvilke etiske hensyn som er tatt i betraktning under arbeidet med vår studie.

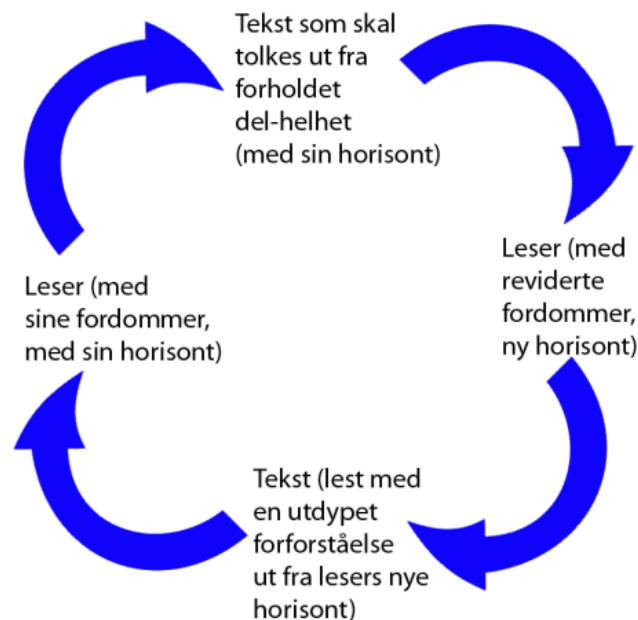
4.1 Innholdsanalyse

Innholdsanalyse går ut på at man analyserer trykt tekst. I denne studien skal vi undersøke en ny lærebok som er blitt produsert etter den nye læreplanen LK20 og er laget ut fra kompetansemålene i 10.trinn. Vår analyse av læreboken er todelt, hvor vi både ser på helheten i den horisontale analysen, mens vi går i dybden på utvalgte oppgaver i den vertikale analysen. Før vi belyser hva innholdsanalyse innebærer vil vi gjøre rede for hermeneutikk, som er vårt vitenskapelige ståsted og har dannet grunnlaget for data analysen i denne studien.

4.1.1 Hermeneutikk

Hermeneutikk betegnes ifølge Befring (2015) som det metodiske grunnlaget for humaniora. En av hovedgrunnene til at vi har valgt å bruke hermeneutikk som grunnlag for vår metode er nettopp fordi en del av denne forskningsprosessen baserer seg på tolkning av tekst. I vårt tilfelle vil dette være tolkning av matematikkoppgaver og hovedsakelig modelleringsoppgaver i nye

lærebøker. Innenfor utdanningsvitenskap understreker Befring (2015) at hermeneutikk er en metode som står sentralt. Han legger vekt på at metoden skal være en subjektiv fortolkende prosess, som vil kunne bidra til økt forståelse av tekst. Den hermeneutiske sirkel er en sirkulær prosess hvor man som forsker starter en prosess med en viss forforståelse (Krogh, 2014). For vår forskning er den sentral da sirkelen refererer til at for å forstå noe som har mening – i vårt tilfelle tekstene i læreboken - må vi i fortolkningen jobbe ut fra en viss forhåndsforståelse av helheten. Som forskere har vi en forståelse av modellering, og tanker rundt lærebøker i matematikkfaget etter både snart 5 års matematikklærerutdanning i tillegg til ulike praksiserfaringer. Vi har en subjektiv tanke om at lærebøkene skal legge til rette for arbeid tilknyttet modelleringsoppgaver, men at det er i stor grad opp til hver enkelt lærer hvordan man arbeider med matematikk i lærebøker eller utenfor.



Figur 6: Den hermeneutiske sirkel, Krogh (2014)

4.1.2 Innholdsanalyse

Vår analyse er todelt og inneholder en horisontal analyse der læreboken blir analysert i sin helhet og en vertikal analyse hvor man i større grad analyserer hver enkelt oppgave. Vi har altså gjort en todelt analyse av læreboken Maximum 10. Både vår horisontale, men også vertikale analyse henger sammen med den hermeneutiske sirkelen, på bakgrunn av at man ser på helheten og deler av en helhet.

Den horisontale analysetilnærmingen har elementer som er kvantitative, der formålet er å undersøke antall oppgaver, ulike oppgavetyper. I tillegg analyserte vi innholdet for å skape en

helhetlig oversikt over den nye læreboken til Gyldendal. Ved å gjennomføre en horisontal analyse skaffer man seg god oversikt over innhold, oppgavetyper, samt antall oppgaver i læreboken. I tillegg til å se på dette, vil vi i den horisontale analysen også analysere hvor mange av oppgavene vi anser som modelleringsoppgaver og ikke. På denne måten dannes en oversikt over hvilke oppgaver som kan analyseres grundigere i den vertikale analysen.

På en annen side har den vertikale analysen en klar og tydelig en kvalitativ tilnærming, der valgte oppgaver fra den horisontale analysen blir grundigere analysert. I tillegg gir den vertikale analysen oss muligheter til å analysere enkelte oppgaver for å kunne besvare vår problemstilling. Med andre ord velger vi å analysere i detalj oppgaver som har tilknytning til temaet modellering. Hensikten er for oss å undersøke hvilket potensial læreboken har når det kommer til arbeid med matematisk modellering sett opp mot LK20.

4.1.3 Valg av datamateriale

Før vi tok fatt på masterprosjektet, var vi nødt til å stå ovenfor flere sentrale valg. To av disse valgene var *hvilken* metode vi ønsket å benytte oss av, og hvilke typer datamateriale var vi interessert i å undersøke. Som nevnt i teoridelen har lærebøker tradisjonelt blitt brukt mye som undervisningsmateriale i den norske skolen. Fagfornyelsen og dens økte fokus på modellering gjorde at vi ønsket å undersøke hvordan modellering kommer frem i et av de nye læreverkene.

Formålet vårt med forskningen er derfor å øke kunnskapen rundt hvilke potensial knyttet til modellering det finnes i matematikkoppgavene i ei lærebok. Det vil også være interessant og nyttig å undersøke hvilke tilnærminger man som matematikklærer kan arbeide med modellering som tema. Å kun bruke lærebok som datamateriale har både fordeler og ulemper. En av fordelene vi ser er blant annet at vi får undersøkt en av de nye fagbøkene i matematikk. I dagens klasserom er det ikke nødvendigvis læreboken alene som bestemmer hvordan undervisning foregår. Læreren og elevene er i våre øyne de viktigste delene av undervisningen, både med tanke på innholdet, men også for utfoldelsen av undervisningen. Dette er elementer som ikke er en del av vårt formål med studien og kan sees på som en begrensning.

4.1.4 Valg av læreverk

Datamateriale for denne studien vil være matematikkoppgaver med hovedfokus på modellering i fra en lærebok. For å kunne gjennomføre studien var vi nødt til å velge læreverk som grunnlag for studien. Datamaterialet som analysen tar utgangspunkt i er *Maximum 10*, 2. Utgave skrevet i 2021 av Grete Normann Tofteberg, Janneke Tangen, Linda Tangen Bråthe og Ingvill Stedøy. Som et resultat av fagfornyelsen, kom det ut mange lærebøker oppdatert etter LK20, og vi

valgte Maximum 10 av flere, mindre grunner. Vi opplever Gyldendals tilstedeværelse i norsk skolelitteratur som stor, Maximum 10 har et eget delkapittel tilknyttet modellering, og fordi vi tidligere har erfaringer med å bruke Maximum 10 i praksissituasjoner er grunner til at vi valgte Maximum til analysen vår.

Vi har rettet fokuset i denne studien på 10. trinn. Bakgrunnen for valget er som nevnt tidligere at det er lagt mye vekt på modellering i 10.trinns kompetansemål. Som eneste fag i læreplanen, hvor det er kompetansemål etter hvert trinn, fant vi det største fokuset på modellering på 10. trinn av alle trinnene. Som fremtidige lærere, skal vi undervise fra 5-10. trinn, slik at det derfor vil være interessant og nyttig å se på hvilke muligheter det ligger innenfor temaet modellering.

4.2 Analytisk rammeverk

For at vi skal kunne identifisere modelleringsoppgaver for vår horisontale analyse, ble vi nødt til å ha noen kriterier klart for å kunne avgjøre om en oppgave kan regnes som en modelleringsoppgave eller ikke. Disse kriteriene og prosessen av den horisontale analysen beskrives i 4.2.1. Etter at vi hadde utført den horisontale analysen hadde vi lyst til å se i detalj på modelleringsoppgavene, og kategoriserte de etter inndelingen av Barbosa (2006). Denne prosessen kalles for vertikal analyse og den beskrives under delkapittel 4.2.2.

4.2.1 Analytisk rammeverk - Horisontal analyse

Charalambos, Delaney, & Hsu & Mesa (2010) har presentert en artikkel hvor de deler lærebokanalyse inn i to deler: horisontal analyse og vertikal analyse. Charalambos et al. (2010) skriver at den horisontale analysen innebærer en oversikt over lærebokas funksjoner, som størrelsen på sider, antall sider, emner boka inneholder og rekkefølgen disse emnene er fremstilt. Kort fortalt kan vi si at dette handler om en generell oversikt over hele boka, for å få et innblikk i oppbygningen. Videre er den horisontale analysen delt inn i to deler, hvor den ene delen dreier seg om bakgrunnsinformasjon, hvor man går inn på overblikket og hvorfor boka ble laget, og den andre delen handler om strukturen av boka, hvor man blant annet ser på oppbygningen av boken.

HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	Overall Structure
<ul style="list-style-type: none"> • Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials) 	<ul style="list-style-type: none"> • Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

Figur 7: Horisontal analyse av tekstbok (Charalambos et al., 2010, s. 123)

I denne studien har vi benyttet den horisontale analysen for å se på hvilken grad modellering tar plass i læreboken, og vi ønsker først og fremst til å se på antall modelleringsoppgaver i læreboka. For å kunne se på antall modelleringsoppgaver, tar vi utgangspunkt i definisjonene vi har presentert i teori-delen 3.2. Kort fortalt vil det være oppgaver som har en tydelig tilnærming til virkeligheten, og hvor problemet ikke i utgangspunktet er et matematisk problem.

Vi har gått gjennom alle oppgavene i boka, bestemt om hver enkelt oppgave kan defineres som en modelleringsoppgave etter vår forståelse, og så fylle det inn i dette skjemaet:

Kategori à	Kapittel	Oppgave	Modelleringsoppgave?	Hvorfor?
Bok ↓				
Maximum 10, 2. Utgave <i>Elevbok</i> (Gyldendal)	X	Oppgavenummer	Ja/nei/kanskje	Hva gjør dette til en modelleringsoppgave?

Figur 8: Analytisk rammeverk i horisontal analyse

Ved å bruke dette skjemaet gikk vi gjennom hver enkelt oppgave, og bestemte om det er en modelleringsoppgave eller ikke, og noterte ned hvorfor vi mener at det er en modelleringsoppgave.

Forståelsen vi går ut fra er den samme forståelsen vi har presentert i teoridelen vår:

Vi forstår modellering som prosessen om å gjøre om et virkelig problem, løse det matematisk ved hjelp av modeller, og bruke den matematiske løsningen inn i refleksjoner og diskusjoner om problemet, på bakgrunn av modellen som er utviklet.

For å konkretisere vår forståelse av en modelleringsoppgave i matematikk, velger vi å presentere 3 eksempel oppgaver som vi kategoriserer som følgende (oppgaver medfølger):

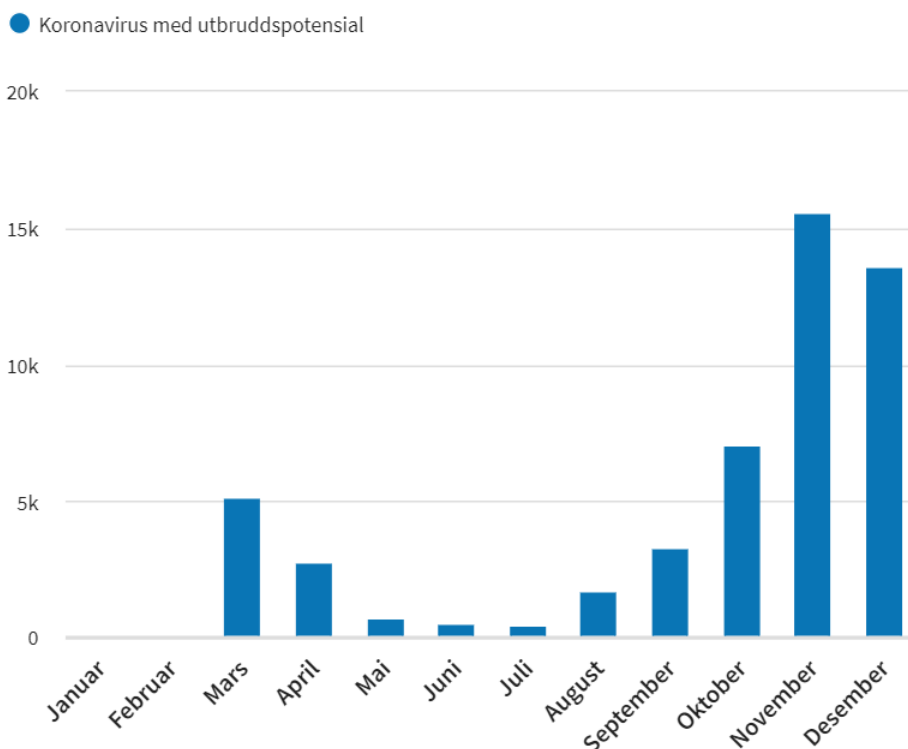
- Eksempel 1: En modelleringsoppgave ut fra vår forståelse.
- Eksempel 2: Ikke en modelleringsoppgave ut fra vår forståelse.
- Eksempel 3: Kanskje en modelleringsoppgave ut fra vår forståelse.

Eksempeloppgave 1: Modelleringsoppgave ut fra vår forståelse

Erna Solberg sto foran riksdekkende TV den 12.mars 2020 og fortalte hvordan det vil innføres begrensninger i det norske samfunnet, på grunn av svært mange i verden blir syke av den nye sykdommen Covid-19. Det første tilfelle hvor Covid-19 ble påvist i Norge var 26 februar. Resten av året var det ulike restriksjoner, og periodevis mer restriksjoner enn andre.

Den 31. Desember 2020 kunne Erna Solberg presentere følgende smittetall for året 2020:

Tilfeller etter sykdom fordelt på måned, 2020



Oppdatert: 09.04.2023, 00:13

Det tar noe tid fra et smittetilfelle blir påvist til tilfellet registreres i MSIS. Dette medfører at tallene i MSIS ikke alltid reflekterer det reelle antall smittede.

Figur 9: Tilfeller etter sykdom fordelt på måned, 2020. Hentet fra Meldingssystem for smittsomme sykdommer (MSIS), FHI

Bruk modellen til å diskutere hvilke perioder restriksjonene kan ha vært strengere enn andre perioder.

- A) Juni 2020 åpnet regjeringen for at arrangementer åpnes for opptil 200 personer, samt at svømmehaller, badeland og treningssentre åpnes, og i løpet av sommeren åpnet regjeringen for reiser mellom Norge og land i Europa dersom smittesituasjonen tillater det. Reflekter og argumenter for hvordan det gjenspeiles i modellen.
- B) På <https://statistikk.fhi.no/> kan man finne ulik data på hvordan Covid-19 utartet i Norge. Bruk annen statistikk enn smittetall, for eksempel dødstill, antall innleggelser eller antall personer som trenger pustehjelp, og lag nye modeller som beskriver hvordan situasjonen var i visse perioder.

Vi tar utgangspunkt i oppgaven, og plasserer den inn i tabellen (Figur 10);

Kategori	Kapittel	Oppgave	Modellering	Hvorfor?
Bok ↓			?	
Bok x	Kapittel x	Eksempeloppgave 1	Ja	Dette er en oppgave hvor elevene først bruker informasjon hentet fra virkelig statistikk, og må bruke modeller for å skape refleksjon og argumentasjon, og deretter skape nye modeller med annen, virkelig informasjon og avslutningsvis presentere informasjonen matematisk.

Figur 10: Eksempeloppgave 1 i horisontal analyse

Eksempeloppgave 2: Ikke en modelleringsoppgave ut fra vår forståelse

Mateo og Martine går i 10. klasse og skal lage kaker til avslutningsfest for hele klassen. De finner en oppskrift på en sjokoladecake til 10 personer på TikTok, som de ønsker å bruke, som ser slik ut:

10 egg

100 gram smør

15 sjokoladeplater

30 g fersk gjær

12 kg sukker

Klassen består av 50 elever og 10 lærere. Omgjør oppskriften så den passer Mateo og Martine.

Kategori	Kapittel	Oppgave	Modelleringsoppgave?	Hvorfor?
Bok ↓ Bok x	x	Eksempeloppgave 2	Nei	Her er det flere grunner til at vi ikke kategoriserer denne som en modelleringsoppgave. <ul style="list-style-type: none">- Problemet faller inn under en «semi-virkelighet», sett i sammenheng med Skovsmose (2003), og problemet er åpenbart diktert opp for å skape en matematikkoppgave for elever.- Det kreves ingen bruk av modell for å beskrive virkeligheten.

Figur 11: Eksempeloppgave 2 i horisontal analyse

Eksempeloppgave 3: Kanskje en modelleringsoppgave ut fra vår forståelse.

Siril (16) går på svømming, og ønsker neste sesong å delta på norgesmesterskap i 100m butterfly. Hun har notert ned mesterskapstidene hennes siden hun var 10 år, og ønsker å bruke tallene for å se forbedringen sin. Hun har deltatt på 5 mesterskapsstevner hvert år, og setter opp tallene sine i en tabell:

	Stevne 1	Stevne 2	Stevne 3	Stevne 4	Stevne 5
10 år	2 min 38 sek	3 min 10 sek	2 min 45 sek	2 min 32 sek	2 min 58 sek
11 år	2 min 33 sek	2 min 59 sek	3 min 0 sek	2 min 58 sek	2 min 37 sek
12 år	2 min 30 sek	2 min 29 sek	2 min 50 sek	2 min 41 sek	2 min 33 sek
13 år	2 min 3 sek	2 min 8 sek	2 min 49 sek	2 min 13 sek	2 min 5 sek

14 år	1 min 48 sek	1 min 53 sek	1 min 55 sek	1 min 49 sek	1 min 50 sek
15 år	1 min 24 sek	1 min 23 sek	1 min 39 sek	1 min 20 sek	1 min 15 sek
16 år	1 min 8 sek	1 min 13 sek	1 min 24 sek	1 min 9 sek	1 min 36 sek

Figur 12: Eksempeloppgave 3 i horisontal analyse

Kvalifiseringskravet til NM i juniorklassen er 1 min 7 sek. Bruk tabellen til å argumentere for en eller flere av følgende påstander:

- Hun klarer kvalifiseringskravet i løpet av det første stevne neste år.
- Hun klarer kvalifiseringskravet i løpet av neste år.
- Hun klarer ikke kvalifiseringskravet.

Kategori à Bok ↓	Kapittel	Oppgave	Modelle ringsopp gave?	Hvorfor?
Bok x	x	Eksempelo ppgave 3	Kanskje	Vi er usikre på noen faktorer her, og kategoriserer denne derfor som en «kanskje en modelleringsoppgave». Det vi er usikre på er om tallene er reelle nok til at det blir en virkelighet for elevene, og hvor godt oppgaven legger til rette for diskusjon og argumentasjon rundt tabellen. Dersom variabler utenfor informasjonsteksten inndras i oppgaven, enten fra lærer, elev eller at den naturlig inndras, kan det være modellering. Dersom læreren for eksempel legger til rette for diskusjoner rundt det at de beste tidene hvert år er på det første stevne, og at man kan begrunne en hurtig utvikling rundt pubertetstider, kan det være modellering.

Figur 13: Eksempeloppgave 3 i horisontal analyse plassert i tabell

Vi ønsker å gjøre en horisontal analyse av flere grunner, hovedsakelig fordi det legger et godt grunnlag for den vertikale analysen, hvor vi går enda dypere inn i hver enkelt oppgave, og som

en faktor for å besvare problemstillingen vår, om i hvilken grad matematisk modellering kommer frem læreboken.

4.2.2 Analytiske rammeverk - Vertikal analyse

Mens den horisontale analysen tar for seg et større bilde av boka, går den vertikale analysen mer ut på hvordan læreboka tar for seg et enkelt matematisk konsept (Charalambos et al. (2010). Ved å ta for seg legger vi vekt på i hvilken grad de ulike matematiske konseptene blir belyst av læreboken. For vår forskning vil det være sentralt og avgjørende å si i hvilken grad læreboken belyser modelleringsbegrepet slik at målene i fra LK20 blir oppfylt. Ifølge Charalambos et al. (2010) vil den vertikale analysen tilby analyser av matematisk innhold mer i dybden enn den horisontale.

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	Required of Students	Connections
<i>Mathematical Content</i> <ul style="list-style-type: none"> • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics) 	<ul style="list-style-type: none"> • Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification) 	<ul style="list-style-type: none"> • Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school
<i>Mathematical Practices</i> <ul style="list-style-type: none"> • Worked examples • Modeling thinking 		
<i>Attitudes</i> <ul style="list-style-type: none"> • Equity • View of mathematics 		

Figur 14: Vertikal analyse (Charalambos et al., 2010, s. 123)

Ut fra den horisontale analysen vil vi velge ut samtlige av oppgavene vi anser som modelleringsoppgaver, og gå enda dypere i hver enkelt oppgave. Ut fra Barbosa (2006) sine kategorier skal vi plassere hver enkelt modelleringsoppgave som modellering som fartøy, innhold og/eller kritikk.

For å kunne plassere oppgavene skal det diskuteres om oppgaven legger til rette for:

- Modellering som innhold, hvor oppgaven legger til rette for at læreren kan gi elevene oppgaven med et mål om å lære modelleringsprosessen,
- Modellering som fartøy, hvor oppgaven legger til rette for å skape annen matematisk kompetanse enn modellering, gjennom modellering.
- Modellering som kritikk, hvor oppgaven legger til rette for å skape diskusjon og kritisk tenkning opp mot samfunnskritiske aspekter.

Dette vil vi gjøre også her gjennom en tabell, hvor vi plasserer oppgaven i en eller flere av de 3 kategoriene, samt hvorfor:

<i>Modelleringsoppgaver</i>	<i>Modellering som fartøy</i>	<i>Modellering som innhold</i>	<i>Modellering som kritikk</i>	Hvorfor

Figur 15: Analytisk rammeverk i vertikal analyse

En viktig faktor er at en modelleringsaktivitet kan legge til rette for flere av kategoriene til Barbosa (2006) samtidig, for eksempel vil det være noen aktiviteter som legger til rette for både modellering som fartøy, og modellering som innhold samtidig.

Vi vil her presentere 4 eksempler:

Eksempeloppgave 1: Modellering som innhold

Maria er 15 år, og vil i sommer tjene litt ekstra penger på å selge kjeks og saft på utsiden av huset hennes. Hun regner ut at det koster hun 36 kroner å lage 10 liter saft, og 24 kroner for 14 oreokjeks. Maria vurderer å selge en kopp med 0,33L saft for 5 kr, og en kjeks for 3 kr.

Lag en modell, og finn ut av hvor mye saft og kjeks hun må selge for å ikke tape penger på prosjektet.

<i>Modelleringsoppgaver</i>	<i>Modellering som fartøy</i>	<i>Modellering som innhold</i>	<i>Modellering som kritikk</i>	Hvorfor
Eksempeloppgave 1	Nei	Ja	Nei	<p>Dette er en situasjon som er relevant for elevene, som vil tjene litt ekstra penger i feriene. Det er også ingen problem som legger til rette for samfunnskritiske diskusjoner, og heller ingen oppgave hvor hovedmålet er å lære andre aspekter enn selve modelleringsprosessen.</p> <p>Oppgaven legger derimot opp til utfordringer rundt å skape modeller som viser virkeligheten matematisk, og den blir derfor plassert i modellering som innhold.</p>

Figur 16: Eksempeloppgave 1 plassert i tabell - vertikal analyse.

Eksempeloppgave 2: Modellering som fartøy

Kristian (14) skal ta lett motorsykkellappen. Han har fått 10000 kroner av foreldrene sine, og har satt som mål om å spare til sertifikatet gjennom å jobbe to lørdager i måneden. Han har fått jobb, og tjener 550 kroner per lørdag.

- a) Sett opp et budsjett som viser hvor mye Kristian (14) kan spare i løpet av et år, hvis han setter av 250 kroner i mnd. til lommepenger.*
- b) Han får pristilbud fra to ulike kjøreskoler:*

Pristilbud A: 12600 kroner for grunnopplæring + 950 kroner per kjøretime.

Pristilbud B: 21000 kroner for full komplett opplæring med 10 kjøretimer og alt obligatorisk.

Bruk digital graftegner til å vise de ulike tilbudene, og vurder hvilken kjøreskole som passer best dersom Kristian tar 5, 10 og 15 kjøretimer.

<i>Modelleringsoppgaver</i>	<i>Modellering som fartøy</i>	<i>Modellering som innhold</i>	<i>Modellering som kritikk</i>	Hvorfor
Eksempeloppgave 2:	Ja	Nei	Nei	Vi vurderer her at hovedformålet med oppgaven er å skape forståelse for økonomi, og å lære seg å sette opp budsjetter og vurdere ulike økonomiske tilbud opp mot hverandre. Problemet er ikke samfunnskritisk, og selv om man bruker modellering til å løse problemet, vil det ikke nødvendigvis skape utvikling i selve modelleringsprosessen.

Figur 17: Eksempeloppgave 2 i vertikal analyse - plassert i tabell

Eksempeloppgave 3: Modellering som kritikk

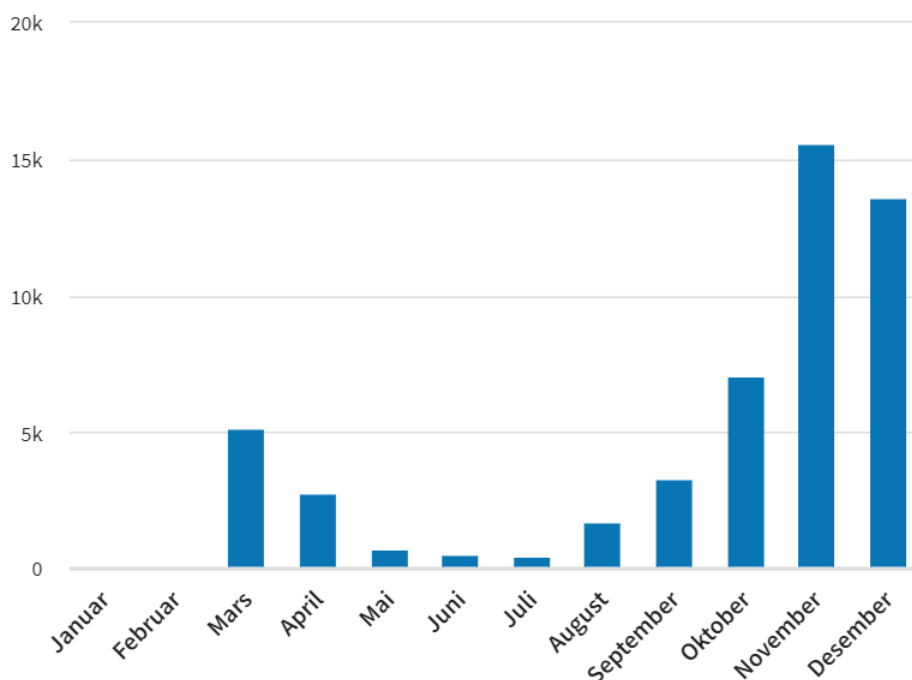
Her bruker vi samme eksempeloppgave som *Eksempeloppgave 1* i den horisontal analyse-delen:

Erna Solberg sto foran riksdekkende TV den 12.mars 2020 og forteller hvordan det vil innføres begrensninger i det norske samfunnet, på grunn av at svært mange i verden blir syke av den nye sykdommen Covid-19. Det første tilfelle hvor Covid-19 ble påvist i Norge var 26 februar. Resten av året var det ulike restriksjoner, og periodvis mer restriksjoner enn andre.

Den 31. Desember 2020 kunne Erna Solberg presentere følgende smittetall for året 2020:

Tilfeller etter sykdom fordelt på måned, 2020

● Koronavirus med utbruddspotensial



Oppdatert: 09.04.2023, 00:13

Det tar noe tid fra et smittetilfelle blir påvist til tilfellet registreres i MSIS. Dette medfører at tallene i MSIS ikke alltid reflekterer det reelle antall smittede.

Figur 18: Tilfeller etter sykdom fordelt på måned, 2020. Hentet fra Meldingssystem for smittsomme sykdommer (MSIS), FHI

- Bruk modellen til å diskutere hvilke perioder restriksjonene kan ha vært strengere enn andre perioder.*
- Juni 2020 åpnet regjeringen for at arrangementer åpnes for opptil 200 personer, samt at svømmehaller, badeland og treningsentre åpnes, og i løpet av sommeren åpnet regjeringen for reiser mellom Norge og land i Europa dersom smittesituasjonen tillater det. Reflekter og argumenter for hvordan det gjenspeiles i modellen.*
- På <https://statistikk.fhi.no/> kan man finne ulik data på hvordan Covid-19 utartet i Norge. Bruk annen statistikk enn smittetall, for eksempel dødstall, antall innleggelser eller antall personer som trenger pustehjelp, og lag nye modeller som beskriver hvordan situasjonen var i visse perioder.*

<i>Modelleringsoppgaver</i>	<i>Modellering som fartøy</i>	<i>Modellering som innhold</i>	<i>Modellering som kritikk</i>	Hvorfor
Eksempeloppgave 3	Nei	Nei	Ja	Denne oppgaven plasserer vi i modellering som kritikk, da den først og fremst legger rette for refleksjon og argumentasjon for et samfunnskritisk aspekt som smittevekst, og målet med oppgaven er kritisk tenkning til hvordan pandemien i samfunnet vil utvikles.

Figur 19: Eksempeloppgave 3 i vertikal analyse - plassert i tabell

Eksempeloppgave 4: Modellering som fartøy og kritikk

I statsbudsjettet 2023 foreslår regjeringen å “styrke bevilgningen til området psykisk helse og rus og til helsestasjoner og skolehelsetjenesten med 150 millioner kroner. Innsatsen på psykisk helse- og rusfeltet skal styrkes gjennom en opptrappingsplan for psykisk helse og en forebyggings- og behandlingsreform for rusfeltet.

Tiltakene vil blant annet omfatte å øremerke 45 millioner kroner til styrking av helsestasjoner og skolehelsetjenesten, styrke oppsøkende psykisk helse- og rusarbeid rettet mot barn og unge i kommunene med 20 millioner, og 15 millioner til å styrke arbeid med forebygging, tidlig oppdagelse, tidlig intervensjon og behandling av spiseforstyrrelser.

I tillegg øremerkes 10 millioner kroner til å utvikle modeller for samhandling om pasienter med særlig krevende tjenestebehov, og 10 millioner kroner til styrking av tilbudet til pårørende til pasienter med psykisk helse- og rusproblemer.” (Helse- og omsorgsdepartementet, 2022, avsnitt 2)

Sett opp et budsjett for hvordan man kan fordele pengene for å styrke psykisk helse og rusproblematikk økonomisk, og begrunn valgene dine skriftlig.

<i>Modelleringsoppgaver</i>	<i>Modellering som fartøy</i>	<i>Modellering som innhold</i>	<i>Modellering som kritikk</i>	Hvorfor
Eksempeloppgave 4	Ja	Nei	Ja	Oppgaven har både fokus på økonomiske aspekter gjennom å sette opp et budsjett, og man må ta beslutninger basert på egne vurderinger og refleksjoner i et samfunnskritisk perspektiv. Vi vurderer derfor at eleven vil utvikles i stor grad både på et matematikk i form av økonomi, men også et samfunnskritisk aspekt som hvordan man kan styrke psykisk helse.

Figur 20: Eksempeloppgave 4 i vertikal analyse - plassert i tabell

Eksempeloppgave 5: Modellering som innhold og kritikk

På SSB.no finner man informasjon om befolkningsveksten i Norge fra år 1741 og frem til i dag. Gå inn på nettsiden og finn befolkningstall fra år 1980 og frem til nå. Sett opp dette i en tabell, og lag en graf ut fra tallene. Bruk tallene til å lage en prognose over befolkningsvekst de neste 5, 10 og 50 årene, og reflekter rundt hvordan denne befolkningsveksten vil påvirke det norske samfunnet.

<i>Modelleringsoppgaver</i>	<i>Modellering som fartøy</i>	<i>Modellering som innhold</i>	<i>Modellering som kritikk</i>	Hvorfor
Eksempeloppgave 5	Nei	Ja	Ja	Her blir man utfordret både i hvordan man lager modeller, og bruker modellene til å skape prognoser for fremtiden.

				<p>Prognosene som skal brukes utfordrer elevene i kritisk tenkning om et samfunnskritisk aspekt som befolkningsvekst. Vi forstår oppgaven som god for å utfordre i modelleringskunnskaper, da eleven selv må finne riktige tall for å lage en god modell, i tillegg til å bruke modellen til å lage en prognose for hvordan det vil se ut fremtiden. Elevene må derfor bruke modellen riktig for å kunne prognosere, og argumentere rundt funnene de får.</p> <p>Det kan naturligvis også argumenteres for at elevene også vil utfordres i andre matematiske konsepter enn kritisk tenkning og modellering, men vi forstår at oppgaven har en hovedhensikt med forståelse og bruk av modeller, og å tenke kritisk rundt samfunnskritisk aspekter.</p>
--	--	--	--	---

Figur 21: Eksempeloppgave 5 i vertikal analyse - plassert i tabell

Eksempeloppgave 6: Modellering som innhold og fartøy

Klasse 10B har fått låne en hytte av skiforeningen, og skal være på hytten over helgen. Det er frivillig å delta, og arrangeres av foreldrene. Hytten ligger en halvtime kjøretur unna skolen, og foreldrene velger å sette opp buss. Det koster 2375 kroner for bussen, uavhengig av hvor mange som er med.

- Sett opp et uttrykk for prisen per person når x antall personer reiser med buss.
- Sett opp et uttrykk som forteller hvor mange personer som skal reise med buss for at prisen er mindre enn 80 kroner per person.
- Bruk dynamisk graftegner og finn ut hvor mange som reiste, når hver person betalte 125 kroner.

<i>Modelleringsoppgaver</i>	<i>Modellering som fartøy</i>	<i>Modellering som innhold</i>	<i>Modellering som kritikk</i>	Hvorfor
Eksempeloppgave 6	Ja	Ja	Nei	Dette er modellering som innhold + modellering som fartøy, da hovedmålet både er å skape algebraisk kompetanse, men også hvordan man bruker modeller til å beskrive virkeligheten. Oppgaven legger derfor til rette for både modellering som innhold og modellering som fartøy, og kan falle under begge to avhengig av hvordan læreren legger til rette for den.

Figur 22: Analytisk rammeverk i vertikal analyse

4.3 Kvalitative kriterier

4.3.1 Pålitelighet

Reliabilitet handler ifølge Kleven & Hjordemaal (2018) om hvor pålitelig forskningen er. Videre påpeker de at god reliabilitet er data som ikke eller i liten grad er påvirket av tilfeldigheter som målingsfeil. Nøyaktighet er et sentralt begrep ifølge Johannesen, Tufte & Christoffersen (2016), og understreker at reliabilitet handler om nøyaktigheten i forskningen, men også hvilke data som blir brukt, hvordan den innsamles og hvordan det bearbeides. Vi mener vi har presentert analyseprosessen vår på en transparent måte for å gjøre det tydelig hvordan vi har bearbeidet dataene våre. Med utgangspunkt i dette har vi i den horisontale analysen gjort en horisontal analyse der oppgavene er kategorisert og talt opp. De nevnte kategoriene er som vist tidligere i kapittelet følgende:

- A) Modelleringsoppgaver
- B) Ikke modelleringsoppgaver
- C) Oppgaver som *kanskje kan* defineres som modelleringsoppgaver

Vår kategorisering gjør det avgrenset slik at oppgavene ikke faller innunder hverandre. Dette har vi valgt å gjøre for å ikke måtte plassere oppgavene innenfor flere kategorier, med et fokus på å få en mer helhetlig oversikt over oppgavetyperne i læreboken. Det må understrekes at i den horisontale analysen, i arbeidet med oppgavene, er det vi som forskere som har kategorisert oppgavene under kategoriene A-C og videre talt opp oppgavene. Vår forståelse av både modellering og Barbosas (2006) tre måter å bruke modellering på vil være vår subjektive forståelse, som igjen vil påvirke resultatet i vår analyse. Det kan derfor argumenteres for at dersom noen andre hadde gjennomført analysen med et annet syn på modellering enn oss, ville målingene hatt en viss ulikhet. På en annen side har vi i delkapittelet om den horisontale analysen presentert eksempler på ulike oppgaver innenfor de ulike kategoriene for å tydeliggjøre hva vi vektlegger innenfor hver kategori for å kunne tydeliggjøre hvordan vi analyserer dataene.

I den vertikale analysen er målet å gå i dybden på de enkelte oppgavene som er valgt ut i den horisontale analysen, og det vil derfor være mulig oppgavene kan plasseres innenfor en eller flere av kolonnene i tabellen (figur 14). Grunnlaget for den vertikale analyse baserer seg på Barbosa (2006) sine ulike former for modellering:

- Modellering som innhold

- Modellering som fartøy
- Modellering som kritikk

Hensikten med å denne inndelingen, samt at oppgavene kan plasseres innunder flere kategorier, er å gi en grundigere redegjørelse for graden matematisk modellering kommer frem i læreboken Maximum 10. Studiet har noen begrensninger da vi hovedsakelig fokuserer på kun ett trinn. En annen viktig faktor er at fagfornyelsen er fersk, og har kun vært i bruk i overkant av 2 år da vi startet forskningen. Det er derfor begrenset hvilken tid de ulike utgiverne har fått til å tolke den nye læreplanen, samt rette opp i og endre på allerede utgitte læreverker.

4.3.2 Gyldighet

Validitet er ifølge Kleven og Hjordemaal (2018) gyldigheten av en forskning. For vår studie er begrepsvaliditet sentralt, da det handler om i hvilken grad det er samsvar mellom definert begrep og gjennomført *kategorisering*. I denne studien er *matematisk modellering* et sentralt begrep. Eksempelvis i denne forskningen, hvor fokuset ligger i en ny lærebok hvor utvalgte oppgaver blir hovedfokus i analysen, vil noen av oppgavene ikke nødvendigvis anses som modelleringsoppgaver ved første øyekast. Vi forventer å finne begrepet modellering i matematikkboken, men det betyr ikke nødvendigvis at oppgavene fyller kravene vi har satt til en modelleringsoppgave. Målet med vår forskning er ikke å generalisere hvordan alle modelleringsoppgaver i alle lærebøker kan kategoriseres. Vi har våre tolkninger av oppgavene som skal analyseres, og resultatene er ikke nødvendigvis fullstendig generaliserbare. For å kunne forsikre oss om størst mulig enighet mellom oss som forskere, har vi gått sammen i forkant av analysen for å tydeliggjøre kravene for at en oppgave er en modelleringsoppgave eller ikke, samt kravene for de 3 ulike måtene å bruke modellering på i henhold til Barbosa (2006). Etter at vi har satt kravene vi har presentert i analysekapittel, har vi gjennomført analysen hver for oss, og gått gjennom oppgavene sammen i etterkant. Dersom det har vært analysedata som ikke samsvarer med hverandre, har vi kunne gå tilbake til kravene som er satt for å argumentere for den ene eller andre veien, og har derfor ikke brukt lang tid på å komme til enighet.

4.4 Etiske hensyn

All forskning har ifølge Kleven og Hjordemaal (2018) forskningsetiske normer. Et av kravene er redelighet og åpenhet tilknyttet motforestillinger. Vår forskning baserer seg på trykt materiale, slik at ingen personer verken har blitt direkte eller indirekte berørt. Forskningen tar utgangspunkt i et læreverker som er publisert av et forlag. Med dette i bakhodet har det derfor av

hensyn til åpenhet, opphavsrett, samt bruk av utdrag fra læreverket, vært ønskelig å sende mail til Gyldendal forlag for å forsikre oss om at det er greit vi bruker deres nye lærebok for å kunne formilde hensikten med vår studie. Denne mailen har vi fått svar på, og vi fikk tillatelse til å analysere Maximum 10.

Den horisontale analysen kan ses på som et etisk hensyn, da vi presenterer læreboken i sin helhet, slik at leseren får helhetlig inntrykk av læreboken til Gyldendal. Ved å gjøre analysen på denne måten får leseren et mer dekkende inntrykk av læreboken, og ikke bare de utvalgte oppgavene ifra den vertikale analysen.

Hensikten har hele veien vært å gi en oversikt over hva Maximum 10 inneholder, med hovedfokus på modelleringsoppgaver. Bakgrunnen for studien er å se på hvordan modellering kommer frem i nye læreverker etter fagfornyelsen. Det vil derfor av hensyn til studiens problemstilling og til læreverket, hovedsakelig fokuseres på dens potensiale knyttet til modellering. Vurdering av evner av forlaget eller forfatter har heller ikke vært et formål, men det vi har fokusert på er innhold av modelleringsoppgaver i læreboken.

4.5 Produsering av modell – et krav for å være modellering?

I forskningen vi har presentert i teori-delen er det ikke alltid tydeliggjort om modellering handler om å selv produsere modellen, eller om det også innebærer å kritisk vurdere modeller andre har laget. Lawson (2008) definerer modellering som en oversettelse mellom våre tanker om verden og matematikk, men stiller ikke krav til den som driver modellering selv må produsere en modell. Modelleringskompetanse blir beskrevet som en kompetanse der man identifiserer relevante spørsmål, variabler og sammenhenger i fra den virkelige verden, før man deretter oversetter denne kunnskapen til matematikk (Greefrath, 2015, referert i Blomhøj & Jensen, 2007). For at elevene skal kunne tilegne seg denne kunnskapen bør de få mulighetene til å arbeide med modelleringssyklusen til Blum & Leiß (2007), hvor man gjennom de 7 stegene som er presentert i teoridelen vår tar oss fra et virkelig problem, til et matematisk problem, og tilbake inn i virkeligheten for å kunne kritisk vurdere virkelige forhold ved hjelp av variabler gjennom modeller.

Blomhøj (2006) definerer matematisk modellering som når matematikk blir brukt til å beskrive, forklare eller forutsi forhold som ligger utenfor matematikken selv. Det er disse beskrivelsene som kalles en modell. Blomhøj (2006) stiller her krav til å bruke modeller for å kunne beskrive, forklare eller forutsi virkelige forhold, men heller ikke her står det noe om kravet om å produsere modellen selv for at det skal kunne kalles modellering.

I LK20 står det som nevnt følgende om modellering: «En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller.» (Kunnskapsdepartementet, 2019). En viktig bemerkning her er at det står at modellering handler om å lage modeller som beskriver virkeligheten. Siden vi her får et krav om at modellering handler om å lage slike modeller som er nevnt både i LK20 og flere steder i teoridelen vår, sto vi ovenfor et lite dilemma før analysen vår.

Videre i kjerneelementene i matematikk står det også: «Det handler også om å kritisk vurdere om modellene er gyldige, og hvilke begrensninger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner.» (Kunnskapsdepartementet, 2019)

Siden problemstillingen vår går ut på hvordan matematisk modellering kommer frem i en lærebok *sett opp mot LK20*, ble det naturlig for oss å ta LK20 sin definisjon av modellering som den sterkeste stemmen, men vi velger å tolke kjerneelementet slik at modellering handler i like stor grad å kunne vurdere modeller opp mot virkelige problemer. For at elevene skal kunne ha innsikt i hvordan modeller brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet eller samfunnet ellers, som nevnt i kjerneelementet, vurderer vi at elevene må arbeide med modeller som de ikke har eierskap eller kjennskap til. Ved å arbeide med modeller som ikke er produsert selv, vil de utfordres mer på å reflektere rundt modeller og modellens verdi, og det kan legges til rette for å jobbe under undersøkelseslandskap (Skovsmose, 2003) ved å endre på ulike variabler i modellen.

En annen viktig faktor er at i kompetansemålene til 10.trinn står det følgende om modellering:

- bruke funksjoner i modellering og argumentere for framgangsmåter og resultat
- modellere situasjoner knytte til reelle datasett, presentere resultata og argumentere for at modellene er gyldige

Vi tenker at gjennom å arbeide med modeller man ikke har produsert selv, kan man trene på å argumentere for gyldigheten til modeller. Ved å jobbe med modeller som er gitt av eksempelvis politikere i dagens samfunn, vil man også kunne legge til rette for kritisk tenkning gjennom å vurdere gyldigheten til modellene deres. Dersom man her jobber med ukjente variabler, stilles det andre krav til forståelse av modellene som presenteres.

Totalvurderingen rundt dette, både i henhold til tidligere forskning, men først og fremst hvordan vi tolker kjerneelementene og kompetansemålene i LK20, har vi valgt å kategorisere oppgaver som modellering uavhengig om elevene må produsere modellen selv, eller om de får presentert en modell de må reflektere og argumentere mot, gjennom å tenke kritisk til modellens variabler og presentasjon.

5 Resultater

5.1 Resultater i den horisontale analysen

I denne delen av oppgaven vil vi presentere den horisontale analysen av oppgavene i læreverket *Maximum 10*. Analysen vil presenteres i form av sektordiagrammer. Alle oppgavene i læreboken er analysert og inkludert, med unntak av forklaringer i de ulike kapitlene der fagstoff presenteres. Dersom en oppgave har hatt flere deloppgaver, har vi tatt totalen av alle deloppgavene som én oppgave i analysen vår. Oppgavetyperne er som nevnt i metode kapitlet, kategorisert i tre deler: A) *modelleringsoppgaver*, B) *ikke modelleringsoppgaver* og C) *oppgaver som kan være modelleringsoppgaver*.

5.1.1 Bokens oppbygning og struktur

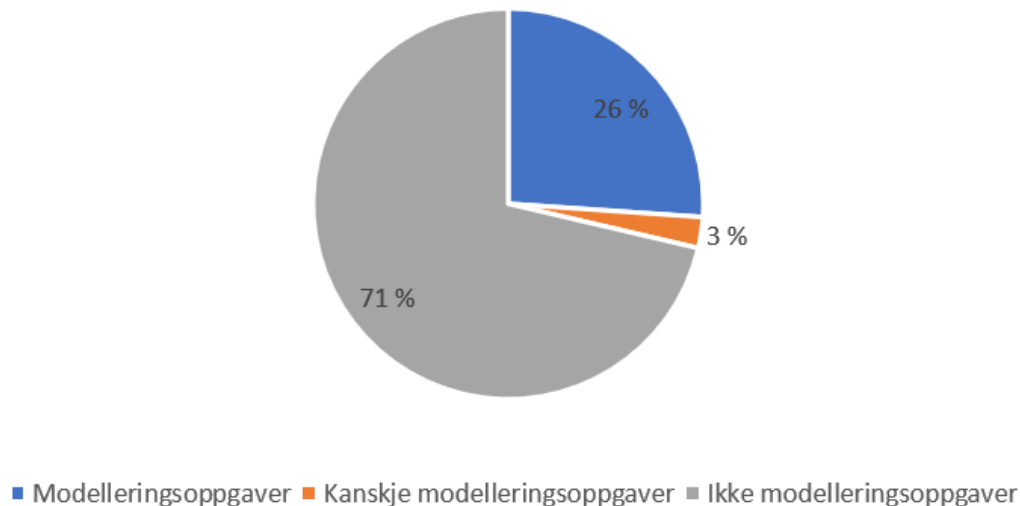
Maximum 10 er Gyldendals matematikk bok skrevet i forhold til den nye læreplanen. Boken er bygd opp i form av fire kapitler: 1 *Likninger og algebra*, 2 *Funksjoner*, 3 *Økonomi* og 4 *se flere sammenhenger*. Vi har totalt analysert 391 oppgaver og vil videre i dette kapitlet belyse våre funn og resultater både for den horisontale og den vertikale analysen. Det er totalt 291 sider i boken og kapitlene er jevnt fordelt over de nesten 300 sidene. Oppgavene er varierte og belyser både rent matematiske oppgaver, men også oppgaver som legger til rette for at elevene skal øke kompetanse iblant annet modellering.

5.1.2 Oppsummering av horisontal analyse

Etter vår forståelse av modellering får vi til sammen 102 oppgaver som vi anså som modelleringsoppgaver, ti oppgaver vi anså som oppgaver som *kanskje en modelleringsoppgave*, og til slutt 279 oppgaver som vi kategoriserte som oppgaver som *ikke er modelleringsoppgaver*. I læreboken har det vært en bred variasjon i oppgavetyper. Oppgavene har belyst alt fra virkelighetsnære og utforskende arbeidsoppgaver innenfor undersøkelseslandskapet i forhold til Skovsmoses (2003) definisjon på den ene siden, mens det på andre siden har vært oppgavetyper innenfor oppgaveparadigme som har vært rent matematiske oppgaver. For vår definisjon av hva modellering er i matematikk, har betydningen av hva et virkelig problem fått stort fokus. Oppgaver som vi har definert som modelleringsoppgaver i den horisontale analysen har ifølge oss en klar kobling til virkeligheten for elevene. Figur 23 viser en oversikt over de ulike matematikkoppgavene i Maximum 10. Naturlig nok forekommer det i sektordiagrammet at oppgaver som ikke er modelleringsoppgaver utgjør 71% av alle oppgavene som er talt opp i denne studien. Videre

utgjør oppgavene som kategoriseres som modellering 26%, mens de resterende 3% består av oppgaver kategorisert som *kanskje en modelleringsoppgave*.

Oversikt over funn i den horisontale analysen



Figur 23: Oversikt over oppgavetyper i Maximum 10

I tillegg til de klare modelleringsoppgavene var det i denne analysen noen oppgaver vi ikke helt klart å definere. Oppgavene som ble plassert som kanskje modelleringsoppgaver ble plassert her fordi det var knyttet usikkerhet til hvor virkelig problemet var, hvor godt definert problemet var, og/eller om bruken av modellen rettferdiggjør kategorisering som en modelleringsoppgave.

5.1.3 Eksempler fra funn i horisontal analyse

Oppgave vi har kategorisert som modellering:

Vi har valgt å belyse en av oppgavene vi har ansett som en klar modelleringsoppgave. Oppgave 4.17 (Figur 24) omhandler et virkelig problem når Gaute skal lage en hundegård. Modelleringsoppgaven arbeider med ren modelleringskompetanse når man skal lage en graf med dynamisk graftegner som for eksempel GeoGebra. I tillegg skal elevene bruke grafen til å bestemme når gjerdet rundt hundegården blir billigst. Oppgavene fyller Blum og Leiß (2007) sin modelleringscyklus.

4.17 Hundegårdgjerde

Gaute skal lage en hundegård, se skisse i margen. Hundegården skal være 30 m^2 stor og rektangelformet. En del av hundegården vender ut mot en vei. Denne siden av hundegården har lengden x . Prisen på gjerdet er 500 kr per meter for den delen som vender ut mot veien, siden dette gjerdet skal være høyere enn resten. Resten koster 300 kr per meter. La $P(x)$ være prisen for hele gjerdet.

- Vis at $P(x) = 800x + \frac{18\,000}{x}$
- Tegn grafen til P med dynamisk graftegner. Velg et fornuftig definisjonsområde.
- Bruk grafen til å bestemme x slik at gjerdet blir så billig som mulig.

Figur 24: Oppgave 4.17 i Maximum 10

Oppgave vi har kategorisert som *ikke modellering*:

Oppgave 1.12 (Figur 25) er en av oppgavene vi har ansett som en oppgave som ikke er en modelleringsoppgave. På den ene siden skal man lage et likningssett, og man skal argumentere for likningssettet som er laget, passer til situasjonen. Problemet vil ikke være virkelig nok for elevene, da sannsynligheten for at Trygve selv vet godt antall griser og høner han har, og det kan være vanskelig å se relevansen i å finne ut antall griser og høner hvis det ikke er for Trygves del. Vi tenker derfor at oppgaven kun er konstruert for å lage en matematisk oppgave i kapittel 1, og er med andre ord ikke et virkelig problem, og dermed heller ikke en modelleringsoppgave etter vår oppfatning.

1.12 Samarbeid to og to og løs problemet ved å lage et likningssett. Velg metode for å løse likningssettet. Argumenter for hvorfor likningssettet dere har laget, passer til situasjonen.

Trygve har noen høner og noen griser. Det er 36 dyr i alt, og til sammen har de 96 bein. Hvor mange griser og hvor mange høner har Trygve?

Figur 25: Oppgave 1.12 i Maximum 10

Oppgave vi har kategorisert som *kanskje en modelleringsoppgave*:

I Figur 26 viser vi et eksempel på en oppgave vi har belyst innenfor kategorien *kanskje en modelleringsoppgave*. Oppgaven legger til rette for arbeid med modeller, med gitte variabler. Eleven blir bedt om å lage en modell av verdiutviklingen til bilen, både analogt og digitalt, og

bruke modellene til å gi prognoser om verdiutvikling fremover i tid, og se tilbake på verdi i fortiden. I tillegg må eleven bruke modellen til å anslå når verdien er halvparten av det den var når bilen var ny.

I likhet med oppgave 1.12 (Figur 25) er det en viss semi-virkelighet over oppgave 2.78 (Figur 26), da en bruktbil ikke nødvendigvis vil synke med 10% verdi per år. Vi mener likevel at oppgaven kan være virkelighetsnær og relevant for elevene, til tross for at tallene ikke nødvendigvis er helt riktige. Sett fra et elevperspektiv er det ikke gitt at elevene vil anse tallene knyttet til oppgaven som så urealistiske. Oppgave 2.78 (Figur 26), som er kategorisert som *kanskje en modelleringsoppgave*, har en tydeligere direkte kobling til virkeligheten enn hva oppgave 1.12 (Figur 25), som er kategorisert som *ikke en modelleringsoppgave*, hadde. Vi mener at oppgaven ligger litt i gråsonen for hva vi anser som et virkelig problem, og at oppgaven kanskje ikke faller helt opp. Den plasseres derfor i kategorien *kanskje en modelleringsoppgave*.

2.78 Bruktbilkjøp

Amina kjøper en 10 år gammel bruktbil for 100 000 kr. Bilen har da sunket omtrent 10 % i verdi per år siden den var ny.

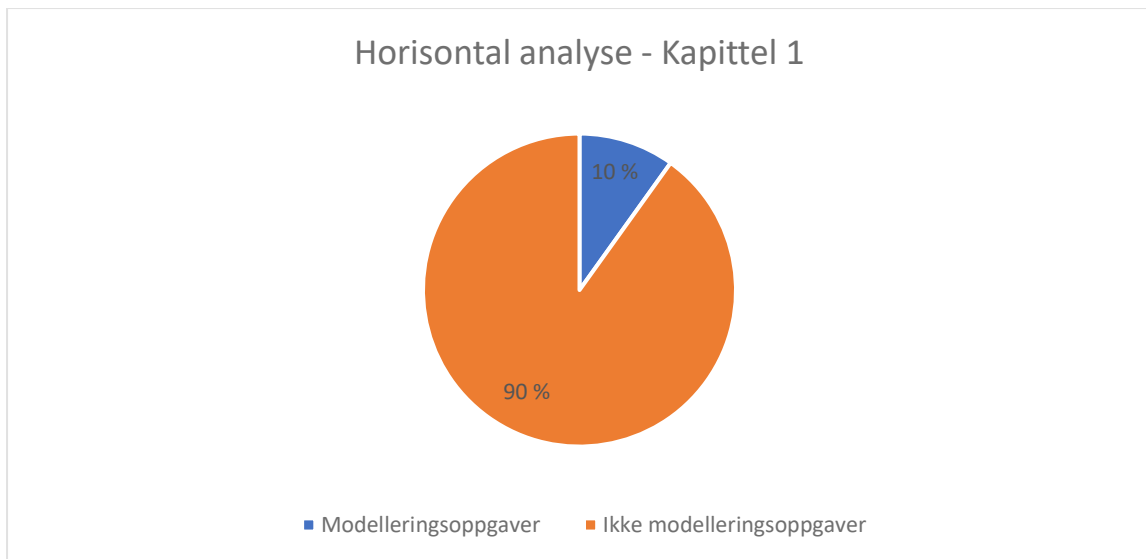
- a Lag en modell som viser bilens verdiutvikling.
- b Bruk dynamisk graftegner og tegn modellen av bilens verdiutvikling.
- c Bruk modellen til å avgjøre omtrent hva bilen kostet ny, og hvor mye den vil være verdt om fem år.
- d Når bør bilen selges hvis Amina ønsker halvparten av prisen hun betalte tilbake?

Figur 26: Oppgave 2.78 i Maximum 10

5.1.4 Kapittel 1 – Likninger og algebra

Det første kapittelet i Maximum 10 heter “Likninger og algebra”. I kapittelet var det 101 oppgaver, og vi anslo 10 oppgaver som modelleringsoppgaver. Det var tydelig for oss hvilke oppgaver som kunne defineres som modelleringsoppgaver i kapittelet, slik at det ikke var noen oppgaver som falt innunder oppgavetyperen *kanskje modelleringsoppgave*. Kapittel 1 omhandler som nevnt likninger og algebra, og det er i forhold til Skovsmose (2003) sine definisjoner mange av oppgavene som befinner seg innunder oppgaveparadigme. Av de totalt 101 oppgavene var det kun 10 oppgaver vi fant som hadde en ren kobling til virkeligheten. På en

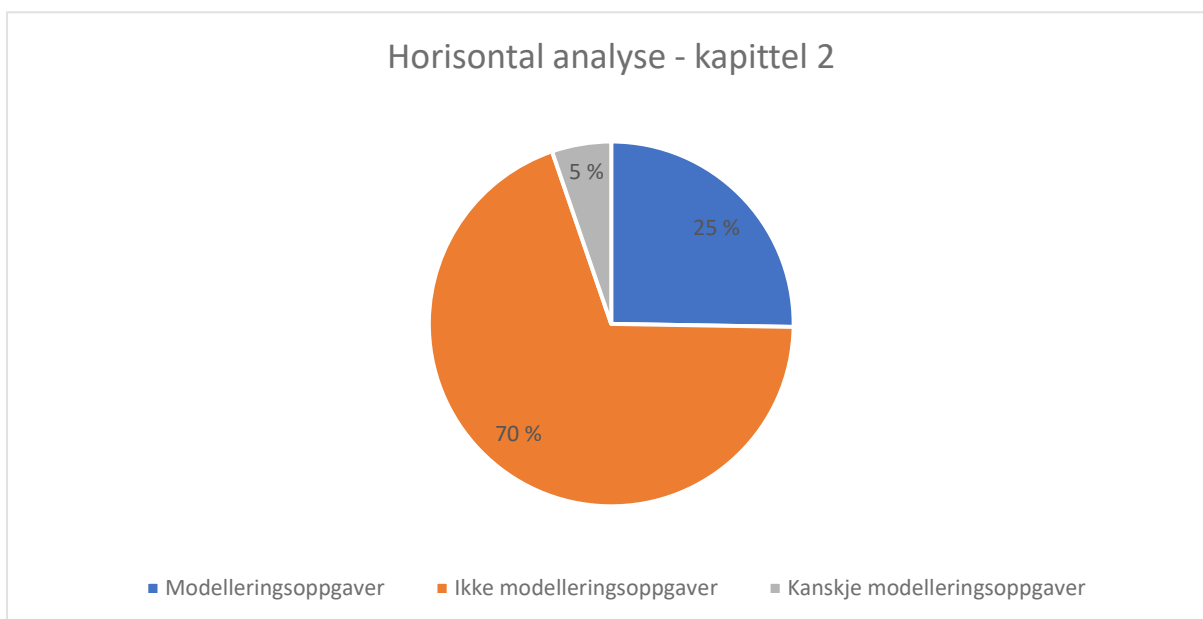
annen side legger spesielt likninger opp til å kunne lage funksjonsuttrykk og grafer og med andre oppgavetyper eller fokusområder er det stort potensiale for å arbeide med modellering i et kapittel som Maximum 10s første kapittel.



Figur 27: Antall oppgaver ansett som modelleringsoppgaver, ikke modelleringsoppgaver og kanskje modelleringsoppgaver i kapittel 1 – likninger og algebra

5.1.5 Kapittel 2 – Funksjoner

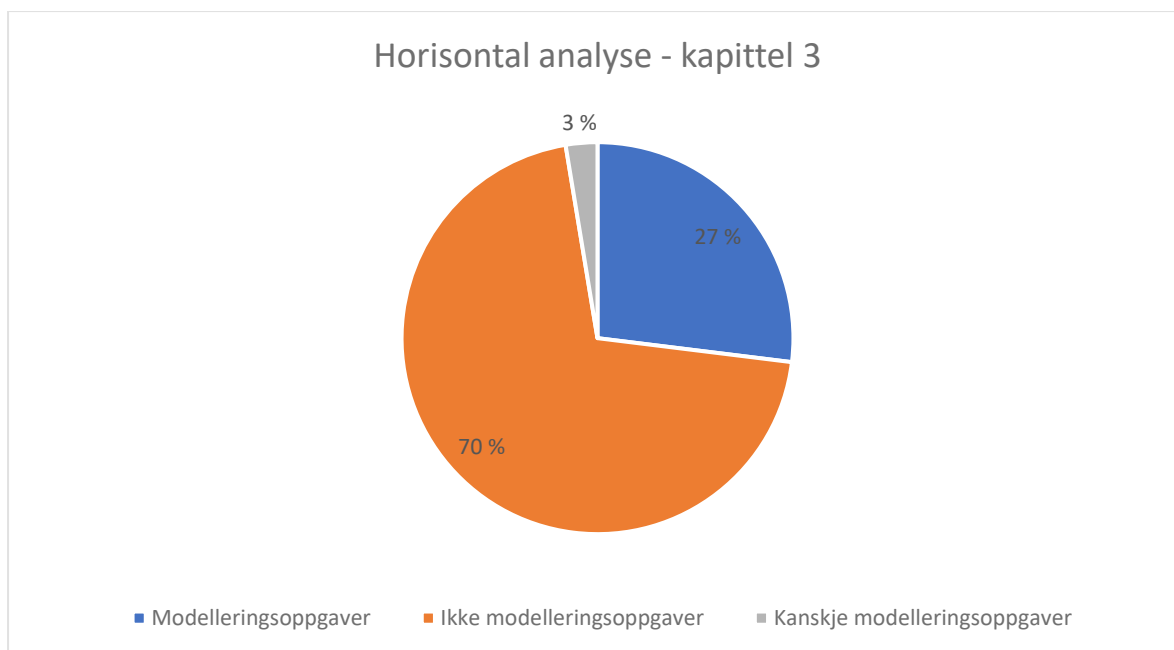
Videre i boken følger kapittel 2 som omhandler funksjoner. I dette kapittelet var det en del flere oppgaver sammenlignet med kapittel 1, og vi fant også oppgaver innenfor alle de tre nevnte kategoriene. Totalt i kapitelet var det 95 oppgaver, hvor vi definerte 24 av oppgavene som *klare modelleringsoppgaver*, 66 oppgaver som *ikke modelleringsoppgaver* og 5 oppgaver satte vi under kategorien *kanskje en modelleringsoppgave*. I likhet med det første kapittelet var det på hvorvidt oppgavene var virkelighetsnære for elevene. Kapittel 2 har som vi ser i figur 23, et større antall modelleringsoppgaver og en av grunnene til dette var nettopp koblingen til virkeligheten. Under analysen bemerket vi oss at det var et større antall oppgaver i dette kapitelet som kunne knyttes til undersøkelseslandskapet og som ga elevene muligheter til å arbeide med modellering gjennom blant annet utforskende arbeid, til tross for at vi ikke har tall fra analysen som kan underbygge dette.



Figur 28: Antall oppgaver ansett som modelleringsoppgaver, ikke modelleringsoppgaver og kanskje modelleringsoppgaver i kapittel 2 – funksjoner

5.1.6 Kapittel 3 - Økonomi

Det tredje og nest siste kapittelet i Maximum 10 handler om økonomi. Kapittelet er bokens største i form av sidetall og oppgaver, da det til sammen var 115 oppgaver knyttet til økonomi. På likhet med tidligere kapitler var det også her en rekke oppgaver vi kunne belyse som modelleringsoppgaver, og fant til slutt 31 oppgaver som vi definerte som *klare modelleringsoppgaver*, 81 oppgaver som *ikke er modelleringsoppgaver* og til slutt tre oppgaver som vi anså som *kanskje modelleringsoppgaver*. Økonomi er en av fagområdene som utafra våre erfaringer anses som viktige ifølge elevene selv. Oppgavene i Maximum 10s kapittel 3 er særdeles gode på å knytte virkeligheten til elevene ved å gi gode eksempler på skattetrekk, lønnstrekk og renter. Det er en direkte kobling til elevenes fremtidige hverdag og det gjenspeiler antall modelleringsoppgaver vi fant i kapittel 3, som vist i (Figur 29). 27% av oppgavene ble definert som klare modelleringsoppgaver, og det kunne utvilsomt vært flere på bakgrunn av at enkelte oppgaver ble plassert under ikke modelleringsoppgaver da oppgavene ble for semi-virkelige.



Figur 29: Antall oppgaver i kapittel 3 ansett som modelleringsoppgaver i de tre nevnte kategoriene

5.1.7 Kapittel 4 – Se flere sammenhenger

Det siste kapittelet i boken er kapittel 4 som omhandler å se flere sammenhenger i matematikken. Kapittelet er delt inn i ulike underoverskrifter hvor det totalt var fem deler. Delkapitlene er: 1) *Utforskning og problemløsning*, 2) *modellering*, 3) *praktiske oppdrag*, 4) *tverrfaglige temaer* og 5) *presentasjon og kommunikasjon*. Kapittelet inneholder totalt 80 oppgaver, og det var hele 37 av disse 80 vi anså som *modelleringsoppgaver*. På den andre siden var det 41 oppgaver vi kategoriserte som oppgaver som *ikke er modelleringsoppgaver*, som vil si at det gjensto 2 oppgaver som vi vil beskrive som *kanskje modelleringsoppgaver*.

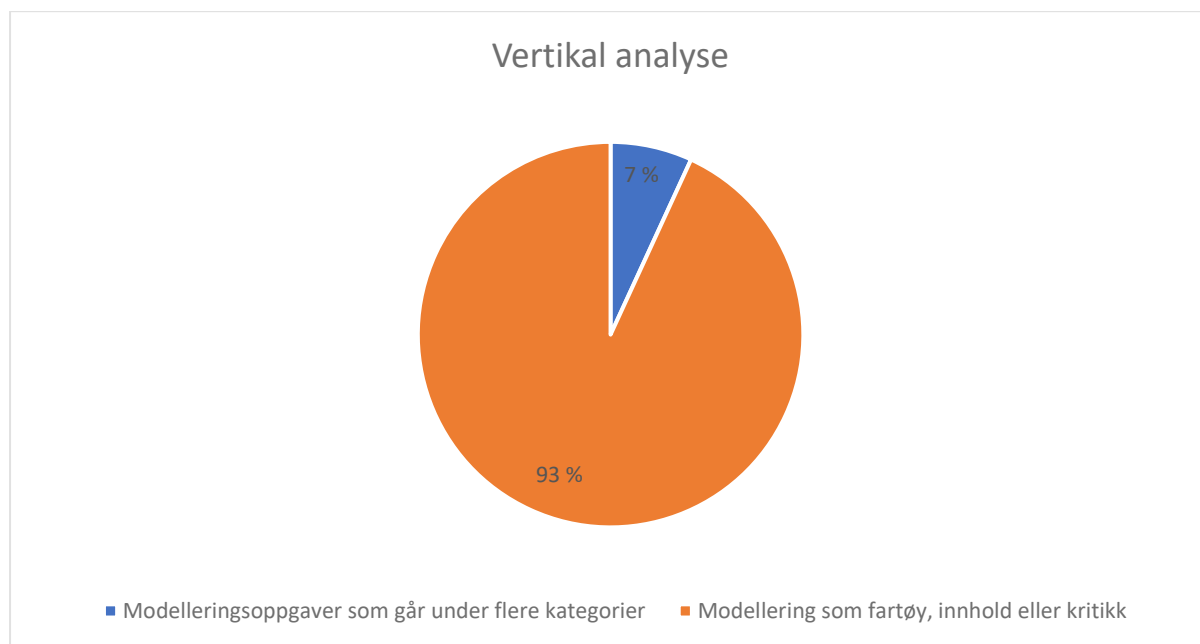
Vi ønsker å presentere et funn vi gjorde i den horisontale analysen, i kapittel 4. Boken har nemlig et eget delkapittel i kapittel 4 som heter modellering. Delkapittelet heter «modellering», og går fra side 232 til og med side 241, altså 10 sider med totalt 15 oppgaver. Av de 15 oppgavene i modelleringskapittelet var det kun 6 av oppgavene vi kategoriserte som modelleringsoppgaver, mens ingen av oppgavene falt inn under *kanskje modelleringsoppgaver*. Av de seks oppgavene kategoriserte vi tre av de som *modellering som kritikk*, og de resterende tre som *modellering som innhold*. Det kan her argumenteres for at forfatteren av Maximum 10 og forfatterne av denne boken ikke nødvendigvis har samme oppfatning av hva modellering er.

5.2 Resultater i den vertikale analysen

5.2.1 En oversikt over kategorisering av modelleringsoppgaver

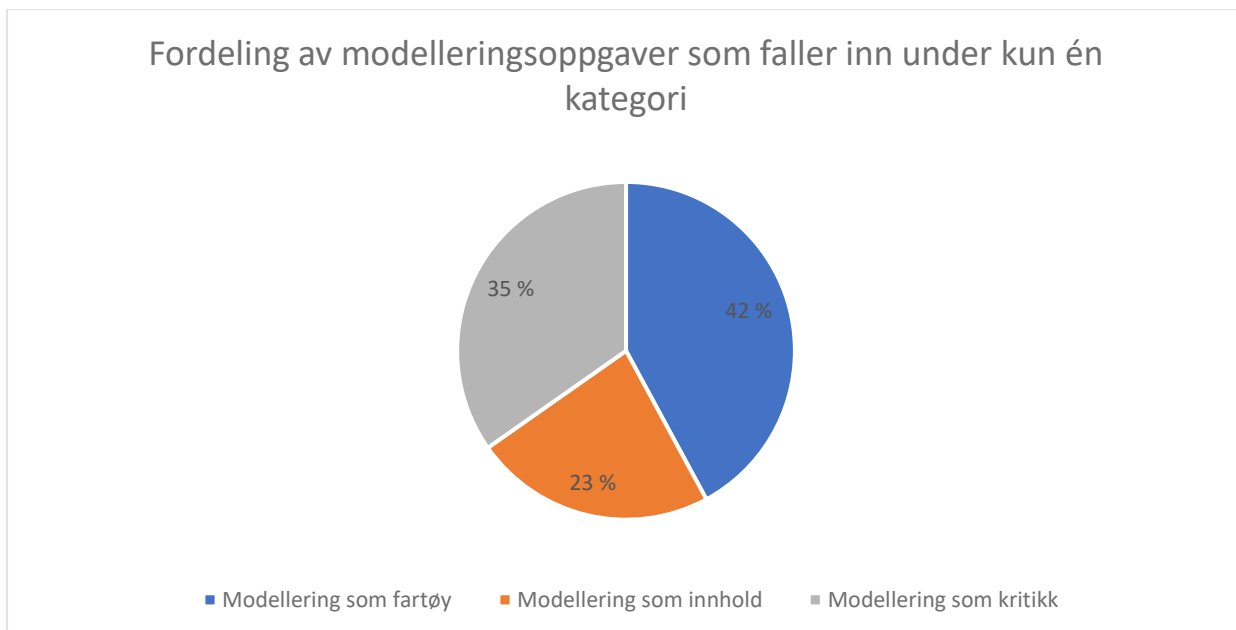
I den vertikale analysen har vi tatt tak i de 102 oppgavene vi anså som modellering, og begynte den vertikale analysen av hvilken hensikt vi kunne finne med hver enkelt oppgave.

Av de totalt 102 oppgavene, var totalt 95 av de kategorisert enten som modellering som innhold, modellering som fartøy, eller modellering som kritikk, uten å overlape hverandre.



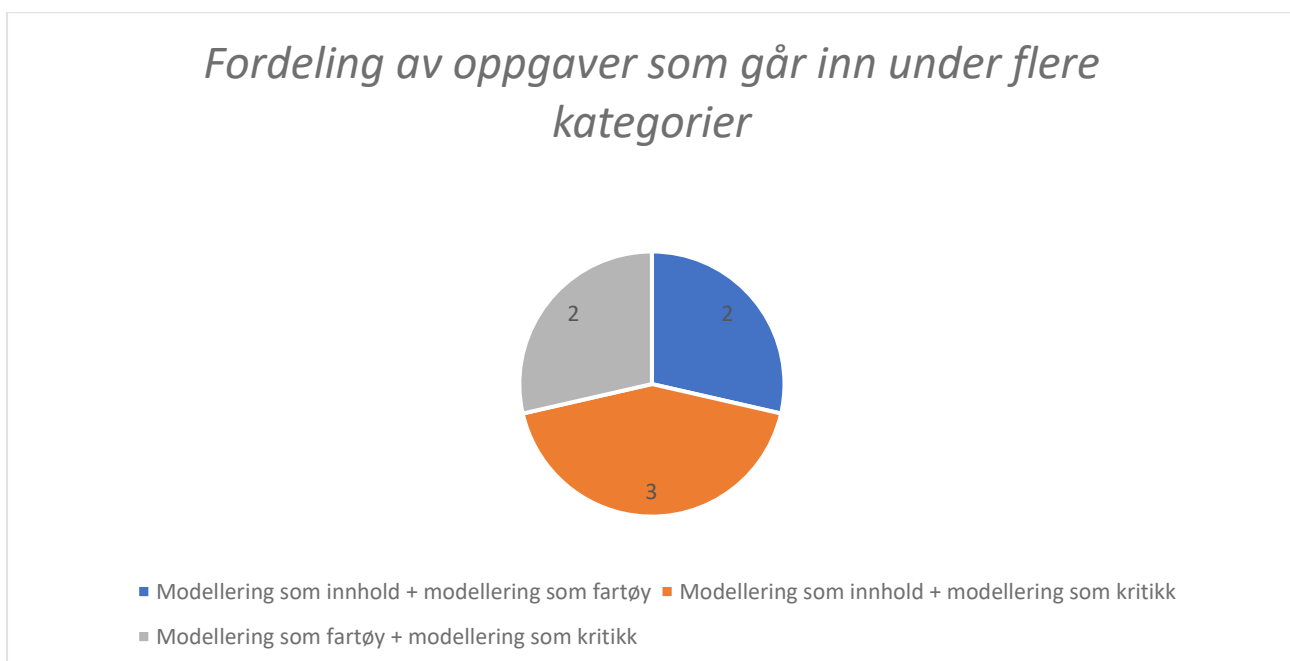
Figur 30: Forholdet mellom oppgaver i flere kategorier, og oppgaver i kun én kategori

Av de 95 oppgavene som faller inn under kun én kategori, går 33 av de som *Modellering som kritikk*, 40 går som *modellering som fartøy* mens 22 oppgaver gikk under kategorien *modellering som innhold*.



Figur 31: Fordeling av oppgavene som faller inn under kun én kategori

Av de 7 oppgavene som gikk inn under flere kategorier, gikk 3 av oppgavene inn under *modellering som innhold og modellering som kritikk*, 2 oppgaver gikk inn under *modellering som fartøy og modellering som innhold*, og de resterende 2 oppgavene gikk inn under *modellering som fartøy og modellering som kritikk*.

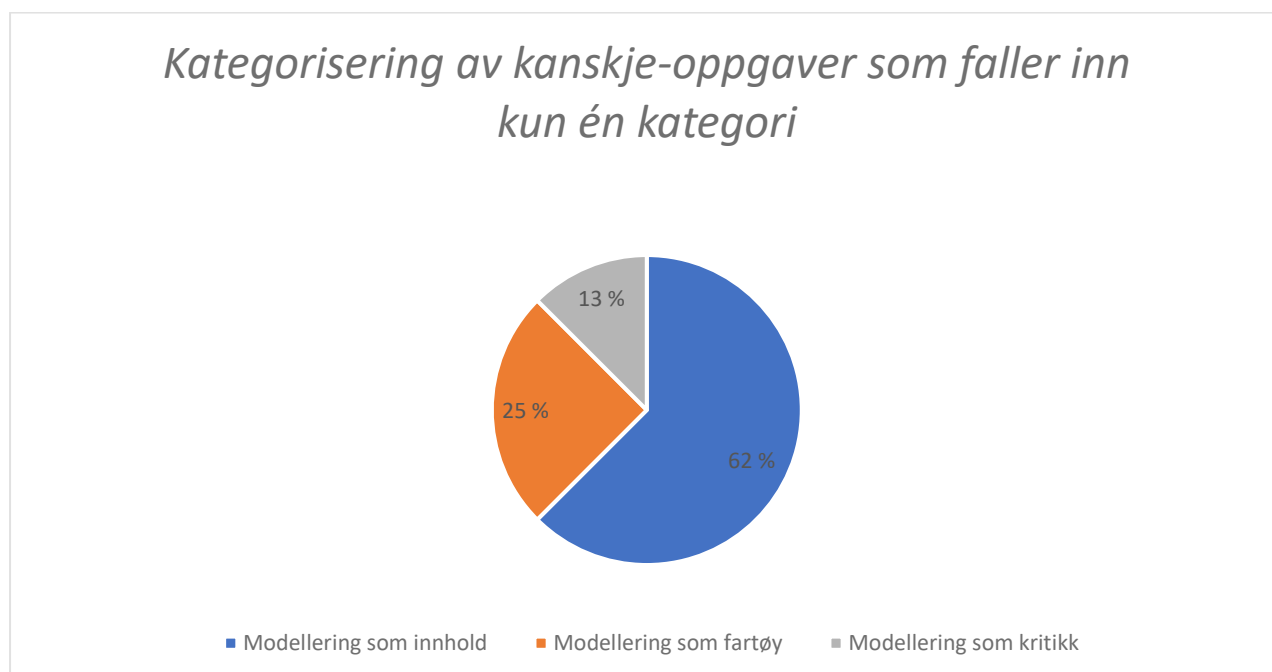


Figur 32: Fordeling av oppgaver som går inn under flere kategorier

5.2.2 En oversikt over kategorisering av oppgaver som kanskje er modellering

Som nevnt i resultatene av den horisontale analysen, var det 10 oppgaver vi var usikre på, og kategoriserte som «kanskje en modelleringsoppgave». Vi har også her kategorisert oppgavene i modellering som innhold, modellering som fartøy, og modellering som kritikk, og vi skiller igjen mellom oppgavene som faller inn under kun én kategori, og oppgavene som faller inn under flere kategorier.

Av de totalt 10 oppgavene vi definerte som *kanskje en modelleringsoppgave*, var det 8 av de som falt inn under kun én kategori. 5 av oppgavene ble kategorisert som *modellering som innhold*, 2 av oppgavene ble kategorisert som *modellering som fartøy*, mens den siste oppgaven ble kategorisert som *modellering som kritikk*.



Figur 33: Kategorisering av kanskje-oppgaver som faller inn kun én kategori

Av de to siste oppgavene, ble den ene plassert under kategorien *modellering som innhold + modellering som fartøy*, mens den andre ble plassert under *modellering som fartøy + modellering som kritikk*.

Dersom vi legger sammen oppgaver som faller inn under «ja», og «kanskje», sitter vi med totalt 112 oppgaver som vi har kategorisert som enten *modellering som innhold*, *modellering som kritikk* eller *modellering som fartøy*, eller en kombinasjon av 2 av de nevnte kategoriene.

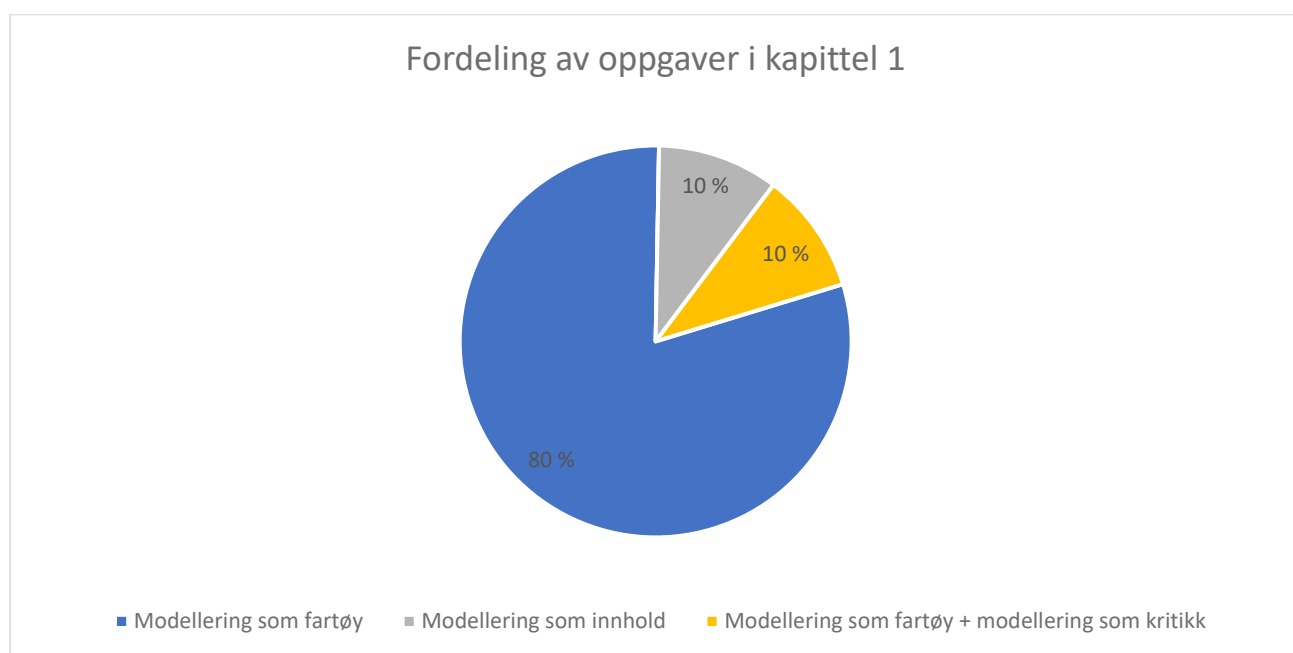
Vi skal nå se på hvordan modelleringsoppgavene vi har funnet i den horisontale analysen kan plasseres ut fra Barbosa (2006) sine 3 hensikter med modellering:

5.2.3 Kapittel 1 – Likninger og algebra

Som nevnt, var det kun 10 oppgaver som vi anså som modelleringsoppgaver i kapittel 1. I kapittel 1, var fordelingen av de 10 oppgavene slik:

- Modellering som innhold: 1 oppgave
- Modellering som fartøy: 8 oppgaver
- Modellering som kritikk: 0 oppgaver

I tillegg til dette, har vi kategorisert en oppgave som både modellering som innhold, og modellering som fartøy.



Figur 34: Fordeling av oppgaver i kapittel 1

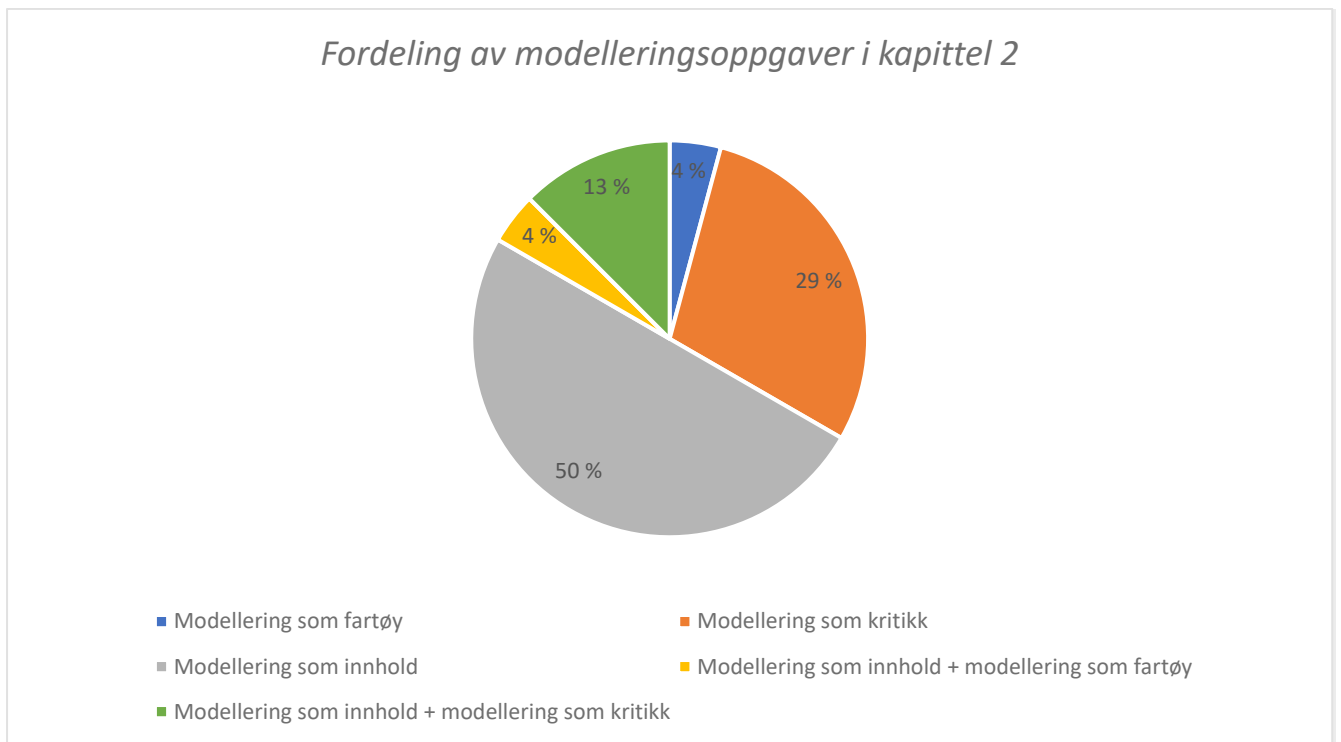
I kapittel 1 var det ingen oppgaver vi kategoriserte som *kanskje en modelleringsoppgave*.

5.2.4 Kapittel 2 – Funksjoner

I kapittel 2 var det totalt 24 oppgaver vi kategoriserte som en modelleringsoppgave, samt 5 oppgaver vi definerte som *kanskje en modelleringsoppgave*. I kapittel 2 var fordelingen av de 24 modelleringsoppgavene slik:

- Modellering som innhold: 12 oppgaver
- Modellering som fartøy: 1 oppgave
- Modellering som kritikk: 7 oppgaver
- Modellering som innhold + modellering som fartøy: 1 oppgave

- Modellering som innhold + modellering som kritikk: 3 oppgaver

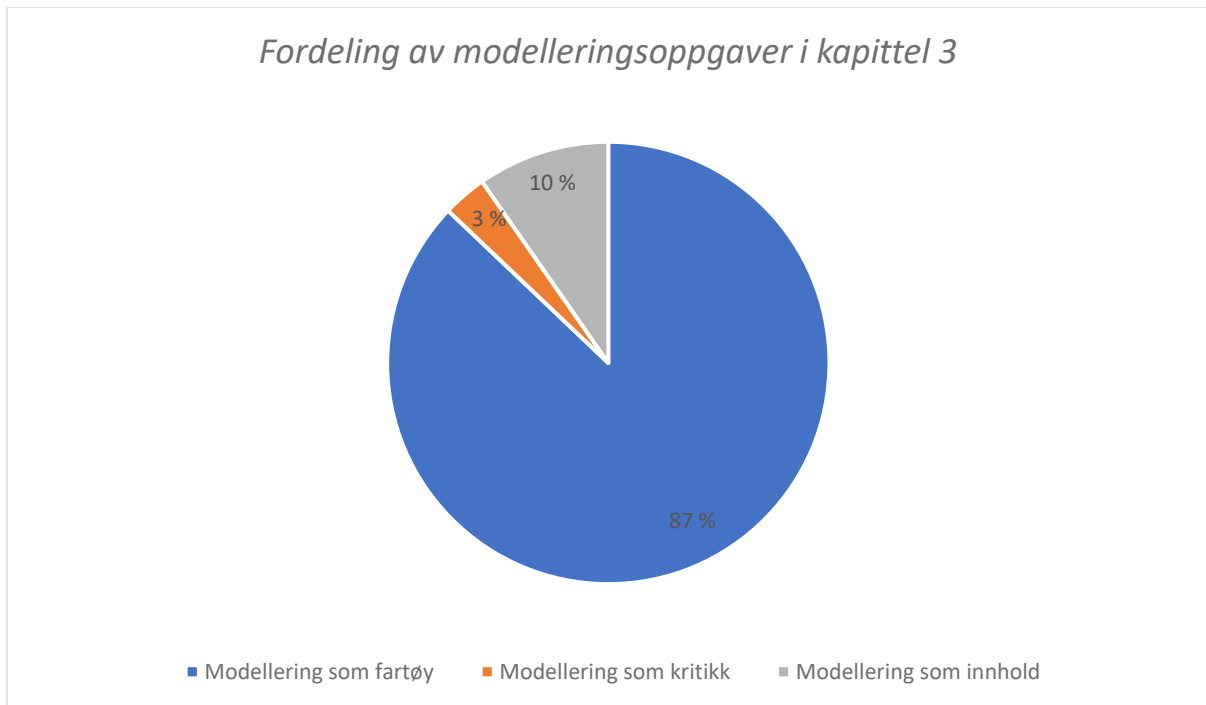


Figur 35: Figur 31: Fordeling av modelleringsoppgaver i kapittel 2

5.2.5 Kapittel 3 – Økonomi

I kapittel 3 er det som nevnt 31 oppgaver vi definerer som modelleringsoppgaver, og 3 oppgaver vi anser som *kanskje modelleringsoppgaver*. Av de 31 oppgavene vi anser som modelleringsoppgaver, ser fordelingen slik ut:

- Modellering som innhold: 3 oppgaver
- Modellering som fartøy: 27 oppgaver
- Modellering som kritikk: 1 oppgave



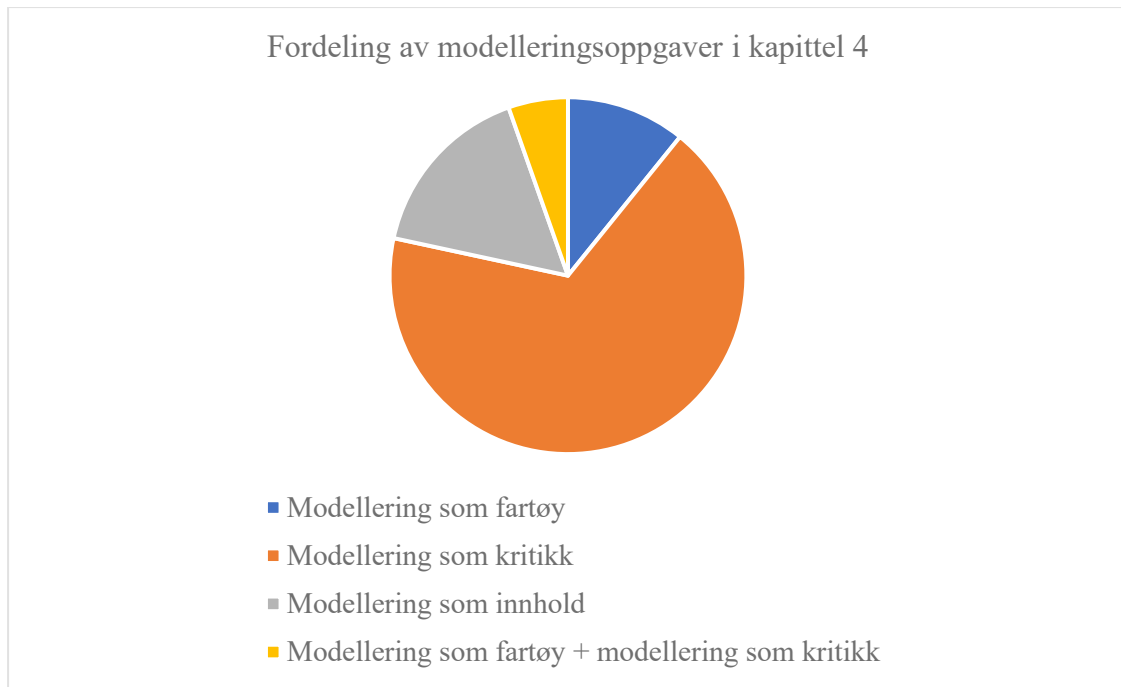
Figur 36: Fordeling av modelleringsoppgaver i kapittel 3

Av alle oppgavene som var modelleringsoppgaver, var det ingen av oppgavene som falt inn under flere kategorier. Av de 3 oppgavene vi har definert som *kanskje en modelleringsoppgave*, gikk 2 av de inn i kategorien *modellering som fartøy*, mens den siste gikk under *modellering som innhold*, og *modellering som fartøy*.

5.2.6 Kapittel 4 – Se flere sammenhenger

Som nevnt fant vi 37 modelleringsoppgaver i kapittel 7, i tillegg til 2 oppgaver vi kategoriserte som *kanskje en modelleringsoppgave*. Av de modelleringsoppgavene vi fant, ble de i den vertikale analysen inndelt slikt:

- Modellering som innhold: 6 oppgaver
- Modellering som fartøy: 4 oppgaver
- Modellering som kritikk: 25 oppgaver
- Modellering som fartøy og modellering som kritikk: 2 oppgaver



Figur 37: Fordeling av modelleringsoppgaver i kapittel 4

Av de 2 oppgavene vi kategoriserte som *kanskje en modelleringsoppgave*, gikk én av de som *Modellering som fartøy* og *modellering som kritikk*, mens den siste gikk som *modellering som kritikk*.

5.3 Eksempler fra funn i vertikal analyse

5.3.1 Modellering som kritikk

Vi har plassert oppgaven i Figur 38 som *modellering som kritikk*. Dette begrunner vi med at vi forstår formålet med oppgaven som at man her skal bruke modelleringskunnskaper for å tenke kritisk rundt dyrking av avokado, og dermed også forbruket vi i Norge har rundt avokadoer. Vi tenker at informasjonen som er presentert i oppgaven er reell, og relevant for ungdommer som har et engasjement eller interesser i klimaforandringene som skjer i verden. Vi mener at det ikke er modellering som innhold fordi vi antar at elevene her trenger en viss forkunnskap i modellering for å kunne løse oppgaven, og vil dermed være vanskelig å løse oppgaven dersom man ikke har kunnskapene som trengs. Dersom man derimot har forkunnskapene som trengs, ser vi ikke hvordan det er modelleringskunnskapene som først og fremst skal utvikles ved å løse oppgaven. Det *kan* derimot argumenteres for at denne oppgaven også kan plasseres i *modellering som fartøy*, men vi mener at oppgaven først og fremst legger til rette for kritisk tenkning i henhold til hvordan kritisk tenkning presenteres i LK20, både gjennom fagets

sentrale verdier og hvordan kjerneelementet *modellering og anvendelser* legger føringer på bruk av modeller for å beskrive samfunnet.

4.42 Avokadoproduksjon

Avokadodyrking krever mye vann. Ifølge nettstedet Waterfootprint.org trenger 1 kilo avokado 283 liter vann under dyrkingsperioden sin. Det betyr at en gjennomsnittlig avokado på 200 gram trenger drøyt femti liter gjennom vekstperioden sin.

Ifølge statistikkene til Opplysningskontoret for frukt og grønt ble det i 2019 importert 14,0 millioner kilo avokado til Norge, mens det for 2020 ble tatt inn 14,8 millioner kilo. En gjennomsnittlig nordmann spiser omtrent 13 avokadoer i året. På verdensbasis ble det i 2019 ifølge FNs mat- og landbruksorganisasjon (FAO) produsert 7,2 milliarder kilo. I 2010 ble det til sammenlikning produsert knappe 4 milliarder kilo.

- a Hvor mye vann trengs for å produsere de avokadoene som Norge importerer i løpet av ett år? Sammenlikn vannmengden med noe du kjenner størrelsen av.
- b I en annen artikkel beskrives det at for å dyrke én kilo avokado kreves det nesten 2000 liter vann. Gjør beregningene i a med dette utgangspunktet. Finn forskjellen mellom vannforbruk for å produsere avokadoer med de to ulike tallene for vannforbruk.
- c Hvordan kan du lage en modell som viser produksjonsøkning av avokado fra 2010 til 2019 i verden? Hvordan tror du utviklingen vil være videre? Lag to ulike modeller, forklar dem for en annen i klassen og argumenter for hvert av fremtidsbildene.

Figur 38: Oppgave 4.42 i Maximum 10

5.3.2 Modellering som innhold

Vi har plassert denne oppgaven (Figur 39) innenfor kategorien *modellering som innhold*, da vi forstår at oppgaven har et formål om å utfordre først og fremst i modelleringsprosessen. Innholdet vil være relevant, kan være eller er et virkelig problem, og utfordrer eleven til å bruke modeller til å finne informasjon. Oppgaven krever bruk av dynamisk graftegner, eksempelvis Geogebra, til å skape en modell ut fra informasjonen som er oppgitt. Vi forstår at i denne oppgaven har en hovedhensikt med å forbedre modelleringskunnskaper, og andre matematiske kunnskaper blir ikke utfordret i like stor grad. Oppgaven legger til rette for å jobbe med først og fremst modeller, og hvordan man kan produsere, tolke og forstå modeller. Denne oppgaven kan derfor legge et grunnlag i modelleringskunnskaper, og blir derfor plassert under *modellering som innhold*.

2.75 Henger alder og høyde sammen?

En helsestasjon måler høyde på alle barn og ungdommer. Tabellen viser høyden i cm på de siste 20 guttene som har blitt målt.

Alder	5	15	9	7	4	12	13	17	10
Høyde	111	167	130	135	105	153	150	175	133
Alder	14	8	13	16	17	18	6	9	14
Høyde	165	131	160	170	180	185	115	134	166

- Bruk dynamisk graftegner og lag en modell som viser hvordan alder og høyde henger sammen hos disse guttene.
- Studer modellen og si noe om i hvilket aldersintervall modellen kan gjelde, og når den ikke kan gjelde.
- Bruk modellen til å finne den omtrentlige høyden til en gutt på 11 år og alderen til en gutt som er 165 cm høy.

Figur 39: Oppgave 2.75 i Maximum 10

5.3.3 Modellering som fartøy

Denne oppgaven ber eleven om å lage et budsjett innenfor hva voksne bruker pengene på, som ikke nødvendigvis er en virkelighetsnær oppgave for aldersgruppen elevene er i, men siden den legger til rette for at elevene selv kan velge et interessant yrke, tenker vi at eleven vil få en slags eierskap til oppgaven.

Oppgave 4.52 (Figur 40) er en av oppgavene vi har plassert i kategorien *modellering som fartøy*, da vi forstår oppgaven som en oppgave hvor man bruker modellering for å utfordre i kunnskaper innenfor personlig økonomi.

4.52 Hva bruker voksne penger på?

- a Tenk gjennom og lag en liste i et regneark over hva du må bruke penger på som voksen.
- b Finn startlønna i det yrket du kanskje kommer til å ha. La dette være inntekten din per måned.
- c Lag et budsjett for en gjennomsnittlig måned. Finn ut hvor mye hver av utgiftene vil utgjøre, og hvordan inntekter og utgifter skal kunne være i balanse hver måned.
- d Hvilke goder må du kanskje unnvære på grunn av økonomien?

Figur 40: Oppgave 4.52 i Maximum 10

5.3.4 Modellering i flere kategorier

Vi vil her presentere 3 oppgaver, hvor vi dekker alle kategoriene som faller inn under flere kategorier. Som nevnt faller 7 oppgaver inn under flere kategorier, og det kan argumenteres for og imot de ulike kategoriseringene. På alle oppgavene var vi enige om minst én av kategoriene, men siden vi mente at det kunne argumenteres for at oppgavene skulle kategoriseres i en annen, valgte vi å plassere oppgaven i flere kategorier.

Modellering som innhold + modellering som fartøy:

Gjennom arbeid med funksjoner kan man argumentere for om man hele tiden også jobber med modelleringsprosessen, dersom oppgavene har en reell referanse til virkeligheten. Mange av oppgavene som er plassert i *modellering som innhold* kan argumenteres for om heller skulle vært plassert i *modellering som fartøy*, og motsatt. Oppgave 2.55 (Figur 41) plasseres i *modellering som innhold* og *modellering som fartøy* fordi vi tenker at hovedhensikten her er å lære seg modelleringsprosessen digitalt (modellering som innhold), men at man samtidig jobber med forståelse av ulike faktorer innenfor algebra, som likninger, digitale grafer og regning med ukjente. Vi har derfor valgt å plassere den som *modellering som fartøy* i tillegg til *modellering som innhold*.

2.81 Produksjon av insekthotell

To kamerater skal lage en elevbedrift for å kunne produsere og selge insekthoteller. For å bruke sløydsalen om kveldene i den perioden de skal drive bedriften, må de betale 500 kr. Materialene koster 40 kr per insekthotell. I tillegg må de kanskje hente inn ekstrahjelp hvis pågangen blir stor. De setter opp en funksjon som skal gi kostnadene ved produksjon av x insekthoteller $k(x) = 0,12x^2 + 40x + 500$

- a Bruk en digital graftegner til å tegne grafen til k .
- b Analyser grafen og finn ut hvor mye det koster å lage 50 insekthoteller. Hvor mange kan de produsere for 4500 kr?
- c Kameratene selger insekthotellene for 65 kr per stykk. Forklar at inntektene deres er gitt ved $l(x) = 65x$.
- d Hvor mange insekthoteller må de produsere og selge for å gå med overskudd?
- e Forklar at overskuddet til bedriften er gitt ved $l(x) - k(x)$. Skriv denne funksjonen inn i en digital graftegner, og bestem hvor mange insekthoteller de må produsere og selge for at overskuddet skal bli størst mulig.

Figur 41: Oppgave 2.81 i Maximum 10

Modellering som innhold + modellering som kritikk:

Oppgave 2.77 (Figur 42) har vi kategorisert som modellering som innhold + modellering som kritikk. Her var vi definitivt enige om at oppgaven faller inn under modellering som innhold. Oppgaven er modellering som innhold fordi den legger til rette for ulike måter å bruke modeller på, og vi tenker at hensikten først og fremst er å lære elevene hvordan man kan produsere først en modell, bruke modellen og informasjonen til å produsere enda en modell, for å så sammenligne modellene. Selv om vi tenker at hovedhensikten er modellering som innhold, har vi plassert den også i modellering som kritikk. Dette har vi gjort fordi vi tenker at modellene som blir produsert i oppgaven legger til rette for et samfunnskritisk aspekt, som temperaturforandringer. Oppgaven *kan* legge til rette for kritisk tenkning til positive og negative konsekvenser at temperaturforandringer, og modellene kan legge til rette for diskusjoner rundt klimaforandringer i Norge også i fremtiden, ved hjelp av prognosene som er produsert i oppgaven.

2.77 Temperatur- eller nedbørsutvikling

Samarbeid to og to.

Dere trenger

- digitale verktøy
- historisk statistikk fra Statistisk sentralbyrå (ssb.no)

Fremgangsmåte

- 1 Finn en tabell som viser gjennomsnittlig lufttemperatur og nedbør i ulike årstider i Norge.
- 2 Velg hva du vil undersøke, temperatur eller nedbør?
- 3 Velg også en av årstidene vinter, vår, sommer eller høst.
- 4 Bruk et regneark og plott år og gjennomsnittstemperatur eller nedbør de siste 100 årene for valgt årstid.
- 5 Bruk regresjon og lag en modell som viser utviklingen de siste 100 årene.
- 6 Studer de siste 20 årenes utvikling. Lag en ny modell som viser utviklingen de siste 20 årene.
- 7 Sammenlikn de to modellene, og diskuter forskjeller og likheter.
- 8 Presenter arbeidet og resultatet ditt for noen andre. Velg presentasjonsmåte selv.

Figur 42: Oppgave 2.77 i Maximum 10

Modellering som fartøy + modellering som kritikk:

Oppgave 4.73 (Figur 43) er plassert i både *modellering som fartøy* og *modellering som kritikk*. Vi mener at oppgaven er en åpen oppgave som legger til rette for ulike tolkninger og løsninger på oppgaven. Oppgaven ber spesifikt om å vise kompetanse i modellering, men også andre matematiske kunnskapsområder som geometri, tall, tallforståelse og algebra. Eleven skal presentere planer, skisser og beregninger på en valgfri måte, som gjør at vi tenker at oppgaven først og fremst skal plasseres i *modellering som fartøy*. Vi har valgt å plassere den også i *modellering som kritikk* fordi vi tenker at den også legger til rette for kritisk tenkning til hvordan man kan videreutvikle parkområder på hensiktsmessige måter, for eksempel med tanke på økonomi og klima.

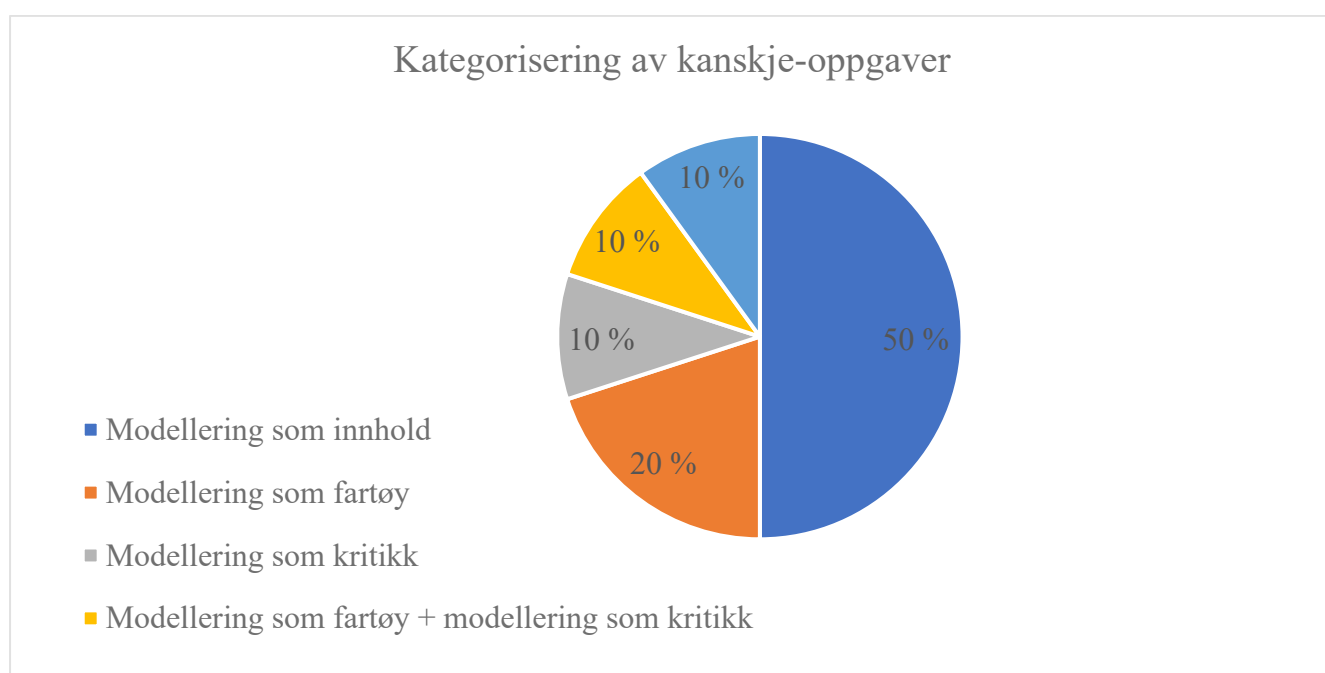
4.73 Arkitekten

Du skal være arkitekt for et nytt parkområde som passer for barn, ungdom, voksne og eldre mennesker. Du får et valgfritt stort område og planlegger hva parken skal inneholde. Vis kompetanse i modellering og anvendelse, resonnering, argumentasjon og kommunikasjon innenfor ulike kunnskapsområder i matematikk, som geometri, tall og tallforståelse og algebra. Presenter planer, skisser og beregninger på en valgfri måte.

Figur 43: Oppgave 4.73 i Maximum 10

5.3.5 Kategorisering av kanskje modelleringsoppgaver

Av de 10 oppgavene som vi kategoriserte som *kanskje en modelleringsoppgave*, er fordelingen slik:



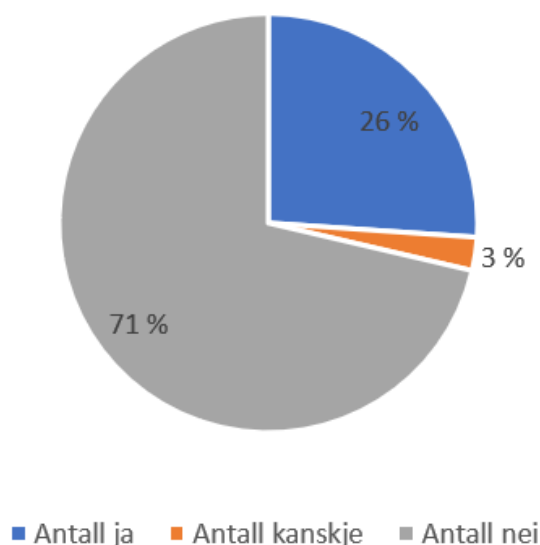
Figur 44: Kategorisering av kanskje modelleringsoppgaver

Fem av totalt 10 oppgaver som har blitt kategorisert som *kanskje en modelleringsoppgave*, forstår vi som modellering som innhold. Vi har kategorisert to oppgaver som *modellering som fartøy*, én som *modellering som kritikk* og én oppgave som *modellering som fartøy + modellering som kritikk*.

5.4 Resultater presentert som en helhet

Totalt ser vi at 26% av oppgavene i boken vi analyserte blir definert som modelleringsoppgaver, mens 3% faller inn under *kanskje en modelleringsoppgave*. Vi sitter derfor igjen med 71% som ikke er en modelleringsoppgave.

Total oversikt over funn i horisontal analyse

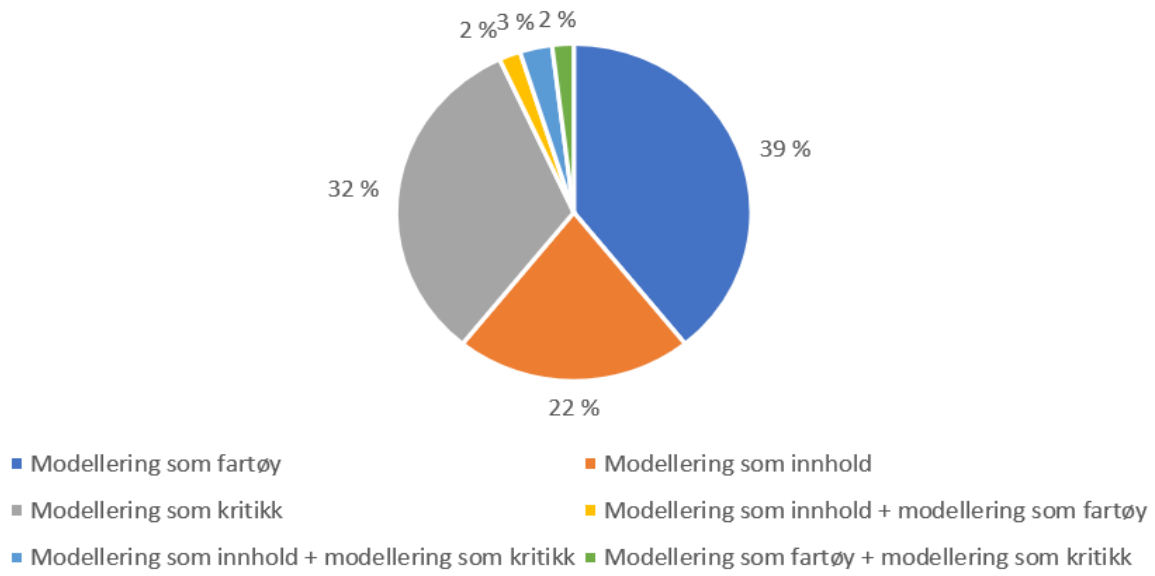


Figur 45: Oversikt over funn i horisontal analyse

93% av modelleringsoppgavene vi fant i den horisontale analysen falt inn under kun én kategori, mens 7% falt inn under to kategorier. Vi fant ingen oppgaver som faller inn under alle tre kategoriene.

Modellering som fartøy er kategorien med flest modelleringsoppgaver i boken, da 39% av modelleringsoppgavene ble kategorisert som *modellering som fartøy*. Av enkeltkategoriene er modellering som innhold kategorien med færrest oppgaver, med 22%, mens det er 32% av oppgavene som faller inn under modellering som kritikk. Av oppgavene som faller inn under flere kategorier, var det *modellering som innhold + modellering som kritikk* som sto for flest oppgaver, med sine 3%. Som nevnt i resultatene av den vertikale analysen, sto denne kategorien for tre av totalt 102 oppgaver, mens *modellering som fartøy + modellering som innhold* og *modellering som fartøy + modellering som kritikk* sto for to oppgaver hver.

Vertikal analyse presentert som helhet



Figur 46: Vertikal analyse presentert som helhet

6 Diskusjon

Gjennomgående i denne masteroppgaven har problemstillingen vært «*Hvordan kommer matematisk modellering frem i et læreverk på 10.trinn sett opp mot LK20?*». Vi valgte å bryte ned problemstillingen ned i to forskningsspørsmål:

1. *Hvilken rolle har matematisk modellering i læreplan i LK20, uavhengig av klassetrinn?*
2. *Hvordan legger Maximum 10 opp til å jobbe med matematisk modellering sett opp mot LK20?*

For å kunne vurdere hvordan en matematikkbok tar hensyn til LK20 i modellering, var det viktig for oss å finne ut av hvordan modellering kommer frem i LK20. Vi har sett på hvordan modelleringsbegrepet og kritisk tenkning kommer frem i fagets relevans og sentrale verdier, og modellering er et eget kjerneelement i faget. Disse to faktorene gjelder uavhengig av klassetrinn, og skal være en del av matematikkundervisningen på alle de 10. trinnene i grunnskolen, og legger grunnlaget for hvordan vi kan besvare forskningsspørsmål 1. Siden vi har fokus på modellering i 10. trinn, har vi også inkludert kompetansemålene på 10. trinn, for å kunne besvare forskningsspørsmål 2.

Vi har gjennom en horisontal analyse funnet svar på antall modelleringsoppgaver i en lærebok etter vår forståelse, og kategorisert hver av disse modelleringsoppgavene inn Barbosas (2006) tre måter å bruke modellering på. I dette kapittelet diskuteres studiens problemstilling i lys av relevant teori, tidligere forskning og funn fra studien. Diskusjonsdelen er delt i tre hoveddeler. I den første delen diskuteres koblingen mellom tidligere forskning opp mot den nye læreplanen. Den andre delen knytter vi koblingen mellom tidligere forskning og LK20 opp mot de tre nevnte måtene modellering kan brukes på ifølge Barbosa (2006). Avslutningsvis vil vi drøfte hvorvidt Maximum 10 legger til rette å jobbe med matematisk modellering.

6.1 Modellering i LK20 og i tidligere forskning

Vi forstår at forskningen knyttet til matematisk modellering som presentert i teori-delen har vært samstemte om at det handler om å ta med virkeligheten inn i matematikken. I likhet med den nye læreplanen understreker blant annet Blomhøj og Jensen (2003) at elevene skal ha innsikt i hvordan modellering i matematikk blir brukt for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet eller samfunnet ellers. På bakgrunn av teorien sett opp mot LK20 har vi som nevnt tidligere definert matematisk modellering som prosessen om å gjøre om et virkelig problem til et matematisk problem, samt argumentere og resonnerer rundt de produserte modellene.

Skovsmose (2003) belyser at utviklingen av matematisk kompetanse ofte forekommer løsrevet fra utviklingen av kritisk tenkning. På en annen side understreker LK20 viktigheten av å arbeide med begge elementene samtidig. Under kjerneelementet *Modellering og Anvendelser* beskrives modellering som det å kunne kritisk vurdere gyldigheten til ulike modeller, hvilke begrensninger de har, samt vurdere om modellene kan brukes i de opprinnelige situasjonene. Samtidig argumenterer Skovsmose (2003) for at kritisk tenkning ikke nødvendigvis trenger å ha en bestemt metodikk, men at det kan defineres som et perspektiv på undervisning og læring. Vår oppfatning av LK20 støtter seg på det Skovsmose (2003) argumenterer for, med tanke på at kritisk tenkning ikke trenger å ha en bestemt metodikk. Den nye læreplanen skal gi elevene en innsikt i hvordan modellene blir konstruert, samt hvordan de brukes i hverdagen. Vi tenker derfor at hverdagslivet, arbeidslivet og i samfunnet. LK20 legger derfor føringer for at arbeid med modelleringsoppgaver som kan knyttes til modellering som innhold, fartøy og kritikk.

Skjelbred et al. (2005) gjennomførte i 2005 en studie som belyser lærebokens rolle i den norske skolen. Der ble det presentert at læreboken står for store deler av klasseromsundervisningen. Vi opplever at man ved å jobbe med modelleringsoppgaver jobber mer utforskende, og på varierte arbeidsmåter, enn ved for eksempel ved å jobbe med oppgaveparadigme (Skovsmose, 2003). Med den nye læreplanen er vår oppfatning at læringsfokuset rettes mer mot utforskende arbeid, og det kan resultatene i den horisontale analysen underbygge. I LK20 blir begrepet modellering nevnt dobbelt så mange ganger som i LK06. På bakgrunn av denne informasjonen var det interessant for oss å få en oversikt over hvor stor del av en matematikkbok som aktiviserer arbeid knyttet til matematisk modellering. I den horisontale analysen (Figur 27) kom det frem at 102 av de totalt 391 oppgavene kunne defineres som modelleringsoppgaver. I alt var det 26% av alle oppgavene i hele boken som kunne betegnes som modelleringsoppgaver. Det som er verdt å merke seg fra teori-kapittelet er at det blir poengtert at undervisning knyttet til modellering på ungdomsskolen ofte blir hindret av mangelen på tilstrekkelige matematiske lærebøker (Ikeda, 2007, referert i Frejd, 2013, s. 43). På en annen side er studien fra 2007, slik at læringsfokuset og læreplanen er en annen nå enn på den tiden.

Vi har sett på hvordan Barbosa (2006) inndeler modellering inn i *modellering som innhold*, *modellering som fartøy* og *modellering som kritikk*. Berget & Bolstad (2019) har koblet disse tre måtene å jobbe med modellering på opp mot de fire grunnene til å jobbe med modellering. Både gjennom denne forskningen, og gjennom tidligere erfaringer med både å modellere, og gjennom å undervise i modellering, sitter vi igjen med at modellering kan bidra til økt matematikkforståelse på flere måter, kanskje først og fremst gjennom hvordan

virkelighetsnære oppgaver blir mer relevante for elevene. Gjennom tidligere forskning har vi også fått et inntrykk om at alle disse tre kategoriene blir like viktige. Dersom man aldri underviser modellering som innhold, er det sannsynlig at modelleringskunnskapene til elevene aldri blir særlig utviklet heller. Med modelleringskunnskaper kan man se andre matematiske faktorer i flere perspektiver gjennom bruk av modeller, som kommer inn i *modellering som fartøy*. I tillegg til dette tenker vi at *modellering som kritikk* vil styrke evnen til å tenke kritisk. Det kan dermed settes i sammenheng med hvordan LK20 legger føringer på ulike matematiske kunnskapsområder, som eksempelvis kritisk tenkning, de fire regneartene, geometri, algebra og økonomi. Disse føringene finner man både gjennom kjerneelementene, fagets relevans og sentrale verdier og ikke minst i kompetansemålene, som nevnt i kapittel 2.

Berget og Bolstad (2019) belyser som nevnt fire grunner til å innføre matematisk modellering i både læreplan og undervisning. De fire grunnene er pragmatisk, formativ, kulturell og psykologisk. I likhet med disse fire grunnene kan man koble på de tre måtene man kan bruke modellering på ifølge Barbosa (2006), altså modellering som kritikk, fartøy og innhold.

- Pragmatisk: Omformuleringen av problemer til matematikk vil bidra til at elever bedrer evnen til å forstå og mestre hverdagslige situasjoner. Denne grunnen underbygger mye av grunnen til å arbeide med modellering, og setter en standard for hvorfor vi tenker at man tidlig skal arbeide med modellering som innhold, som et grunnlag til å bruke modellering som hjelpemiddel for å lære andre matematiske faktorer, og kunne ta opp samfunnskritiske diskusjoner.
- Formativ: Modelleringsaktiviteter bidrar til å bedre ulike matematiske kompetanser. Med dette menes det ikke kun modelleringskompetanse, men også andre kompetanser som for eksempel argumentasjonskompetanse. Gjennom denne masteroppgaven har vi fått et inntrykk av at arbeid knyttet til modellering vil stille større krav til evaluering av egne og andres matematiske valg, som igjen vil forbedre for eksempel argumentasjonskompetanse, men også evnen til å reflektere og se flere sider av samme sak.
- Kulturell: Modellering brukes til å se samfunnet matematisk. Dette kan trenes på i aller høyeste grad gjennom å arbeide med modellering som kritikk, og mange av oppgavene vi har analysert har sterk sammenheng med virkeligheten, eksempelvis eksempelet om avokadoproduksjonen som nevnt tidligere.
- Psykologisk: Modellering er med på å gjøre matematikk mer virkelighetsnær og relevant, som i større grad vil skape interesse og motivasjon for å drive med

matematikk, og forså matematikk på en bedre måte. Den psykologiske grunnen til Berget & Bolstad (2019) er for oss en grunn til å jobbe med modellering alene. Vi vet gjennom forskning at mange elever, spesielt på ungdomsskolen, opplever matematikk som irrelevant og umotiverende. Mye matematikk kan oppleves abstrakt, og det er vanskelig for mange elever å se nytten i arbeidet de gjør i matematikktimene. Ved å jobbe med modellering vil kanskje mange elever få et større eierskap til jobben de gjør, ved å bruke reelle eksempler fra egne liv og hvordan samfunnet møter problemer i dag. Her vil læreren med kjennskap til elevene ha stor påvirkningskraft, ved å kunne tilpasse oppgaver ut fra elevenes egne interesser dersom ressursene legger til rette for det. Dette gjelder uavhengig av om man jobber med modellering som innhold, fartøy eller kritikk, da det uansett stilles krav om at oppgavene skal ha en reell kobling til virkeligheten.

Allikevel kan ikke en lærebok stå alene i et klasserom. Hensikten til denne studien har vært å undersøke ulike matematikkoppgaver i fra en ny lærebok. Samtidig har vi funnet det utfordrende å definere hva en lærebok er, fordi de er svært forskjellige og blir både brukt og opplevd på forskjellige måter. Det finnes også et variert antall lærebøker, og siden vi kun har analysert en lærebok i denne studien er det vanskelig å si noe om hvordan lærebøker generelt i Norge legger til rette for modellering. Det er ikke mer enn 3 år siden LK20 tredje i kraft, og det har vært mye i den nye læreplanen som kan ha vært utfordrende for mange lærere, forlag og skoleeiere å tolke. Selv etter tre år, hvor lærere stort sett skal være kjent med den nye læreplan, vil det komme nye ord og begreper som kan være vanskelig å ta med inn i klasserommet. Vi stiller likevel krav til læreren, og hvordan læreren bruker boken som et verktøy, og ikke et grunnlag, for hvordan den legger til rette for undervisningen. I praksis har som nevnt læreren et ansvar om å tilpasse undervisningen til elevene den har, og vil møte på ulik grad av forkunnskaper, interesser, grunnleggende ferdigheter og andre evner som vil påvirke utbytte av undervisningen. En lærebok vil derfor ikke dekke alle behov, og bør kun brukes som et verktøy for å kunne forenkle eller forbedre et opplegg fra lærer.

6.2 Modelleringsoppgavene

Som beskrevet tidligere i diskusjonen, er det en direkte kobling mellom Barbosas tre måter å bruke modellering på opp mot LK20. Vi ser at i likhet med tidligere forskning, LK20 og vår oppfatning av hva modellering er – forekommer modelleringsoppgaver som er modellering som innhold, fartøy eller kritikk implisitt i Maximum 10.

6.2.1 Modellering som innhold

Modellering som innhold handler som nevnt om oppgaver hvor man først og fremst jobber for å utvikle modelleringskunnskaper. Dersom man aldri har arbeidet med modellering som innhold, hvor man utvikler forståelse i å både skape modeller, samt evaluere egne og andres modeller, vil man også miste muligheten til å jobbe med modellering som fartøy og kritikk. Modellering som innhold legger derfor grunnlaget for å jobbe med annen matematikk. Vi har opplevd det som noe utfordrende å kategorisere modellering som innhold, fordi man i mange av oppgavene blir bedt om å produsere og/eller evaluere modeller. Vi har forsøkt å skille mellom oppgavene slik at modellering som innhold først og fremst skal utvikle elevene i modellenes betydning og verdi, og kanskje helst gjennom å jobbe under undersøkelseslandskap i henhold til Skovsmose (2003). I det gitte eksemplet vårt i kapittel 5, Figur 39, blir elevene gitt en tabell som de skal produsere en modell fra, vurdere hensikten med modellen og vurdere hva som skjer når man bruker andre variabler.

I analysen vår ble 22 av oppgavene kategorisert som modellering som innhold. Dette var kategorien med færrest funn sammenlignet med modellering som fartøy og modellering som kritikk. Dette var noe vi absolutt bet oss litt merke i, og vi stilte oss spørsmålet «hvordan kan modellering som innhold, som legger grunnlaget for all modellering, stå for så få oppgaver sammenlignet med de andre?». Det blir naturligvis et vanskelig spørsmål å svare på uten å spørre forfattere, men i diskusjonen vår argumenterte vi litt rundt hvordan modellering som innhold kanskje har vært mer fremtredende i tidligere år. Modelleringskunnskapene som trengs for å kunne arbeide med modellering som fartøy og modellering som kritikk på 10. trinn, trenger ikke nødvendigvis å være mer avanserte enn at man kan begynne med det allerede på mellomtrinnet eller tidlig ungdomstrinn, og vi antar derfor at elevene går inn i 10. trinn med en viss grad av modelleringskunnskaper fra før, og mange elever har nok modelleringskunnskaper for å kunne jobbe med modellering som fartøy og modellering som kritikk.

Siden modellering som innhold legger grunnlag for å jobbe med modellering som fartøy og modellering som kritikk, anser vi viktigheten av denne som høy. Dette kan vi begrunne med at utbytte av å jobbe med modellering som fartøy vil minske dersom man ikke innehar de modelleringskunnskapene som kreves, og som kun kan utvikles gjennom å jobbe med modellering som innhold.

6.2.2 Modellering som fartøy

I den vertikale analysen (figur ...) kom det frem at det var 95 oppgaver som vi kategoriserte som modelleringsoppgaver som ikke overlappet hverandre. Av de totalt 95 oppgavene var det totalt 40 oppgaver som kunne betegnes som oppgaver knyttet til modellering som fartøy. Modellering som fartøy blir beskrevet som modelleringsoppgaver hvor målet er å lære seg noe annet enn modelleringen selv (Berget og Bolstad, 2019). På bakgrunn av at 42% av oppgavene vi anså som modelleringsoppgaver beskrives som modellering som fartøy er en indikasjon på at LK20 har en rekke andre matematiske aspekter som skal belyses. Allikevel er det verdt å merke seg at modellering har en sentral plass i læreboken. Slik at det legges til rette for å arbeide med modellering, både for å utvikle modelleringskompetanse, men også kompetanse innenfor andre områder i matematikken.

Ifølge Niss og Blum (2020) er det ikke lenger et spørsmål om hvorfor eller om modellering skal inn i skolen, men heller hvordan dette skal gjennomføres. Den nye læreplanen har, hvis man fokuserer på modelleringsbegrepet, samme oppfatning. Modelleringsbegrepet er som nevnt blitt brukt mye oftere og fått større fokus i kjerneelementene til den nye læreplanen sett i sammenheng med den gamle. Niss og Blum (2020) argumenterer for to overordnede grunner til at modellering skal være en viktig del av undervisningen i matematikk, modellering for matematikkens skyld og matematikk for modelleringens skyld. Ved å arbeide med modellering for matematikkens skyld, jobber man på samme måte som vi tolker modellering som fartøy (Barbosa, 2006). Som nevnt tidligere i diskusjonskapittelet vil virkelighetsnære matematikkoppgaver være mer relevant for elevene, og vil i større grad skape interesse og motivasjon for å arbeide med faget. Som nevnt er 40 av de totalt 391 oppgavene i boken vi har analysert kategorisert som *modellering som fartøy*. Det vil si at i over 10% av boken, bruker man modellering som verktøy for å lære matematiske kunnskaper. Her får altså læreren muligheten til å hjelpe elevene med å lære matematikk ved å bruke modeller og virkelighetsnære oppgaver ved å for eksempel se på algebra eller økonomi. Det nevnte økonomikapittelet sto for hele 27 av de 40 oppgavene i kategorien *modellering som fartøy*. Dette tyder på at boken ønsker å legge til rette for å jobbe med økonomi gjennom å sette opp tabeller, ulike budsjetter eller andre modeller hvor det stilles krav til økonomiske ferdigheter. Dette opplever vi som en gyllen mulighet for oss som lærere å kunne benytte oss av, for å gjøre økonomiundervisningen mer relevant og interessant for elevene, samtidig som vi også får stilt krav til å bruke modeller som verktøy hyppigere. Dette tror vi vil ha god effekt på elevene også

utenfor matematikken, da hyppig bruk av modellering vil legge et enda bedre grunnlag for å kunne forstå virkeligheten på andre måter gjennom bruk av modeller.

6.2.3 Modellering som kritikk

Modellering som kritikk var en av kategoriene vi var mest spente på, og kanskje kategorien vi på forhånd av denne masteroppgaven anså som mest viktig når vi knyttet det opp mot viktigheten av å kunne forstå, delta på og påvirke egen hverdag, arbeidsplasser og samfunnet. Siden det kun er 8 og 9 år siden vi selv gikk i 10. trinn, prøvde vi å tenke tilbake til hvordan vi tenkte kritisk rundt egen utvikling i hverdagen knyttet til våre interesser og rutiner, hvordan vi tenkte kritisk til arbeidsplasser og ikke minst i samfunnet. Det var såpass utfordrende å tenke tilbake til, at vi er redde for at vi først begynte å stille krav til egen og andres utvikling i hverdagsliv, arbeidsliv og i samfunnet når vi startet på Høgskolen i Østfold. De siste 5 årene har vi utviklet oss mye på kritisk tenkning, og vi setter disse personlige erfaringene med hvordan vi har lest forskning som underbygger viktigheten av evnen til å tenke kritisk. Som nevnt i 3.4 påpeker Skovsmose (2003) at utviklingen av matematisk kompetanse ofte skjer løsrevet fra utvikling av kompetanse i kritisk tenkning, men at det ikke trenger å være slik. Slik vi forstår det, utvikler man kompetanse i kritisk tenkning først og fremst i andre fag og i andre situasjoner enn i matematikkundervisningen. Til tross for at studien er fra 2003, er dette noe vi kjenner oss igjen i fra kun 10 år tilbake, når vi selv gikk på ungdomsskolen. Skovsmose (2003) påpeker at det ikke trenger å være slik, noe vi også tenker med matematikk. Derfor anser vi modellering som kritikk som en gylden mulighet til å bruke matematikk til å utvikle ferdigheter i kritisk tenkning.

I tillegg til at vi mener at kritisk tenkning er viktig, ser vi også viktigheten av å arbeide med modellering som kritikk for å kunne både argumentere og forstå andres argumenter hvor modeller er involverte. Som nevnt tidligere er modeller ofte brukt for å kunne beskrive samfunnet vårt i politikken, og for at man skal kunne forstå argumenter og argumentere imot i samfunnspolitikken, er det et grunnlag at man forstår modeller. Skovsmose (2003) undrer om hvordan matematikk kan bidra til å tolke, forstå og gjennomskue hvordan teknologien fungerer i en sosial sammenheng, som igjen kan utfordre ulike autoritetsformer. Modellering som kritikk er derfor kanskje så essensielt som vi tenkte før vi startet forskningen vår.

Sett i sammenheng med LK20 vil også modellering som kritikk knyttes opp mot fagets relevans og sentrale verdier, hvor kritisk tenkning opp mot modeller er noe av det som stilles av krav gjennomgående i hele matematikkopplæringen i den norske skolen.

Vi opplever at Maximum 10 tar godt vare på arbeid med modellering som kritikk, når 33 oppgaver i boken utfordrer elevene i kritisk tenkning gjennom bruk av modeller i virkelige situasjoner. Eksemplet vi har valgt å ta frem i Figur 38 med produksjon av avokado, er et av mange gode eksempler på samfunnskritiske problemstillinger som elevene får fremstilt og må jobbe med ut fra modeller. 35 av de totalt 102 oppgavene vi har ansett som modellering, faller inn under *modellering som kritikk*. Totalt utgjør det 35% av de 95 oppgavene vi har plassert inn under kun én av Barbosas (2006) tre kategorier. I tillegg til de 95 modelleringsoppgavene som er plassert inn under kun én kategori, er det som nevnt 7 oppgaver som faller inn under flere kategorier, og vi vil også være innom modellering som kritikk her.

6.2.4 Modellering i flere kategorier

Siden vi kun har 7 oppgaver vi har plassert under flere enn kun én kategori, velger vi å diskutere alle disse oppgavene under et delkapittel. Den første vi ønsker å redegjøre for er *modellering som innhold + modellering som fartøy*. Som nevnt i 6.2.1 og 6.2.2 kan det argumenteres for at disse to i utgangspunktet har motsatte hensikter, da man i *modellering som innhold* modellerer for modelleringens skyld, mens man i *modellering som fartøy* modellerer for matematikkens skyld. Noe av det vi har argumentert rundt er hvordan en oppgave kan falle inn under begge disse to kategoriene. Vi har plassert 2 oppgaver under både *modellering som innhold* og *modellering som fartøy*. I begge disse oppgavene har vi vurdert at hovedhensikten kanskje først og fremst er å modellere som innhold, og at elevene først og fremst skal utvikle modelleringskunnskaper. Vi mener likevel at problemet også stiller såpass høye krav til andre matematiske konsepter i såpass stor grad at vi ønsket å inkludere den som modellering som fartøy i tillegg. Med andre ord vil dette være en kompleks oppgave for mange elever, hvor det blir stilt krav til både utvikling av modelleringskompetanser og utvikling av andre matematiske kompetanser.

Det samme gjelder de tre oppgavene som gikk under *modellering som innhold* og *modellering som kritikk*. Hovedhensikten er kanskje først og fremst enten å modellere som innhold, eller å modellere som kritikk, men oppgavene er komplekse, og vil i mange tilfeller utvikle både evnen til å modellere og evnen til å tenke kritisk rundt hverdagsliv, arbeidsliv eller samfunnet. Vi har også to oppgaver som faller inn under *modellering som fartøy* og *modellering som kritikk*, som igjen er vurdert av oss til å være komplekse oppgaver som både utvikler kompetanse i kritisk tenkning, og kompetanse i andre matematiske konsepter.

Til tross for at vi var åpne for å plassere oppgaver i alle tre kategoriene, har vi ikke gjort funn som passer inn til det. Som nevnt i metodekapittelet vil tolkningen av oppgavene være subjektive tolkninger av forskere, og det er mange gråsoner i hvordan oppgavene skal kategoriseres. Avslutningsvis ønsker vi å påpeke at nøyaktig hvilke kategorier disse 7 oppgavene plasseres i, er ikke essensielt i oppgaven vår. Målet vårt har vært å få en oversikt over hvordan en bok legger til rette for ulike former for modellering, noe helheten i analysen vår har gitt et svar på. Vi ser en jevn fordeling av de tre kategoriene, og det kan argumenteres for arbeid med hver enkelt av oppgavene sett opp mot LK20.

6.3 Betydningen av funn

6.3.1 Modellering med Maximum 10 i klasserommet

Som et sammendrag av både resultatkapittelet og diskusjonen vi har gjort i kapittel 6, ønsker vi å påpeke hvordan man kan ta med seg modellering inn i klasserommet med Maximum 10 som verktøy. For at en lærer skal lykkes med modelleringsaktiviteter i et klasserom er det ifølge Kuntze et al. (2013) avgjørende med positive erfaringer i tillegg til mestringsfølelse. Noe av det unike med læreryrke er at det sjeldent finnes en fasit på hvordan man skal undervise. Lærerens selvoppfatning av fagdidaktikkens kunnskap er særdeles viktig når man skal undervise i et tema som modellering. Som belyst i resultatdelen har vi kategorisert en rekke ulike oppgaver innenfor de tre modelleringsmåtene til Barbosa (2006). Allikevel er det verdt å merke seg at dette er vår subjektive mening, slik at en annen lærer med ulikt modelleringssyn enn oss ville kanskje vurdert annerledes. Vi har tidligere nevnt at tolkningen av modelleringsoppgavene er subjektive, og at en lærebok er et verktøy for å forbedre undervisningen, og ikke et grunnlag for undervisningen alene. Det er derfor opp til læreren å ta tak i hver enkelt oppgave, og tilpasse bruken ut fra elevenes forutsetninger for å få høyest mulig utbytte. Siden Maximum 10 derimot legger til rette for modellering i 26% av boken, med en forholdsvis jevn fordeling av modelleringstypene, vil lærer få et utmerket utgangspunkt for utvikling av både modelleringskompetanse og andre matematiske kunnskapsområder gjennom arbeid med modellering.

6.3.2 Modellering i lærebøker

Etter at sisteutkastet til LK20 ble publisert, begynte forlagene å utvikle lærebøker til de ulike fagene og trinnene. Siden modellering tar såpass stor plass som den gjør i LK20, forventes det også av oss at lærebøkene tar vare på modellering i like stor grad. Viktigheten av å kunne bruke virkelighetsnære oppgaver med modeller er allerede påpekt av oss, og siden vi vet hvilken rolle

lærebøkene har hatt i tradisjonell matematikkundervisning, vil viktigheten av modellering i lærebøker bli styrket. Funnene våre forteller oss litt om hvor stor del av Maximum 10 som omfavnes av modelleringsoppgaver, men som nevnt er det funn kun av én lærebok på ett trinn. Vi kan ikke si noe om hvordan Maximum involverer modelleringsoppgaver på andre trinn enn tiende trinn, som vi har analysert, eller hvordan andre forlag involverer modelleringsoppgaver uavhengig av trinn. Vi har likevel et inntrykk om at funnene vi har gjort i Maximum 10 har vært av god karakter, og vi opplever at forskningen er tydelige på de positive virkningene av å jobbe med modellering.

6.3.3 Videre forskning

Vi har i denne oppgaven presentert tidligere forskning på modellering, men vi har nevnt at vi finner begrenset med forskning på modellering i LK20, og spesielt dersom det skal knyttes opp mot lærebøker. For å kunne videreutvikle modellering i lærebøker i henhold til LK20 kan det argumenteres for at det er viktig å forske på hvordan det allerede er, og vi håper at forskningen vår kan gi et bilde på både hvordan en analyse av en lærebok kan se ut, og viktigheten av å forske på det. Vi anbefaler å forske på flere lærebøker som brukes i den norske skolen, og man kan inkludere også de digitale lærebøkene og lærerveiledningen som kan følge med et læreverk. Forskningen vår er som sagt også noe begrenset fordi vi forsker såpass tidlig ut i LK20, men det er samtidig nok tid for forlagene og lærere og ha satt seg godt nok inn i LK20 for å kunne tolke og forstå læreplanen forholdsvis likt. I tillegg til dette vil det være viktig for forskningen å få en mer samlet forståelse for hvordan modellering skal legges frem i lærebøker, for å kunne bistå lærere i enda større grad å skape gode modelleringsaktiviteter for elevene. En annen forskning vi kan anse som interessant er å se på hvordan mer erfarne lærere forstår modellering sett opp mot LK20, og her kan kvalitative forskningsintervjuer være interessante for å avdekke eventuelle forskjeller i forståelsen deres sett i sammenheng med både forskningsfeltet og forlagene når det gjelder modellering.

7 Konklusjon

Som en liten avslutning på denne masteroppgaven ønsker vi å slå sammen teori, analyse, funn og diskusjon, og konkludere med hva vi mener har vært essensielt i masteroppgaven vår. Først og fremst har vi funnet mye tidligere forskning på hvilken betydning arbeid med modellering kan ha, gjennom å skape kunnskaper i å bruke modeller til å beskrive virkeligheten for å gjøre et språk mer konkret i hverdagslivet, arbeidslivet og samfunnet generelt. Vi ser også at faget kan, ved å jobbe med virkelighetsnære oppgaver med en reell referanse til virkeligheten, være motiverende og faget vil oppleves som mer relevant. Når man i tillegg utvikles i bruk av modeller, vil utviklingspotensialet til modellering være skyhøyt. Vi har også sett at man kan bruke modellering som et verktøy til å lære andre matematiske aspekter, som vil bidra til en mer variert matematikkhverdag og ikke minst et variert kompetanseområde i matematikken for elevene. Vi ser også hvordan man ved å kunne bruke og forstå modeller kan øke nivået på refleksjon og argumentasjon, som elever kan ta med seg ut fra klasserommet. Ved å jobbe med modellering får man derfor et bredt kunnskapsregister, som man kan knytte til matematikk og ikke-matematikk både direkte og indirekte.

I tillegg til viktigheten av modellering, har vi funnet forskning på hvordan lærebøkene har en rolle i klasserommet og i undervisning. Vi startet denne masteroppgaven med et inntrykk fra både vår egen skolegang, som var for 8 og 9 år siden, og praksiserfaringer at mye av matematikken var lagt opp ut fra lærebøkene. Vi har snakket litt om hvordan vi ser at mange bruker læreboken som en oppskrift som skal følges gjennom et skoleår, og ikke som et verktøy for å bedre egen matematikkundervisning. Forskningen vi har presentert underbygger også vårt inntrykk av dette, og sier litt om hvor viktig læreboka er for mange lærere. Vi kan derfor konkludere med at læreboken fortsatt er viktig i klasserommet, selv om vi håper at det etter hvert åpnes for mer varierte arbeidsmåter.

Siden vi har sett på viktigheten av modellering og lærebøker, var det fint for oss å analysere en av lærebøkene som forholder seg til LK20, og hvordan den tar vare på modellering. Vi har sett at over en fjerdedel av oppgavene kan anses som modelleringsoppgaver, noe som har imponert oss litt. Siden LK20 tar for seg mange matematiske kunnskapsområder både generelt og på 10. trinn, var det spennende for oss og se på hvilken plass modelleringen fikk. Vi ser at modellering blir brukt som et verktøy til å lære andre matematiske kunnskapsområder enn direkte modellering (modellering som fartøy), og det har vært et funn for oss hvordan det går an å involvere modellering inn i så mange oppgavetyper. I tillegg til dette er vi, som unge voksne,

interesserte i hvordan man kan utvikle samfunnet både på lokalt og nasjonalt nivå, og er også derfor imponerte over hvordan boken vår legger såpass godt til rette for gode og viktige samfunnskritiske dilemmaer, som elevene må bruke matematikk for å kunne argumentere for og mot. Vi synes vi har funnet flere gode, informasjonsfulle oppgaver som har gode formål til modellering på ulike måter, og synes boken jevnt over har tatt godt vare på modelleringsbegrepet.

8 Referanseliste

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education. Intention, reflection, critique. (Vol. 29)*. London: Kluwer Academic Publications.

Barbosa. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, 38(3), 293–301. <https://doi.org/10.1007/BF02652812>

Barbosa, J. C. (2007). Teacher-student interactions in mathematical modelling. *Mathematical modelling (ICTMA12): Education, engineering and economics*, 232-240.

Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Cappelen Damm akademisk.

Berget, & Bolstad, O. H. (2019). Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga. *Nordisk Tidsskrift for Utdanning og Praksis = Nordic journal of education and practice*. <https://doi.org/10.23865/up.v13.1882>

Blomhøj. (1993). Modellerings betydning for tilegnelsen af matematiske begreber. *Nordisk matematikdidaktikk*, 1(1), 18–39. http://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/1_1_018039_blomhoj.pdf

Blomhøj. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. I Skovsmose, M. Blomhøj, & H. Alrø (Red.), *Kunne det tænkes? : om matematiklæring* (s. 90–109). Mallings Beck.

Blomhøj, & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications*, 22(3), 123–139. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>

Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? I W.

Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Red.), Modelling and applications in mathematics education (s. 45–56). New York: Springer.

Blum, W. (2007). Modelling and applications in mathematics education : The 14th ICMI Study (Vol. 10, pp. xiv, 521). Springer.

Blum, Werner (2015). «Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?», i The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education, red. S. Cho (Springer International Publishing), s. 73–96
https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9

Blum, W., & Leiß, D. (2007). Investigating quality mathematics teaching: The DISUM project. I C. Bergsten & B. Grevholm (Red.), Proceedings of MADIF 5 (s. 3–16).

Blum, & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects: State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. Educational Studies in Mathematics, 22(1), 37–68.
<https://doi.org/10.1007/BF00302716>

Borromeo Ferri, R. (2018). Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education (1st ed. 2018., p. 1 online resource (XVII, 153 p. 43 illu, 23 illu in color.)). Springer International Publishing : Imprint: Springer.

Cabassut, R., & Wagner, A. (2011). Modelling at Primary School Through a French–German Comparison of Curricula and Textbooks. In International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling (Vol. 1, pp. 559–568). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_54

Charalambous, Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117–151. <https://doi.org/10.1080/10986060903460070>

Folkehelseinstituttet. (2020, 09. mars). *Statistikk om koronavirus og covid-19*. Folkehelseinstituttet. <https://www.fhi.no/sv/smittsomme-sykdommer/corona/dags--og-ukerapporter/dags--og-ukerapporter-om-koronavirus/>

Frejd. (2013). Modes of modelling assessment—a literature review. *Educational Studies in Mathematics*, 84(3), 413–438. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9491-5>

Gravemeijer, K., & Stephan, M. (2002). *Emergent models as an instructional design heuristic Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (s. 145-169).

Greefrath, G. (2015). Problem solving methods for mathematical modelling. I G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Beimbengut (Red.), *Mathematical modelling in education research and practice* (s. 173–183). Springer International Publishing AG.

Hansen, R. (2010). *Modeller, miljø og kritisk demokratisk kompetanse*. *Tangenten - Tidsskrift for matematikkundervisning*, 21(3), 29-34.

Helse- og omsorgsdepartementet. (2022, 06. oktober). *Løfter psykisk helse- og rusfeltet*. Regjeringen. <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/lofter-psykisk-helse-og-rusfeltet/id2930561>

Ikeda, T. (2007). Possibilities for, and Obstacles to Teaching Applications and Modelling in the Lower Secondary Levels. In *Modelling and Applications in Mathematics Education* (Vol. 10, pp. 457–462). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_51

Johannessen, A., Tufte, P.A. & Christoffersen, L. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (5. utg.) Abstrakt forlag.

Jablonka, E., & Johansson, M. (2010). Using texts and tasks. In *The first sourcebook on Nordic research in mathematics education* (p. 363).

Kleven, T. A. & Hjordemaal, F. R. (2018) *Innføring i pedagogisk forskningsmetode – En hjelp til kritisk tolking og vurdering* (3. utg.). Fagbokforlaget.

Krogh, Thomas. 2014. *Hermeneutikk: Om å forstå og fortolke*. 2.utg. Gyldendal

Kunnskapsdepartementet (2017) Overordnet del - opplæringens verdigrunnlag. Regjeringen. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/om-overordnet-del/>

Kuntze, S. (2011). In-Service and Prospective Teachers' Views About Modelling Tasks in the Mathematics Classroom – Results of a Quantitative Empirical Study. I G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri & G. Stillman (Red.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (s. 279-288). Dordrecht: Springer.

Kuntze, S., Siller, H. S. & Vogl, C. (2013). Teachers' self-perceptions of their pedagogical content knowledge related to modelling—an empirical study with austrian teachers. I G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum & J. P. Brown (Red.), *Teaching mathematical modelling: connecting to research and practice* (s. 317-326). Dordrecht: Springer.

Lawson D, Marion G. An Introduction to Mathematical Modelling.; 2008.
https://people.maths.bris.ac.uk/~madjl/course_text.pdf

Meyer. (2015). Missing the Promise of Mathematical Modeling. *The Mathematics Teacher*, 108(8), 578–583. <https://doi.org/10.5951/mathteacher.108.8.0578>

Niss, M. (2015). Prescriptive modelling – challenges and opportunities. I G. A. Stillman, W. Blum & M. S. Biembengut (Red.), *Mathematical modelling in education research and practice. Cultural, social and cognitive influences* (s. 67–79). Cham: Springer International Publishing. Hentet fra: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-319-18272-8.pdf>

Niss, M., & Blum, W. (2020). *Learning and teaching of mathematical modelling*. Routledge

Oliveira, A. M. P. d. & Barbosa, J. C. (2010). Mathematical Modeling and the Teachers' Tensions. I R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Red.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (1. utg., s. 511-517). New York: Springer

Skjeldbred, D., Solstad, T. & Aamotsbakken, B./Høgskolen i Vestfold. (2005) Kartlegging av læremidler og læremiddelpraksis. (Rapport 2005). http://www-bib.hive.no/tekster/hveskrift/rapport/2005-01/rapp1_2005.pdf

Skovsmose. (2003). Undersøkelseslandskaber. I Skovsmose, M. Blomhøj, & H. Alrø (Red.), *Kan det virkelig passe?: om matematiklæring* (s. 143–157). L&R Uddannelse Forlag Malling Beck.

Stillman, Brown, J. P., Faragher, R., Geiger, V., & Galbraith, P. (2013). The Role of Textbooks in Developing a Socio-critical Perspective on Mathematical Modelling in Secondary Classrooms. In *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice* (pp. 361–371). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_30

Utdanningsdirektoratet. (2013). Læreplan i matematikk fellesfag. Henta 16.08.17 frå <http://data.udir.no/k106/MAT1-04.pdf>

Utdanningsdirektoratet (2020) Læreplan i matematikk 1.-10. trinn. (MAT01-05) <https://data.udir.no/k106/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf?lang=nob>