

MASTEROPPGAVE

Matematiske problemløsningsoppgaver i læreverk på småtrinnet

Kristin Ottesen og Emilie Guttormsen

Vårsemester 2023

MAT405 Master i matematikk

Grunnskolelærerutdanning 1-7

Fakultet for lærerutdanninger og språk



FORORD

Etter det som skulle bli et utfordrende men lærerikt semester, kan vi endelig med stolthet levere masteroppgaven vår som en avslutning på 5 lærerike år på grunnskolelærerutdanningen ved Høgskolen i Østfold. Vi gleder oss masse til et nytt kapittel når vi nå skal ut i læreryrket til høsten.

Med det, ønsker vi å takke for all god veiledning og støtte vi har fått fra veilederen vår, Odd Tore Kaufmann. Takk for gode og konstruktive tilbakemeldinger, og tro på oss helt fram til målstreken. Vi vil også takke hvordan Høgskolen har lagt til rette for godt samarbeid mellom medstudenter og lærere i denne skriveprosessen.

Videre ønsker vi å takke læreverkene for støtte og positivitet til oppgaven vår, og for tilgang til de ressursene som er utgitt.

Vi ønsker også å takke venner, familie og medstudenter for tro og støtte i prosjektet, og til alle dere som har bidratt til korrekturlesning og hjelp underveis.

Kristin Ottesen & Emilie Guttormsen

Fredrikstad/ 15. mai. 2023

SAMMENDRAG

Masteroppgaven vår undersøker hvordan matematisk problemløsning kommer fram i ulike matematikklæreverk på småtrinnet. Problemstillingen til oppgaven er som følger: Hvordan presenteres problemløsningsoppgaver i ulike læreverk på 3. trinn? Målet med oppgaven er å få en oversikt over hvordan elevene blir eksponert for problemløsning gjennom læreverk, med bakgrunn i økt fokus på problemløsning i matematikk i den nye læreplan.

Metoden vi derfor har brukt er lærebokanalyse, der vi har analysert læreverkene Volum og DragonBox på 3. trinn. Vi har konkret analysert Volum 3A lærebok, DragonBox: Mattestreker 3A og 3B, DragonBox: Mattesnakk og DragonBox skole-app. Vi har skilt oppgavene vi har analysert inn i rutine- og problemløsningsoppgaver. Vi har brukt en abduktiv tilnærming til vertikal og horisontal analyse, med tilpasninger til det som er aktuelt til vår oppgave. Vi har delt horisontal analyse inn i overordnet struktur, analysespørsmål som skiller rutine- og problemløsningsoppgaver og eventuelt hvor disse problemløsningsoppgavene er plassert, og vertikal analyse inn i kontekst og problemløsningsstrategier.

I studien vår definerer vi problemløsningsoppgaver som oppgaver det ikke er gitt eksempler på hvordan skal løses, det ikke er tidligere oppgaver med samme utforming, ikke liknende løsninger det er mulig å huske og heller ingen beskrivelse på hvordan elevene skal løse oppgavene. Fokuset vårt er derfor på hvordan læreverkene legger opp til problemløsning for elevene gjennom oppgavene de får presentert i læreverket.

Resultatene fra analysen viser at det er et stort flertall av rutineoppgaver i læreverkene framfor problemløsningsoppgaver, til tross for at dette er læreverk som er fornyet etter den nye læreplanen. Vi har også konkludert med at de fleste problemløsningsoppgavene vi har analysert er knyttet til ren matematikk, men noen er knyttet til en personlig kontekst. Problemløsningsstrategien vi har funnet mest er «Gjett og sjekk». De aller fleste problemløsningsoppgavene er funnet i midten eller bak i kapitlene.

Til slutt i studien drøfter vi betydningen av disse funnene, samt hvordan de tolkes på tvers av horisontal og vertikal analyse.

ABSTRACT

Our master's thesis examines how mathematical problem-solving is presented in different mathematics textbooks for primary school. The research question of the thesis is: How are problem-solving tasks presented in different textbooks for 3rd grade? The goal of the thesis is to provide an overview of how students are exposed to problem-solving through textbooks, in light of the increased focus on problem-solving in mathematics in the new curriculum.

The method we have used is textbook analysis, where we have analysed the textbooks Volum and DragonBox for 3rd grade. Specifically, we have analysed the Volum 3A textbook, DragonBox: Mattestreker 3A and 3B, DragonBox: Mattesnakk, and the DragonBox Skole-app. We have divided the tasks we analysed into routine and problem-solving tasks. We have used an abductive approach to vertical and horizontal analysis, with adaptations to what is relevant for our thesis. We have divided horizontal analysis into overall structure, analysis questions that differentiate routine and problem-solving tasks, and possibly where these problem-solving tasks are located. Vertical analysis is divided into context and problem-solving strategies.

In our thesis, we define problem-solving tasks as tasks that are not given examples of how to solve, there are no previous tasks with the same format, no similar solutions that can be remembered, and no description of how the students should solve the tasks. Our focus is therefore on how the textbooks provide problem-solving opportunities for students through the tasks presented in the textbooks.

The results of the analysis show that there is a large majority of routine tasks in the textbooks compared to problem-solving tasks, despite these being updated textbooks according to the new curriculum. We have also concluded that most of the problem-solving tasks we have analysed are related to pure mathematics, but some are related to a personal context. The problem-solving strategy we have found the most is "Guess and check." Almost all problem-solving tasks are found in the middle or at the back of the chapters.

Finally, we discuss the significance of these findings and how they are interpreted across vertical and horizontal analysis.

INNHALDSFORTEGNELSE

1	INNLEDNING	8
1.1	FORVENTNINGER TIL SKOLEMATEMATIKK	8
1.2	HVORFOR ER PROBLEMLØSNING RELEVANT	9
1.3	DEFINISJON AV BEGREPET	10
1.4	MÅL MED STUDIEN OG FORSKNINGSSPØRSMÅL	11
1.5	STRUKTUR OG OPPBYGNING	12
2	RELEVANT FORSKNING	13
2.1	TEORETISK BAKGRUNN	13
2.1.1	<i>Tankeprosess</i>	13
2.1.2	<i>Matematisk kompetanse</i>	14
2.2	PROBLEMLØSNING	20
2.2.1	<i>Problemløsningsstrategier</i>	21
2.2.2	<i>Kreativ og imitativ resonnering</i>	23
2.3	LÆREBOKANALYSE	24
2.4	TIDLIGERE FORSKNING	24
2.4.1	<i>Heuristiske strategier</i>	25
2.4.2	<i>Problemløsningsoppgaver</i>	25
3	METODE	28
3.1	HORISONTAL OG VERTIKAL ANALYSE	28
3.2	VALG AV LÆREVERK	29
3.3	ANALYSEPROSESSEN	30
3.3.1	<i>Horisontal analyse</i>	30
3.3.2	<i>Vertikal analyse</i>	34
3.4	GYLDIGHET OG PÅLITELIGHET	38
3.5	ETISKE REFLEKSJONER	41
3.6	OPPSUMMERING	41
4	ANALYSE OG RESULTATER	43
4.1	HORISONTAL ANALYSE	43
4.1.1	<i>Bakgrunnsinformasjon og overordnet struktur</i>	43
4.1.2	<i>Problemløsningsoppgaver</i>	49
4.1.3	<i>Plassering av problemløsningsoppgavene</i>	54
4.2	VERTIKAL ANALYSE	56
4.2.1	<i>Kontekst og problemløsningsstrategier</i>	56

4.3	SAMMENHENGER MELLOM HORIZONTAL OG VERTIKAL ANALYSE.....	66
4.4	OPPSUMMERING	68
5	DISKUSJON	70
5.1	HORIZONTAL	70
5.1.1	<i>Problemløsningsoppgaver</i>	70
5.1.2	<i>Plassering</i>	72
5.2	VERTIKAL	73
5.2.1	<i>Kontekst</i>	73
5.2.2	<i>Problemløsningsstrategier</i>	74
5.3	SAMMENHENGER MELLOM VERTIKAL OG HORIZONTAL ANALYSE.....	77
6	AVSLUTNING	80
7	LITTERATURLISTE.....	83
8	VEDLEGG	87

1 Innledning

«Problem solving must be the focus of school mathematics».

Dette sitatet er fra the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1980, s. 1), i forbindelse med å heve kvaliteten på matematikkundervisningen i USA allerede på 80-tallet. Dette er verdens største matematikkutdanningsorganisasjon, som derfor kan ha en påvirkning på matematikken også på skolene i Norge.

I Norge har læreplan i matematikk hatt et økt fokus på problemløsning, og dette har gjort oss nysgjerrige på om elevene blir eksponert for dette i norsk skole. Lærebøker, arbeidsbøker og oppgaveark dominerer matematikk klasserommet, mens problemløsning ofte er en egen aktivitet (Schoenfeld, 2016). Dette inspirerte oss til å undersøke om vi finner problemløsningsoppgaver i lærebøker i matematikk.

1.1 Forventninger til skolematematikk

Det matematiske innholdet i skolen er ofte forbundet med regler og svar (Schoenfeld, 2016). Derfor har det ofte betydning at man må huske hvilken regel en skal bruke, og at det skal komme et riktig svar raskt. Ifølge Schoenfeld (2016) er en konsekvens av dette at elevene blir passive og dermed kan gi opp med å prøve å forstå matematikken.

Konsekvens av en slik matematikk, er at elevene utvikler et fixed mindset, hvor de mister troen på seg selv til å løse matematikk. Målet er at elevene skal ha et growth mindset, hvor de har troen på læringspotensialet sitt (Boaler, 2019). Gjennom utforskende og kognitivt krevende matematikk, vil elevene kunne se at matematikk handler om mer enn memorering.

De fleste har vokst opp i en tid der alle tok for gitt at hjernen er statisk og ubevegelig (Boaler, 2019). Hver dag er hjernen i endring, og vi bør utsette oss selv for utfordrende situasjoner da dette gir mulighet for hjernevekst (Boaler, 2019). «Når mennesker innser at de kan lære hva som helst og at det å anstrenge seg er et tegn på noe positivt, lærer de annerledes, mer positivt, og vi opptrer også på en annen måte overfor hverandre» (Boaler, 2019, s. 82).

Vi ønsker å se matematikk som noe mer enn bare regler og prosedyrer, der elevene heller ønsker å lære og få en forståelse for matematikk. Dette kommer vi tilbake til.

1.2 Hvorfor er problemløsning relevant

Problemløsning ble en del av mønsterplanen i 1987 og har nå fått et fornyet fokus i Kunnskapsløftet (2020). I LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020) er problemløsning og utforskning et av seks kjerneelementer i matematikkfaget. Dette viser at problemløsning og utforskning er en stor del av hva matematikkfaget burde handle om. Dermed er det et økende fokus å se matematikk som utforskende, og ikke bare et fag der elevene skal huske prosedyrer og formler (Schoenfeld, 2016).

En annen fordel med problemløsning i matematikk er at elevene kan utvikle selvstendighet og utholdenhet, og dermed oppleve mestring i matematikk. Dette vil bidra til å nå fagets relevans, om at «matematikk skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling...» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Gjennom det tverrfaglige temaet «Folkehelse og livsmestring» kommer det også fram at problemløsning kan hjelpe å knytte matematikken til hverdagen, blant annet med personlig økonomi (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Alle elevene har rett til en tilpasset opplæring, ut fra forutsetning og behov (Opplæringslova, 1998, § 1–3). Problemløsningsoppgaver skal være tilgjengelig for alle elever (Lester & Lambdin, 2004). Oppgavene kan bidra til tilpasset opplæring gjennom samtale og kommunikasjon, ulike løsningsstrategier og nivåer, og kan bidra til å utvikle et mer positivt syn på matematikk og dermed en tro på egen evne som problemløsere (Johnsen-Høines & Rangnes, 2012).

Fra tidligere praksis- og vikarerfaring, ser vi at bruk av lærebok i skolen ofte har en stor og sentral plass i undervisningen på barnetrinnet. Dette er noe vi syns er interessant å se nærmere på, spesielt i overgang til ny læreplan der problemløsning kommer tydelig fram som en stor del av matematikken.

Videre mener Johnsen-Høines & Rangnes (2012), at undervisning som er lagt opp etter lærebok opplever tidspress. «Læreboka organiserer framdriften der hvert kapittel eller emne tildeles ei viss tid. Innenfor dette tidsrommet skal elevene ha løst et visst antall oppgaver» (s. 95). Dette er imot det de legger i tilpasset opplæring, for lavt-presterende som strever blir gjerne hengende etter, da de trenger lenger tid og mer oppfølging i møte med matematikk.

Vi har valgt å forske på problemløsning fordi vi syns dette har vært interessant i praksis. På de aller fleste skoler vi har besøkt og i de matematikktimene vi har observert, virker det ut som at skolens undervisning er relativt lik den tradisjonelle undervisningen vi selv møtte når vi var barneskoleelever. Vi har blant annet vært vitne til 2. klassinger som har jobbet med

rutineoppgaver i matematikkbok i 45 minutter sammenhengende, uavhengig av nivå. Vi husker selv memorering, matematikkregler og fasit som viktige og de mest sentrale elementene i matematikkundervisningen. Tidlig i grunnskolelærerutdanningen ble vi klar over at matematikk handler om så mye mer, og synes derfor dette er veldig interessant og relevant spesielt i overgang til ny læreplan og gjennom tilpasset opplæring.

1.3 Definisjon av begrepet

Ifølge Utdanningsdirektoratet (2020) handler problemløsning om at elevene skal utvikle en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før. Kanskje mest kjent for problemløsning i matematikk er Pólya (2004), som blant annet skriver om fire steg for å løse problemer: forstå, planlegge, utføre planen og se tilbake.

Derimot har problemløsning hatt flere ulike definisjoner i forskning de siste årene. Schoenfeld (2016) viser blant annet til at problemløsning var et av de minst forståtte begrepene på 80-tallet. Begrepet hadde forskjellige definisjoner og var derfor uklart. Ifølge Stanic & Kilpatrick (1988) resulterte dette i at problemer ble mye brukt i skolematematikken, mens problemløsning var mer ukjent. Tidligere praksis i matematikk har derfor vært at matematikken har blitt gitt av «eksperter», for så at elevene skal memorere. Dette gjør at elevene forventer at matematikk i skolen handler om å følge regler og få et svar raskt. En konsekvens av dette er at elevene blir passive og gir opp å prøve (Schoenfeld, 2016).

I dag handler matematikken mye om at alt ikke bare kan pugges, men må læres med forståelse (Boaler, 2019). Dermed har problemløsning fått et nytt fokus. Det handler om at elevene skal møte oppgaver som er kognitivt krevende, slik at de bruker tid på løsninger (Kilpatrick et al., 2001). Det handler om å være fleksibel og ha troen på seg selv, for å løse en problemløsningsoppgave med ukjent metode (Kilpatrick et al., 2001).

I en studie av Brehmer et al., (2016) viser de til at læreboken er mye brukt i undervisningen. Hvor mye lærebøker blir brukt i undervisning varierer mye, men det er ikke noe tvil om at læreboka påvirker mye av matematikkundervisningen (Jäder et al., 2020). Dette betyr at innholdet i læreboka er viktig, og kan påvirke hva elevene lærer. Ofte blir læreboken en styrende faktor i forhold til framdriften til hvert kapittel og hvor mye tid elevene får i hvert emne i matematikkundervisningen (Johnsen-Høines & Rangnes, 2012). Tidligere forskning viser at lærebøkene i matematikk dessverre fokuserer mer på rutineoppgaver enn på problemløsningsoppgaver (Brehmer et al., 2016; Jäder et al., 2020). Ifølge Brehmer et al.,

(2016) har det derfor vært opp til hver enkelt lærer å inkludere problemløsning i matematikkundervisningen.

1.4 Mål med studien og forskningsspørsmål

Hensikten med denne studien er å undersøke hvordan problemløsningsoppgaver implementeres i to ulike læreverker i matematikk. Vi har valgt å se på læreverker tilrettelagt for 3. trinn, her DragonBox (Kahoot Dragonbox, u.å.) og Volum (Fagbokforlaget, u.å.a). Vi har kun analysert det vi har fått tilgang til, og det er Volum 3A og DragonBox Mattestreker 3A og 3B, DB Mattesnakk og DB Skole-app.

Vi har valgt å forske på 3.trinn fordi vi ønsker å se på problemløsning møtt på småtrinnet. Vi ønsker at matematikken er på et litt høyere nivå enn for eksempel 1. trinn. Ut fra det vi har lest, har vi lagt merke til at det er lite forskning på barneskolen. Vi ser at Brehmer et al., (2016) skriver om problemløsning i lærebøker på svensk videregående skole og at Kongelf (2011) forsker på ungdomstrinnet, noe som har gjort oss nysgjerrige på problemløsning i matematikklæreverker på småtrinnet. Vi har valgt å avgrense oppgaven til å se på kun to læreverker, men da både lærebokutgave og nettressurs, fordi vi mener vi ikke får fram hele bildet ved å bare analysere lærebøkene. Det er en stor utvikling av det digitale i samfunnet og i skolen, og derfor har flere læreverker et økt fokus på å utvikle nettressursene sine. Derfor mener vi at en kombinasjon av lærebok og nettressurs er det som gir et riktig bilde av de ulike læreverkene.

Dermed har vi kommet fram til følgende problemstilling som grunnlag for denne studien:

Hvordan presenteres problemløsningsoppgaver i ulike læreverker på 3. trinn?

Vi ønsker med dette å finne ut hvordan læreverkene presenterer problemløsningsoppgaver i ressursene sine.

Både Volum og DragonBox er nyutgitt etter fagfornyelsen. DragonBox er utarbeidet med støtte fra Utdanningsdirektoratet (Kahoot Dragonbox, u.å.). Vi vil se på disse læreverkene fordi de er utgitt etter LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020), hvor problemløsning er et fornyet fokus.

For å svare på forskningsspørsmålet har vi valgt å analysere læreverkene horisontalt og vertikalt (Charalambous et al., 2010, s. 122). Horisontal analyse handler om et overordnet

blikk over læreboken (Charalambous et al., 2010, s. 122). Hvordan den ser ut og framstilles kan gi læreren et hint om boken passer til elevene og undervisningen. Vi skal i den horisontale analysen også kategorisere oppgavene, slik at vi skiller mellom rutineoppgaver og problemløsningsoppgaver og hvor de er plassert i kapitlene. Vertikal analyse handler derimot om et mer dypdykk i læreboken (Charalambous et al., 2010, s. 122). Da ser vi nærmere på det matematiske innholdet i oppgavene, om hvilken kontekst oppgavene er relatert til og hvilke problemløsningsstrategier oppgaven legger opp til.

1.5 Struktur og oppbygning

Innledningsvis har vi kort gjort rede for hva oppgaven handler om. Vi har presentert at vi ønsker å forske på problemløsningsoppgaver i læreverk på 3. trinn, og hva som er bakgrunnen for dette. I kapittel to skal vi gå nærmere inn på teori og begreper, slik at leser og forfatter har lik forståelse. Vi ønsker å gi en klar definisjon på hva vi definerer som problemløsningsoppgaver, gjennom ulike teorier. Vi vil også ta for oss tidligere forskning på problemløsningsoppgaver i lærebøker.

I kapittel tre skal vi presentere metode for innsamling av data og et analytisk rammeverk om hvordan datainnsamlingen vi skal gjøre blir strukturert. Vi vil gjøre en horisontal og vertikal analyse, og forklare hva vi legger i disse begrepene og hva vi går inn på i underkategorier. Til slutt i dette kapittelet skal vi også skrive om oppgavens reliabilitet og validitet, og etiske perspektiver rundt oppgaven. I kapittel fire presenteres studiens resultater av analysen, og disse drøftes opp mot teori i kapittel 5. Her vil vi gå inn på alle deler av analysen; både horisontal og vertikal, samt se disse på tvers av hverandre. Kapittel seks avslutter med en oppsummerende konklusjon om studien og dens betydning, og til slutt forslag til videre forskning.

2 Relevant forskning

I dette kapittelet skal vi presentere relevant forskning og teori knyttet til problemstillingen vår, *hvordan presenteres problemløsningsoppgaver i ulike læreverker på 3. trinn?* Dette kapittelet skal gi en videre forståelse rundt oppgavens tema og problemstilling, hvilke definisjoner vi legger i begrepene og skal her virke som et rammeverk for analysen vi skal gjennomføre. Vi starter med en teoretisk bakgrunn av begrepet problemløsning, og deretter definisjoner. Vi vil også presentere aktuell teori knyttet til analyseprosessen vi skal gjennomføre i neste kapittel.

2.1 Teoretisk bakgrunn

2.1.1 Tankeprosess

Det er «mange ulike måter å jobbe på, ulike måter å se problemer på og ulike strategier og metoder» (Boaler, 2019, s. 130). Boaler fremmer at det er flere måter å tenke på, ikke bare lærerens, og at disse er svært viktige. Som vi tidligere har definert av Schoenfeld (2016) bør matematikk gå bort fra et memoreringsperspektiv, da elever mister utholdenhet av å ha et fokus på regler og fasitsvar. Hvis vi ser Boaler (2019) og Schoenfeld (2016) i sammenheng, ser vi at matematikk går mer over til en utforskende tilnærming som fremmer at mennesker er ulike og at det fins flere måter å tenke på enn bare faste regler og fasitsvar.

Som vi skriver tidligere, krever problemløsningsoppgaver mye av oss. I arbeid med disse problemløsningsoppgavene er det derfor nesten umulig å ikke gjøre en eneste feil, likevel tror mange at det å gjøre feil betyr at man ikke kan matematikk (Karlsen & Klaveness, 2019). Dette kan føre til at elevene tror at de ikke har mulighet for å lære matematikk, og dermed tro at de ikke er smarte nok (Boaler, 2019).

Ved å fremme det å gjøre feil, kan elevene bli mer villig til å dele tanker fordi de vet det ikke er farlig å si feil. Gjennom anstrengelse og å fortsette med en vanskelig oppgave, blir elevene mer utholden i arbeid med utfordrende oppgaver (Boaler, 2019). Hjernen vokser i kapasitet og styrke når feil blir gjort, da det øker hjernens evne til sammenkobling mellom synapsene (Boaler, 2019). Feil er derfor noe positivt, som er svært viktig i en utviklings- og læringsprosess. «Når folk endrer tenkemåte og blir klar over fordelene ved å anstrenge seg, får de en ny og mer positiv tilnærming til utfordringer og usikkerhet. De føler ikke lenger behov for være en ekspert, men erstatter det med nysgjerrighet og et ønske om å samarbeide» (Boaler, 2019, s. 100).

Boaler (2019) viser til en studie gjort av det medisinske fakultetet ved Stanford, om hvordan hjernen jobber når den løser matematikkoppgaver. Ved arbeid med enkle regnestykker, involveres fem områder i hjernen. Kommunikasjon mellom de ulike områdene styrker prestasjonen og læring. Videre henviser hun til en annen studie fra 2013 av Park og Brannon, der andre områder i hjernen brukes i arbeid med symboler (for eksempel tall), enn arbeid med visuell og romlig informasjon (Boaler, 2019). Når vi lærer ved å bruke to eller flere av disse områdene, blir læringen maksimert. Ny kunnskap læres gjennom forskjellige baner i hjernen – for eksempel arbeidshukommelsen, resonnering, kommunikasjon og visualisering (Boaler, 2016).

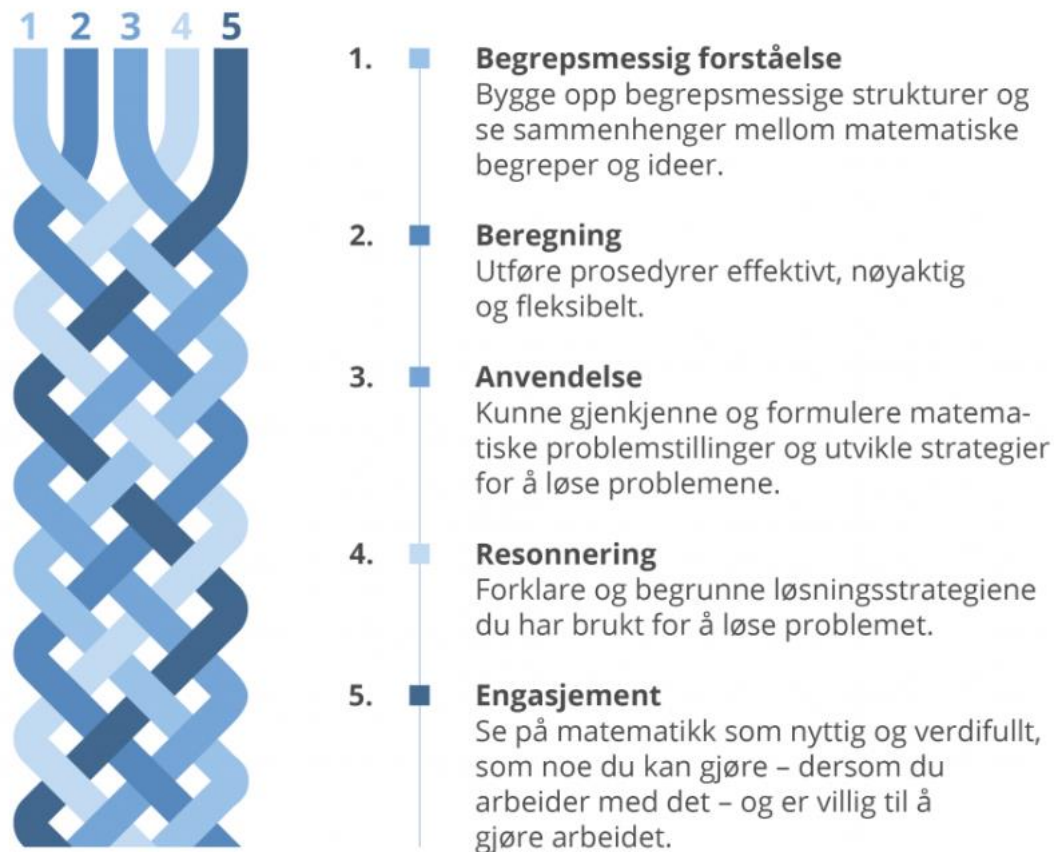
I stedet for den grunnleggende «puggeteknikken» som ofte blir brukt, fremmer Boaler (2019) en flerdimensjonal tilnæringsmåte i matematikk. Der åpnes læringsprosessen og gir elevene bedre utgangspunkt for å lykkes, som hjelper elevene igjen til å se de matematiske ideene annerledes gjennom kreative og visuelle oppgaver (2019). De elevene som er gode til å memorere, oppnår gjerne suksess ved å pugge lærerens metode, og utvikler ikke forståelse for selve matematikken. De elevene som da er dypttenkende, blir mindre utholden og gir ofte opp, dersom memorering fremmes foran dypere forståelse (Boaler, 2019). Dette skal knyttes til kreativ og imiterende resonnering som blir forklart i kapittel 2.2.3.

2.1.2 Matematisk kompetanse

Gjennom det 20-århundret har det vært en endring og utvikling i hva suksessfull matematikk egentlig er, både i samfunnet og i skolen (Kilpatrick et al., 2001). I første halvdel av århundret var hovedfokuset beregningsprosedyrer. Videre på 50- og 60-tallet gikk fokuset fra da beregningsevne og over til å forstå strukturen av matematikk sammen med dens samlende ideer. Senere gikk det tilbake til at matematikk var prosedyrer som skulle beregnes nøyaktig og raskt. Det kom en reform med nye fokusområder på 80- og 90-tallet som «innebar resonnement, løsning av problemer, koble matematiske ideer og kommunisere matematikk til andre» (Kilpatrick et al., 2001).

Som vi skriver her, har matematikken vært igjennom en endring. Elevene i dag må lære seg en annen type matematikk enn det foreldrene lærte. I skolen er det derfor et mål om å møte fremtidens krav for matematiske ferdigheter (Kilpatrick et al., 2001). Med bakgrunn i dette, har Kilpatrick et al., (2001) utviklet et sammensatt og omfattende syn på vellykket matematikklæring. De har valgt ut ferdigheter for hva de tror det betyr for alle å lære

matematikk med suksess. Matematisk kompetanse (*mathematical proficiency*), slik Kilpatrick et al., (2001) ser det, har fem tråder:



Figur 2.1: Trådmodell hentet fra og oversatt av Matematikksenteret (u.å.).

Disse trådene er sammenvevd og avhengig av hverandre. Dette betyr at dersom matematisk kompetanse skal oppnås, må alle trådene fokuseres på som en helhet (Kilpatrick et al., 2001). Det underbygger også Boaler (2016), i forhold til at matematikk ikke bare kan pugges. Det krever også effektiv læring og deltakelse. Dette handler om en interaksjon mellom tre elementer, matematisk innhold, lærer og elev. I denne studien er det mest relevant å se på hva det matematiske innholdet krever, da vi ikke ser på hvordan lærer og elev samarbeidet fungerer. I innhold er det viktig at elevene møter matematiske oppgaver som er kognitivt krevende, slik at de lærer at det er normalt å bruke tid på oppgaveløsning (Kilpatrick et al., 2001).

Gjennom arbeid med disse fem trådene, vil elever kunne «utvikle en solid, varig, fleksibel og relevant kompetanse i matematikk» (Matematikksenteret, u.å.). Et godt poeng er at alle disse ferdighetene kan læres gjennom problemløsning. Ifølge Kilpatrick et al., (2001) er det også større sannsynlighet at elevene integrerer alle disse ferdighetene i en problemløsningsoppgave. Det kan også hjelpe læreren å se elevene bruke disse ferdighetene. Hvordan elevene bruker og kobler sin kunnskap, er helt avgjørende for å få en dyp forståelse og for å kunne bruke det i problemløsningsoppgaver (Kilpatrick et al., 2001).

Videre her vil vi presentere kort om de fem trådene i matematisk kompetanse, og vise hvordan dette er relevant i problemløsning.

Begrepsmessig forståelse

Begrepsmessig forståelse handler om en forståelse av matematiske begreper, operasjoner og relasjoner (Kilpatrick et al., 2001).

Dette handler om mer enn å kunne memorere fakta og metoder. Det er viktig å forstå hvorfor og når det matematiske innholdet skal brukes (Kilpatrick et al., 2001). Det handler om å lære med forståelse. Dette er mye av det samme Boaler (2019) skriver om. Ved å lære matematikk med forståelse vil det være enklere å huske og bruke kunnskapen. Et viktig punkt i å lære med forståelse, handler om å kunne anvende kunnskapen på ulike måter og i ulike situasjoner (Kilpatrick et al., 2001). For eksempel kan elevene representere en oppgave på ulike måter. Kilpatrick et al., (2001) bruker en brøkoppgave som eksempel. Her kan elevene tegne eller bruke konkrete for å representere brøkene i regnestykket, en annen måte kunne vært å lage en regnefortelling som tar for seg disse brøkene. På denne måten kan elevene bruke ulike løsningsmetoder for å komme fram til en løsning, samtidig kan elevene se på likheter og ulikheter i styrkene til løsningsmetodene.

Denne forståelsen for matematikk gir elevene et godt utgangspunkt for å løse problemløsningsoppgaver. Samtidig som det hjelper elevene med løsningsmetode, kan det også hjelpe elevene å unngå unødvendige feil i løsningsprosessen. For eksempel kan elevene forenkle regnestykker, slik at de omtrentlig ser hva svaret kan bli. Et eksempel hentet fra Kilpatrick et al., (2001): elevene vet at $10 \cdot 8$ er 80, og derfor kan ikke $9,8 \cdot 7,6$ bli 744,8. Her kan elevene se at svaret burde bli lavere enn 80, og kanskje oppdage at en kan flytte komma.

Beregning

Beregning handler om ferdigheter i å utføre prosedyrer fleksibelt, nøyaktig, effektivt og hensiktsmessig (Kilpatrick et al., 2001).

I noen sammenhenger trenger elevene å kunne regne nøyaktig og effektivt. Selv om det ikke er et mål om å kunne regne raskt i dagens samfunn, kan det lønne seg å ha kontroll på enkle regnestykker med hele tall (Kilpatrick et al., 2001). Dette kan være til stor hjelp når elevene skal regne oppgaver med flere regneoperasjoner, for eksempel i problemløsningsoppgaver. Noen problemløsningsoppgaver vil kreve flere regneoperasjoner, og hvis første del blir regnet feil blir dette en feil gjennom hele utregningen. Det er også her viktig at læring skjer med forståelse. Uten forståelse vil det bli vanskelig å se sammenhenger i matematikken (Kilpatrick et al., 2001). Alle nye temaer blir vanskelige da det ikke knyttes til tidligere kunnskap. Denne typen læring kan føre til at elever ikke klarer å se likheter i oppgaver med små forskjeller. Det kan også føre til at elevene ikke klarer å se likheter med matematikken på skolen og utenfor, som kan føre til at de ikke klarer å løse problemer de møter i hverdagen (Kilpatrick et al., 2001).

Anvendelse

Anvendelse refererer til evnen til å formulere matematiske problemer, representere dem og løse deretter (Kilpatrick et al., 2001).

Kilpatrick et al., (2001) skiller mellom «routine problems» og «nonroutine problems». Det de referer til som «nonroutine problems», er oppgaver der eleven ikke vet hvordan de skal gå fram og hvilken metode de må bruke for å løse problemet. Det er også et av kriteriene vi bruker i vår definisjon av en problemløsningsoppgave (Hagland et al., 2016; Schoenfeld, 1985).

Første steget i en problemløsningsoppgave er å anvende problemet på en matematisk måte. Kilpatrick et al., (2001) skriver at dette kan være med tall, symboler, muntlig eller grafisk. For å kunne gjøre dette må elevene først forstå problemet, slik at de kan anvende de viktige matematiske elementene og ignorere de elementene som er irrelevante. Disse matematiske elementene kan anvendes på forskjellige måter, for eksempel tegning, likning eller en annen visualisering. Som Kilpatrick et al., (2001) skriver, vil nye problemløsere kun se likheter i

overflaten på en problemløsningsoppgave. Mer erfarne problemløsere vil derimot kunne se enda flere sammenhenger mellom ulike problemløsningsoppgaver.

Et eksempel hentet fra Kilpatrick et al., (2001) handler om ulik kontekst i oppgavene. Den ene oppgaven spør etter hvor mange tårn med fem høyder kan du lage med røde og grønne klosser. Den andre oppgaven spør deretter om hvor mange forskjellige måter en hamburger kan bli bestilt, med eller uten fem ulike tilbehør (Kilpatrick et al., 2001). En ny problemløser vil kunne se dette som to helt ulike oppgaver, da innholdet kan virke helt forskjellig. Derimot vil en erfaren problemløser kunne se at begge oppgavene inkluderer fem ulike valg mellom to ting: rød og grønn, eller med og uten. En viktig ting elevene må lære på veien mot å bli en erfaren problemløser er derfor fleksibilitet (Kilpatrick et al., 2001). Dette handler om å kunne bruke kunnskap på en ny måte, enn i rutineoppgaver. Det er snakk om produktiv tenkning. Dette innebærer blant annet at elevene er fleksible når det kommer til å bruke strategier i problemløsningsoppgaver (Kilpatrick et al., 2001). En elev kan velge å være fleksibel mellom flere strategier, og denne ferdigheten er svært viktig i slike kognitivt utfordrende oppgaver.

Ved å løse en problemløsningsoppgave på denne måten kan elevene komme med flere løsningsmetoder til et problem, i tillegg til å kunne velge fleksibelt blant resonnement og andre metoder for å tilfredsstille det problemet spør etter (Kilpatrick et al., 2001). Elevene lærer derfor at gjennom å løse utfordrende matematikkproblemer tilegner de seg erfaring i problemløsning gjennom nye konsepter og matematiske ferdigheter.

Resonnering

Resonnering referer til evnen til å tenke logisk i forholdet mellom konsepter og situasjoner (Kilpatrick et al., 2001).

I matematikk er dette den tråden som knytter alt sammen. Resonnering samhandler med de andre trådene for matematisk kunnskap spesielt gjennom problemløsning (Kilpatrick et al., 2001). Som nevnt tidligere fra Boaler (2016), fremmer resonnering også ny kunnskap og læring.

Ifølge Kilpatrick et al., (2001) kan barn helt ned i 4-5års alderen lære seg resonneringsferdigheter. Dette krever at tre forhold er dekt: eleven må ha noe kunnskapsbase, oppgaven er forståelig og motiverende, og konteksten er kjent og komfortabel (Kilpatrick et al., 2001). Elever bruker sine ferdigheter om anvendelse til å formulere og representere et problem, ved å

bruke problemløsningsstrategier som kan gi en løsningsstrategi. Det er når eleven skal vurdere om løsningsstrategien er riktig, at resonnering må ta over. Eleven bruker så sin konseptuelle forståelse for å avgjøre om løsningsstrategien er effektiv, og deretter begrunner løsningen (Kilpatrick et al., 2001). Denne resonneringen kaller Kilpatrick et al., (2001, s. 129) for «tools to think with», og det handler ofte om hypoteser eller kilder til problemløsningsstrategier.

Denne tråden er veldig relevant i arbeidet med problemløsning, derimot er den ikke like relevant for vår analyse av problemløsningsoppgaver i læreverk.

Engasjement

Engasjement handler om å se matematikken som fornuftig, nyttig og verdifull. Dette kombinert med en tro på at egen innsats lønner seg (Kilpatrick et al., 2001).

Alle trådene i matematisk kompetanse, er avhengig av at eleven har en tro på at matematikk er forståelig. Eleven må kjenne på at å gjøre en innsats betyr at man kan lære matematikk (Kilpatrick et al., 2001). Dette ligger også i hjertet for problemløsningsoppgaver. Flere forskere mener at engasjement for å løse problemløsningsoppgaven er en avgjørende faktor for å klare å løse oppgaven (Hagland et al., 2016; Schoenfeld, 1985). Engasjement er også avhengig av de andre trådene. Ved å få en bedre forståelse av matematikken, vil troen på seg selv i matematikken automatisk bli mer positiv (Kilpatrick et al., 2001). Dette er avhengig av at oppgavene elevene løser ikke kun handler om memorering av kunnskap (Kilpatrick et al., 2001). Da dette kan føre til en forventning om at matematikken skal gå fort, noe som igjen kan føre til at eleven mister selvtilliten på kognitivt utfordrende oppgaver (Boaler, 2019; Kilpatrick et al., 2001; Schoenfeld, 2016). En konsekvens av dette er at elevene aldri prøver seg på problemløsningsoppgaver og blir demotiverte når de gjør feil (Kilpatrick et al., 2001).

Mye av dette engasjementet er avhengig av en god lærer med positive holdninger i matematikken (Kilpatrick et al., 2001). Elevene som starter på skolen, har som regel mye engasjement og høye forventninger til å lære. Det er derfor viktig å vedlikeholde den positive holdningen for matematikk. Her er læreren og undervisningen viktig, og som forskning viser er det helklasseundervisning og individuelt arbeid som utgjør store deler av matematikkundervisningen (Gilje et al., 2016). I individuelt arbeid jobber elever mye med lærebøker, og noe med digitale læremidler. Noe som gjør at det er viktig at oppgavene i lærebøkene oppleves relevante for elevene.

Ifølge Kilpatrick et al., (2001) er det tekstoppgaver i lærebøkene som har den mest meningsfulle konteksten for elever. I tekstoppgavene har elevene mulighet til å bruke kunnskapen sin på en annen måte og utvikle erfaringer om strategier i oppgaveløsning. I de ulike tekstoppgavene utvikler elevene kjennskap til hvilken strategi som kan brukes igjen i liknende oppgaver. I tekstoppgavene er det veldig interessant å se hvilken kontekst oppgavene tar for seg, da dette handler om hvordan elevene løser oppgaven. Når elever løser tekstoppgaver, er det ofte ved å se for seg konteksten i oppgaven. Derfor vil det være enklere for en elev å løse en oppgave som tar for seg en kjent kontekst de forstår (Kilpatrick et al., 2001). Disse tekstoppgavene kan, som nevnt tidligere, både være rutineoppgaver og problemløsningsoppgaver (Hagland et al., 2016). I rutineoppgaver er strategien lett å kjenne igjen, da det ofte tar for seg kontekster med enkle regneoperasjoner. I problemløsningsoppgaver er det derimot viktig at konteksten føles relevant å løse, slik at elevene kan bruke tid på å finne strategier for å løse oppgaven (Hagland et al., 2016; Schoenfeld, 1985).

De fem trådene gir derfor et rammeverk for å diskutere kunnskap, ferdigheter, evner og tro som utgjør matematisk kompetanse (Kilpatrick et al., 2001).

2.2 Problemløsning

Som nevnt innledningsvis, har forskning ulik definisjon av problemløsning (Schoenfeld, 2016). Vi vil derfor her beskrive denne studien sin forståelse av hva problemløsning er.

Ifølge Pólya (2004) er problemløsning en praktisk ferdighet. Det handler ikke om å øve på kjente algoritmer, men derimot handler det om å takle nye og ukjente oppgaver med løsningsmetoder som ikke er kjent (Schoenfeld, 2016).

Ifølge Schoenfeld (1985) handler det om at personen ikke har en kjent metode for å løse problemet, men må ha tilstrekkelig med kunnskap for å nå en løsning på rundt en halv time. I tillegg må personen være motivert for å løse oppgaven, slik at det blir jobbet aktivt for å komme til en løsning. Ved å bruke problemløsning kan en lære mye. Som Pólya (1957) skriver, kan det å løse problemer på egenhånd føre til mestring og glede. Dette kan videre føre til at en setter pris på kognitivt utfordrende oppgaver videre i livet. Som Schoenfeld (1985, s. 23) påpeker er det «no such thing as a typical student», derfor er det viktig i denne studien å definere enda tydeligere hva problemløsning er i en lærebok.

For å få en forståelse av hva problemløsning er, kan det være greit å presentere en overordnet organisering av oppgavetyper. I denne studien bruker vi tre begrep om oppgavetyper: rutineoppgaver, tekstoppgaver og problemløsningsoppgaver (Hagland et al., 2016).

Rutineoppgave eller standardoppgave, er ifølge Hagland et al., (2016) en oppgave som ikke er utfordrende for løseren og er ren ferdighetstrening. Tekstoppgave eller hverdagsoppgave er en oppgave som inneholder mer enn kun matematiske symboler, denne typen oppgave kan også være rutineoppgave eller problemløsningsoppgave. Denne inndelingen er relevant å trekke fram, for å vise den klare skillen mellom rutineoppgaver og problemløsning.

Problem deler Hagland et al., (2016) inn i rikt problem og annet problem. I denne studien er det relevant å se på alle problemer, vi velger derfor å ikke bruke betegnelsen rikt problem.

Derimot er Hagland et al., (2016) sine tre kriterier for et problem relevant for studien:

- 1) en person vil eller trenger å løse oppgaven,
- 2) personen har ikke en løsningsmetode på forhånd og
- 3) oppgaven krever anstrengelse å løse.

Videre i denne studien har vi kun tatt utgangspunkt i kategoriene problemløsnings- og rutineoppgaver. I LK20 knyttes problemløsning gjerne sammen med utforskning, slik vi ser i kjerneelementene (Utdanningsdirektoratet, 2020). I denne studien ser vi at utforskning både kan være problemløsning, samt rutineoppgaver, avhengig av hvordan oppgaven er utformet og formulert. Utforskning defineres under kjerneelementene som noe som «handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse. Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette kan vi knytte til Schoenfeld (1985) sin definisjon forklart over.

2.2.1 Problemløsningsstrategier

Problemløsning er en ekstrem kompleks prosess som krever menneskelig anstrengelse (Lester & Lambdin, 2004; Pólya & Conway, 2004). Dette avhenger av mange kategorier av faktorer, som f.eks. kunnskapsinnhenting, kunnskapsutnyttelse, kontroll, tro, affekter og sosiokulturelle

kontekster (Lester, 1994). Dette skriver også Schoenfeld (2016) om, i et rammeverk for kognitive aspekter i matematikk. Han skriver om fem kategorier som er viktig for problemløsning: «kunnskapsbasen, problemløsningsstrategier, oppfølging og kontroll, tro og effekt, og øving» (Schoenfeld, 2016, s. 16).

Når vi prøver å løse problemer krever det derfor mye av oss, og vi må hele tiden vurdere på nytt igjen i tankene våre. Ifølge Pólya (2004) kan heuristikk hjelpe oss å forstå denne prosessen i problemløsning. «We need heuristic reasoning when we construct a strict proof as we need scaffolding when we erect a building» (Pólya & Conway, 2004, s. 76). I 1945 prøvde Pólya å fornye heuristikk på en moderne måte, og skrev da «Short Dictionary of Heuristic» med forslag på ulike tolkninger av strategier og regler i problemløsning. Disse heuristikkene er ifølge Schoenfeld (1985) alt for komplekse for elever i grunnskolen. Derfor foreslår han at elever først på videregående skole kan jobbe med disse.

Det kan virke som Pólya sine heuristikker har gjennom tiden møtt på flere utfordringer. På 1970-tallet var det mangel på forskning som støttet at heuristikk kunne forbedre problemløsnings ferdigheter. Forskningen viste blant annet at ferdighetene ikke ble overført til andre oppgaver og at undervisningen foreløpig ikke viste mye positivt (Schoenfeld, 2016). Derimot kan det virke som det har skjedd en endring, og at heuristikkene blir mye brukt i matematikken i dag (Schoenfeld, 2016).

Tom Rune Kongelf (2011) har tatt inspirasjon fra Pólya og brukt begrepet heuristiske strategier (heuristic approaches), som han har tilpasset vanskelighetsgraden til yngre elever. Han definerer disse strategiene som en «tommelfinger regel for å suksessfullt løse problemer, generelle strategier som hjelper et individ å forstå et problem bedre og/eller å lage en prosess mot en løsning» (vår oversettelse) (Kongelf, 2011, s. 12).

Innenfor matematikdidaktikk er det i dag en viss enighet om at disse strategiene er nyttige i problemløsning (Schoenfeld, 2016). Elever kan gjennom hele skoleløpet lære å bruke slike heuristiske strategier. Yngre elever trenger ikke pugge navn på strategiene, men lære å kjenne igjen og bruke dem i problemløsningsoppgaver (Kongelf, 2011). Videre i denne oppgaven vil vi bruke begrepet problemløsningsstrategier når vi snakker om heuristiske strategier. Hvilke strategier vi ser etter og hvordan vi vil bruke dette i analysen, vil bli nærmere forklart i metode kapittelet.

2.2.2 Kreativ og imitativ resonnering

Lithner (2008) har utviklet et rammeverk om imitativ og kreativ resonnering. Dette kan vi bruke for å strukturere vår definisjon av problemløsningsoppgave i lærebøker. Det Lithner (2008) kaller kreativ resonnering er det vi definerer som problemløsning, mens imitativ resonnering kaller han også puggelæring. Begrepet resonnering handler her om tankegangen i oppgaveløsning, for å komme med påstander og konklusjoner (Lithner, 2008).

Imitativ resonnering kan deles i to hovedtyper, memorert og algoritmisk resonnering.

Memorert resonnering handler om å huske et svar. Algoritmisk resonnering handler derimot om å huske en løsningsalgoritme (Lithner, 2008).

Algoritmisk resonnering blir igjen delt i tre grupper: Kjent, avgrensende og guidet algoritmisk resonnering. Kjent algoritmisk resonnering handler om at strategien blir valgt på bakgrunn av en liknende oppgave, hvor en har erfaring i hvordan algoritmen skal brukes. Ifølge Lithner (2008) er denne typen oppgaver vanlig. Avgrensende algoritmisk resonnering handler om at algoritmen er valgt fra et sett som er avgrenset av løseren gjennom algoritmens sammenheng til oppgaven. Guidet algoritmisk resonnering er når de to andre algoritmiske resonneringene ikke gjelder, da kan en søke etter ekstern hjelp. Lithner (2008) skiller mellom tekstguidet og person guidet algoritmisk resonnering, siden vi skal se i lærebøker vil vi ikke bruke denne skillen da kun tekstguidet er relevant. Ifølge Lithner (2008) er dette den dominerende oppgavetyper i lærebøker, da oppgavene ofte er innledet med et eksempel.

Kreativ resonnering er det vi kategoriserer som problemløsningsoppgave. Det handler om at oppgaven krever at elevene ikke har en kjent strategi for å løse oppgaven (Brehmer et al., 2016). Denne definisjonen om matematisk problemløsning blir også brukt i læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020).

For å finne disse problemløsningsoppgavene i lærebøker kan vi følge Brehmer et al., (2016) sin kategoriseringsprosess:

- 1) Ingen eksempler er gitt på hvordan å løse oppgaven.
- 2) Ingen tidligere oppgaver har samme eller liknende overflate likheter.
- 3) Ingen løsningsforslag fra tidligere deler av tekstboken er mulig å huske.

4) Ingen guide i oppgaven på hvordan den skal løses.

Alle fire kategoriene må være dekt for at oppgaven kan kategoriseres som problemløsningsoppgave. Disse vil vi forklare senere i metodekapittelet, hvor vi også vil vise eksempler på hvordan vi bruker kategoriseringsprosessen. Vi vil påpeke at vi ikke forsker på hvordan elevene løser problemløsning, men heller hvordan læreverkene legger opp til problemløsningsoppgaver for elevene.

2.3 Lærebokanalyse

Lærebokforskning i matematikk utgjør en liten del av den internasjonale matematikkdiraktikken (Kongelf, 2019). Ifølge Charalambous et al., (2010) er det ulike meninger om hvor mye læreboken har å si på elevenes prestasjoner. Noen forskere mener at en lærebokanalyse kan forklare forskjeller i elevenes prestasjoner, mens andre mener at læreboken ikke har like stor påvirkning på undervisningen. Derimot vet vi at læreboken er mye brukt i undervisningen (Brehmer et al., 2016; Jäder et al., 2020; Kongelf, 2011). Tidligere var det opp til en godkjenningsordning å kvalitetssikre lærebøkene i skolen, denne ble derimot opphevet i 2001 (Bratholm, 2001). Det betyr at nesten hvem som helst kan skrive og publisere lærebøkene som blir brukt i skolen, og dette gjør at forskning på lærebøker viktigere enn før (Kongelf, 2011).

Innenfor forskning på lærebøker er det ingen bestemt fremgangsmåte, derfor er det mange ulike måter å forske på lærebøker (Charalambous et al., 2010). I denne studien har vi valgt å bruke et rammeverk utviklet av Charalambous et al., (2010) som tar for seg lærebokens to dimensjoner: horisontal og vertikal.

2.4 Tidligere forskning

Forskningsområdet innenfor lærebokforskning handler om alt fra innhold i læreboken til bruk av læreboken i klasserom (Kongelf, 2019). I denne studien vil vi kun vise til resultater fra tidligere forskning på problemløsningsoppgaver i lærebøker, og dermed ikke ta hensyn til forskning om dens innvirkning på skolen.

2.4.1 Heuristiske strategier

Tom Rune Kongelf (2019) skriver i sin doktorgradsavhandling om norske lærebøker i matematikk på ungdomstrinnet. I første delstudie (Kongelf, 2011) er temaet problemløsning hvor han ser på lærebokeksempler og ser etter bruken av ni heuristiske strategier i lærebøker på niende trinn. De heuristiske strategiene er inspirert av Pólya (2004) sitt forslag i «short dictionary of heuristic», men har blitt tilpasset ungdomstrinnet. Totalt ble det brukt seks lærebøker og 740 eksempler ble analysert.

Funnene viser at lærebokeksemplene er fulle av heuristiske strategier, og det ble registrert bruk av heuristiske strategier 1170 ganger i de 740 lærebokeksemplene. Funnene viser også at det kan virke som strategiene blir brukt ganske tilfeldig, siden det ikke blir eksplisitt nevnt navn eller hvordan bruke de (Kongelf, 2011). Derimot var det kun tre av de ni heuristiske strategiene som ble mest brukt: «løs deler av problemet», «lag en visualisering» og «endre ditt synspunkt», de resterende seks strategiene utgjorde kun 4%. De strategiene som ble minst brukt var «gjett og sjekk», «arbeid bakover», «tenk på et relatert problem» og «forenkle problemet».

I motsetning til Kongelf (2011) som ser på lærebokeksempler, ser vi i vår studie på oppgavene i læreboka. Det som gjør disse funnene interessante for vår forskning, er om det er noen forskjeller i hvilke strategier som blir vist fram i eksempler og strategier som kan brukes i oppgavene. Kongelf (2011) konkluderer med at det er et stort potensiale for forbedring når det kommer til heuristiske strategier i lærebøker på ungdomstrinnet. Spesielt et ønske om at strategiene blir eksplisitt presentert, slik at det ikke er avhengig av læreren at elevene lærer å bruke problemløsningsstrategier.

Videre i analysen og forskningsprosjektet bruker vi begrepet problemløsningsstrategier framfor heuristiske strategier, for å lettere knytte opp mot oppgavens fokus som er problemløsningsoppgaver.

2.4.2 Problemløsningsoppgaver

Brehmer, Ryve og Van Steenbrugge (2016) tar for seg problemløsningsoppgaver i tre svenske lærebøker på videregående. De undersøkte først hvor stor andel av oppgavene i lærebøkene som kunne klassifiseres som matematisk problemløsning. Totalt ble det kategorisert 5722 oppgaver og kun 312 av de ble kategorisert som problemløsning. Videre i studien undersøkte de hvor problemløsningsoppgavene var plassert, hvilken vanskelighetsgrad oppgavene har og

i hvilken kontekst oppgaven er gitt. Hvor problemløsningsoppgavene er plassert indikerer om læreboken støtter læring *for*, *om* eller *gjennom* problemløsning (Brehmer et al., 2016).

Resultatene viser at de fleste problemløsningsoppgavene befinner seg i slutten av kapittelet, som kan indikere at læring skjer for problemløsning. Vanskelighetsgraden på oppgavene sier noe om hvem som rekker å løse oppgavene. Det at studien viser at 308 av 312 problemløsningsoppgaver er på høyeste vanskelighetsgrad, kan vise at ikke alle elevene rekker å prøve seg på oppgavene. Dermed vil vi anta at de fleste elevene vil mangle trening på problemløsning. Som nevnt tidligere, er motivasjon for å løse oppgaven nødvendig for å kalle oppgaven et problem (Hagland et al., 2016). Brehmer et al., (2016) tar derfor for seg hvilken kontekst problemløsningsoppgaven er gitt, og fordeler på fem kategorier. Resultatene viser at kategorien ren matematikk var mest vanlig, deretter jobb og personlig.

De konkluderer med at innholdet av problemløsningsoppgaver i lærebøkene ikke oppfyller anbefalinger fra forskningsmiljøet og de svenske styringsdokumentene. Derfor ønskes det en endring med mer problemløsning, spesielt på et enklere nivå og i en kontekst som kan engasjere elevene (Brehmer et al., 2016).

Oppsummering

Det vi nå har presentert i dette teorikapittelet, tar vi med oss videre i studien når vi skal besvare problemstillingen vår. Når vi skal besvare hvordan problemløsningsoppgaver er presentert i ulike læreverker, er vi nødt til å ha en klar definisjon på hva vi legger i begrepet «problemløsning». Dette for at det ikke skal oppstå uklarheter når vi skal analysere læreverkene, og for at vi kan begrunne de prosessene og valgene vi gjør. Derfor har vi nå henvist til definisjonene til Schoenfeld (2016) og Pólya (2004) om hva problemløsningsoppgaver er, samt sett på hvorfor problemløsning er viktig i forhold til matematisk kompetanse og de fem trådene til Kilpatrick et al., (2001).

For at problemstillingen skal bli svart er vi også nødt til å se dette i sammenheng med tankeprosessene som skjer i hodet, for å kunne knytte dette til elevers påvirkning av problemløsning i skolen. Dette er grunnen til vi har brukt Boalers (2016) teori om hvordan elever kan påvirkes positivt for utvikling av utholdenhet og tro på egen læring.

Når vi nå skal videre til selve analyseprosessen, skal vi som nevnt gjøre en horisontal og vertikal analyse inspirert fra Charalambous et al., (2010). Vi skal dele oppgaver inn i

rutineoppgaver og problemløsningsoppgaver, og vi begrunner hvilke underkategorier vi tar med oss videre; plassering, kontekst og problemløsningsstrategier. Mer om dette kommer i metodekapittelet under.

3 Metode

I dette kapittelet skal vi forklare veien vi har tatt i dette forskningsprosjektet. Vi skal forklare prosessen og begrunne valgene vi gjør i lærebokanalysen, for å besvare problemstillingen vår «*Hvordan presenteres problemløsningsoppgaver i ulike læreverker på 3. trinn?*»

I grove trekk skal vi først forklare hvordan vi deler analysen inn i horisontal og vertikal analyse, og hva vi legger i disse begrepene. Videre går vi nærmere inn på disse retningene og hva som skal analyseres, og forklarer valgene vi gjør underveis og hvordan alt dette knyttes til problemløsningsoppgaver. Til slutt i kapittelet forklarer vi hvordan vi sikrer gyldighet og pålitelighet, og begrunner de etiske valgene vi har gjort.

3.1 Horisontal og vertikal analyse

«Analyse handler om å utvikle forståelse» (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 101). I denne oppgaven ønsker vi å få en forståelse av læreverkene knyttet til problemløsningsoppgaver, og for å svare på vår problemstilling skal vi ta utgangspunkt i et analyserammeverk skrevet av Charalambous et al., (2010). Rammeverket har de delt inn i to kategorier *horisontal* og *vertikal*. I vår analyse tar vi utgangspunkt i dette rammeverket, men vi gjør også tilpasninger til vår studie. Vi kommer derfor til å bruke en abduktiv tilnærming, der vi kombinerer teori med eget perspektiv (Postholm & Jacobsen, 2018).

I den horisontale analysen handler det om å se på læreboken som en helhet, hvor fokuset er på lærebokens egenskaper (Charalambous et al., 2010). Her kommer vi til å bruke inspirasjon i Lithner (2008), Brehmer et al., (2016) og Charalambous et al., (2010), og tilpasse til vår studie. Charalambous et al., (2010) deler den horisontale analysen i to kategorier, *bakgrunnsinformasjon* og *overordnet struktur*. I vår analyse ønsker vi også å trekke fram bakgrunnsinformasjon og struktur i bøkene, slik at leseren vil få en forståelse av hvordan boken ser ut og om den kan være relevant for deres klasse. Vi har også valgt å ha med en del om problemløsningsoppgaver. Her skal vi kategorisere oppgavene som rutineoppgaver (*imitativ resonnering*) og problemløsningsoppgaver (*kreativ resonnering*) (Lithner, 2008). Vi skal også presentere antall problemløsningsoppgaver vi finner og plasseringen av disse oppgavene.

I den vertikale analysen er fokuset mer i dybden på det matematiske innholdet i læreboken (Charalambous et al., 2010). I denne analysen er det mest relevant å tilpasse fokuset slik at vi kan besvare vår problemstilling. Charalambous et al., (2010) bruker i sin analyse tre kategorier: *Kommunisert til elevene*, *krav til elevene* og *sammenhenger*. I motsetning til Charalambous et al., (2010) som analyserer alle oppgavene i læreboken, har vi valgt å kun analysere oppgavene som blir kategorisert som problemløsningsoppgaver. Her har vi tatt inspirasjon i Brehmer et al., (2016) og Kongelf (2011), og har derfor delt den vertikale analysen i to kategorier: *oppgavenes kontekst* og *problemløsningsstrategier*.

Ifølge Charalambous et al., (2010) vil ikke den horisontale analysen alene kunne vise læreverkets læringsmuligheter og den vertikale analysen viser ikke ulikheter i utformingen av læreverket. En kombinasjon av horisontal og vertikal analyse vil derfor gi oss et mer helhetlig bilde av læreverket. Analysekapittelet vil vi derfor dele i tre deler, en horisontal og vertikal analyse og til slutt skrive noe om sammenhenger mellom de to analysene.

3.2 Valg av læreverk

Som nevnt tidligere, er det ingen kvalitetssikring på lærebøkene i skolen (Bratholm, 2001). Dette gjør at lærebøkene er veldig interessante for forskning. Spesielt også når det er opp til skolene og kommunene å velge hva slags læreverk de ønsker å investere i. Når vi skulle velge læreverk å analysere må vi avgrense og derfor valgte vi å ha noen kriterier for valg av læreverk. Første kriteriet er at vi ønsker å se på læreverk publisert etter fagfornyelsen LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020). Da fant vi DragonBox (Kahoot Dragonbox, u.å.) og Volum (Fagbokforlaget, u.å.a), som vi synes virket relevant og interessant å bruke i analysen. DragonBox har blitt gitt ut tidligere, men er gitt ut på nytt etter fagfornyelsen og utviklet med støtte fra Utdanningsdirektoratet (Kahoot DragonBox, u.å.c). Volum er derimot et helt nytt læreverk utgitt etter fagfornyelsen (Fagbokforlaget, u.å.a).

Videre måtte vi ta et valg om hvilket trinn vi ønsket å undersøke. Opprinnelig ønsket vi å se på lærebøkene til 4.trinn, men da denne boken ikke var utgitt enda, valgte vi 3.trinn. Målet vårt med å analysere læreverk på 3.trinn, er at elevene har noe grunnleggende kunnskap i matematikk, men samtidig er tidlig i skoleløpet. Som vi har skrevet om tidligere, er problemløsning for alle aldre og bør helst begynne tidlig.

3.3 Analyseprosessen

3.3.1 Horisontal analyse

I første fase av analyseprosessen er vi inne i den horisontale analysen. Først vil læreverkene bli presentert med bakgrunnsinformasjon og struktur. Her presenterer vi blant annet forfatter, kapitler og oppbygning. Videre skal vi kategorisere og se etter antall problemløsningsoppgaver i hele læreverket, basert på de analysespørsmålene vi har forklart over. Her skal vi også se hvor disse oppgavene er plassert; foran, midt eller bak i kapitlene.

Kategorisering av problemløsningsoppgaver:

I denne analysen skal vi skille problemløsningsoppgaver fra rutineoppgaver. For å gjøre dette har vi utviklet noen kriterier for hva en problemløsningsoppgave kan være. Vi bruker Lithner (2008) sitt rammeverk for kreativ og imitativ resonnering. Dersom oppgaven passer inn under imitativ resonnering er dette en rutineoppgave, men om oppgaven ikke passer inn under imitativ resonnering krever oppgaven kreativ resonnering og vi kaller dette en problemløsningsoppgave.

Problemløsning, slik vi har definert tidligere, handler om at det ikke er noen kjent fremgangsmåte til oppgaven (Hagland et al., 2016; Schoenfeld, 1985). Denne definisjonen viser forholdet mellom løser og oppgave. Vi har ikke mulighet til å vite noe om elevene sitt forhold til oppgaven, derfor gjør vi som Brehmer et al., (2016), og bruker forholdet mellom den gitte oppgaven og løsningsmetode presentert tidligere i kapittelet.

Når vi skal kategorisere oppgavene innenfor problemløsningsoppgave eller rutineoppgave, stiller vi oss fire spørsmål inspirert av Brehmer et al., (2016):

- 1) Er det gitt noen eksempler på hvordan oppgaven skal løses?
- 2) Er det noen tidligere oppgaver som har samme utforming eller liknende?
- 3) Er det noen liknende løsninger som er mulig å huske?
- 4) Er det noen beskrivelse i oppgaven på hvordan den skal løses?

De oppgavene som gir «ja» som svar på analysespørsmålene våre, analyserer vi som rutineoppgaver. Disse blir ikke tatt med videre til den vertikale analysen.

Her er eksempel på en oppgave vi har analysert som en rutineoppgave:

19 Fyll inn tallene som mangler i addisjonstabellen.

+	9	18	27	36
100				136
110				
120				
130				



Figur 3.1: Oppgave hentet fra Volum (Olafsen & Bugten, 2022, s. 20).

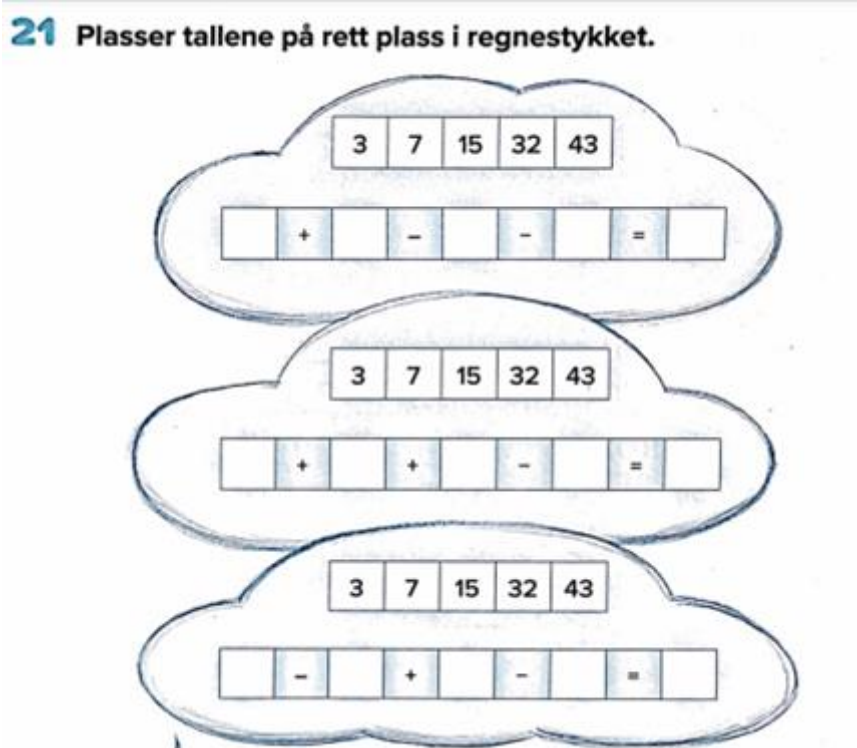
- 1) Er det gitt noen eksempler på hvordan oppgaven skal løses? Ja. Her får vi eksempel av Tress (larven og tretallet på bildet over) at tallet i ruta er summen av rutene. Tress er presentert i introduksjonen av læreboka, og skal fungere som et hjelpemiddel som skal hjelpe elevene med nyttige råd og tips.
- 2) Er det noen tidligere oppgaver som har samme utforming eller liknende? Nei. Oppgaven er ny og har ikke samme utforming som tidligere oppgaver.
- 3) Er det noen liknende løsninger som er mulig å huske? Ja. Denne oppgaven er plassert bak i kapittelet og elevene har jobbet med addisjon hele veien. Derfor er det lett å huske framgangsmåte.
- 4) Er det noen beskrivelse i oppgaven på hvordan den skal løses? Ja. Vi får igjen en forklaring av Tress på hvordan oppgaven skal løses.

Basert på at vi svarer ja på flere av analysespørsmålene, er denne oppgaven en rutineoppgave og vi tar den derfor ikke med videre til den vertikale analysen. Denne oppgaven teller vi som en oppgave totalt i den horisontale analysen.

Oppgave:	Oppgavetype:	Plassering:
19 (kap. 3) Antall oppgaver: 1	Rutineoppgave	Bak

Denne tabellen viser hvordan vi holder oversikt og kategoriserer oppgavetype og plassering.

Her er eksempel på en oppgave vi har analysert som en problemløsningsoppgave:



Figur 3.2: Oppgave hentet fra Volum (Olafsen & Bugten, 2022, s. 48).

- 1) Er det gitt noen eksempler på hvordan oppgaven skal løses? Nei. Her er det ingen eksempler på hvordan oppgaven skal løses.
- 2) Er det noen tidligere oppgaver som har samme utforming eller liknende? Nei. Denne oppgaven er helt ny og har derfor ikke lik utforming som andre oppgaver.
- 3) Er det noen liknende løsninger som er mulig å huske? Nei. Her er det ingen liknende løsninger som kan huskes. Likevel har elevene jobbet med addisjon og subtraksjon tidligere, men ikke i en oppgave der de skal kombinere begge uten gitt plassering av tallene.

4) Er det noen beskrivelse i oppgaven på hvordan den skal løses? Nei. Her får vi ingen skriftlig forklaring på hvordan vi skal løse oppgaven, da det kun står at tallene skal plasseres på rett plass. Det står ikke en forklaring på framgangsmåte eller hvilken strategi som skal brukes for å løse oppgaven.

Her har vi svart nei på alle analysespørsmålene, dermed har vi konkludert med at dette er en problemløsningsoppgave. Vi ser også på hvor oppgaven er plassert i kapittelet, og denne er funnet helt bak. Dette er da en oppgave vi tar med videre til den vertikale analysen. Vi teller denne oppgaven som 3 deloppgaver, da oppgavene er uavhengige av hverandre.

Oppgave:	Oppgavetype:	Plassering:
21 (kap. 3) Antall oppgaver: 3	Problemløsningsoppgave	Bak

Denne tabellen viser hvordan vi noterer ned en problemløsningsoppgave, og at vi her teller oppgaven som 3 oppgaver, da deloppgavene i oppgaven er uavhengige av hverandre.

Plassering av problemløsningsoppgaver:

Når vi kategoriserer oppgavene som problemløsningsoppgaver, noterer vi også ned hvor oppgavene er plassert i kapittelet. Som nevnt tidligere, handler plasseringen av oppgavene noe om hensikten med problemløsning. Brehmer et al., (2016) skriver om hvordan matematikk kan læres *for*, *om* eller *gjennom* problemløsning. Å lære matematikk *for* problemløsning, handler om å lære grunnleggende matematikk først, for å deretter bruke kunnskapen i problemløsningsoppgaver. Problemløsningsoppgaver som er plassert bakerst i kapitlene kan vi anta at er for å lære matematikk *for* problemløsning (Brehmer et al., 2016). Lære *om* problemløsning, handler om å lære om problemløsning som et eget emne, for eksempel om problemløsningsstrategier. Dette blir synlig i lærebøker med et eget kapittel om problemløsning. Læring *gjennom* problemløsning, handler derimot om å se på problemløsning som en måte å lære matematikk. Hvis problemløsningsoppgavene er plassert foran i kapitlene, kan dette tyde på et ønske om å lære matematikk *gjennom* problemløsning (Brehmer et al., 2016).

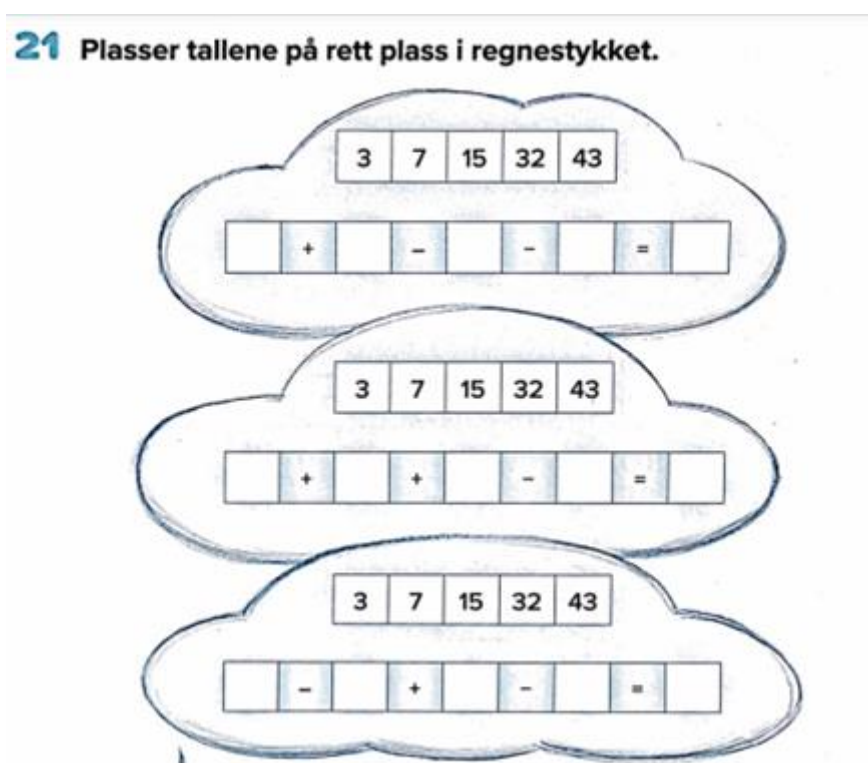
I vår studie bruker vi plasseringene *foran*, *midten* og *bak*. Dette sier noe om hvor problemløsningsoppgavene er plassert i hvert kapittel i lærebøkene. *Foran* er første delen av kapittelet, *bak* er siste del og *midten* er mellom første og siste del. Hvordan vi har delt dette i de ulike læreverkene kommer det også mer om i analysen.

3.3.2 Vertikal analyse

I den andre fasen av analyseprosessen er vi nå inne i den vertikale analysen. Her skal vi se på kontekst og problemløsningsstrategier. Kontekst har vi valgt å ta med, fordi vi ser at matematikk skal føles relevant og nær elevenes hverdag (OECD, 2013).

Problemløsningsstrategier har vi tatt med, fordi som Kongelf (2011) påpeker, skal problemløsningsstrategier være til hjelp for å løse problemløsningsoppgaver.

For å ta med oppgaven vi analyserte som problemløsningsoppgave videre til den vertikale analysen, vil vi under vise dette som eksempel:



Figur 3.3: Oppgave hentet fra Volum (Olafsen & Bugten, 2022, s. 48).

I den vertikale analysen har vi skrevet resultatene inn i en tabell i Excel, med oversikt over hvilken oppgave vi har analysert, hvilken kontekst oppgaven har og hvilke

problemløsningsstrategier elevene kan bruke. Vi har også notert ned om det eksplisitt i lærerveiledningen står hvilke strategier elevene bør bruke for å løse oppgaven.

Oppgave:	Kontekst:	Strategi:
21 (kap. 3) Antall oppgaver: 3	Ren matematikk (RM)	Gjett og sjekk Arbeid bakover

I tabellen har vi kategorisert problemløsningsoppgaven etter kontekst og problemløsningsstrategi.

Denne oppgaven har vi kategorisert som ren matematikk, da elevene kun skal bruke tall, i addisjon og subtraksjon. Videre har vi analysert at oppgavene legger opp til «Gjett og sjekk», da elevene får gitt ulike tall som de må prøve ut i ulike plasseringer. Vi har også satt at oppgaven kan legge opp til strategien «Arbeid bakover», da elevene kan sette inn det høyeste tallet som sum, og deretter jobbe seg fram til hvilken plassering tallene skal ha for å gi riktig svar.

Kontekst:

Hva er viktig å vite og kunne gjøre i situasjoner som krever matematikk? Ifølge PISA (2013) er matematikk et viktig redskap for å møte utfordringer og problemer i ulike deler av livet. Derfor er det viktig at elever lærer å bruke matematikk i ulike kontekster, for eksempel personlig og jobbsammenheng. Samtidig kan dette øke motivasjonen for å løse matematiske problemer, fordi innholdet kan oppleves relevant for verden utenfor klasserommet (OECD, 2013). Dette er viktig og, som nevnt tidligere, en av kriteriene for problemløsningsoppgaver (Hagland et al., 2016; Schoenfeld, 1985).

I denne studien har vi valgt å kategorisere problemløsningsoppgavene inn i fem ulike kontekster. Vi har valgt å bruke de samme kontekstene som PISA (2013): personlig (*personal*), jobb/skole (*occupational*), samfunn (*societal*) og vitenskapelig (*scientific*). Vi velger også å bruke *ren matematikk*, slik som også Brehmer et al., (2016). Disse kontekstene viser ulike situasjoner hvor vi kan møte matematikk i samfunnet (OECD, 2013). Ifølge Kilpatrick et al., (2001) blir yngre elever påvirket av konteksten i oppgaver. Hvilken kontekst problemløsningsoppgavene tar for seg er derfor interessant, da det kan påvirke engasjementet

til elevene forskjellig. Hvis læreverkene inneholder alle de ulike kontekstene, kan det derfor være mer sannsynlig at flere elever blir interessert i å løse problemene (Brehmer et al., 2016).

Nedenfor følger en forklaring på de ulike kontekstene, inspirert fra PISA (oversatt til norsk fra (OECD, 2013)):

Personlig (*personal*): Oppgaver som handler om matlaging, shopping, spill, personlig helse, personlig transport, sport, reise, planlegging og personlig økonomi.

Jobb og skole (*occupational*): Handler om oppgaver i jobbsammenheng, som måling, kalkulering og bestilling av materialer for bygging, regnskap, inventar, arkitektur og jobbrelaterte beslutninger. I motsetning til PISA (2013), har vi valgt å også ta med alt relatert til skolearbeid, for eksempel oppgaver om samarbeid i klassen og friminutt.

Samfunn (*societal*): Alle oppgaver knyttet til ting i samfunnet, som stemmesystemer, offentlig transport, staten, politikk, demografi, reklame, nasjonal statistikk og økonomi. Ifølge PISA (2013) handler dette mye om personlig involvering, men fokuset i oppgaven må være på et samfunnsmessig perspektiv.

Vitenskapelig (*scientific*): Oppgaver som relaterer til den naturlige verden og problemer knyttet til vitenskap og teknologi. For eksempel vær eller klima, økologi, medisin, verdensrommet, genetikk og målinger.

Ren matematikk: Innholdet i oppgavene tar ikke for seg noen av de andre kontekstene og inneholder kun matematiske temaer.

Disse kontekstene blir eksemplifisert under analysedelen.

Problemløsningsstrategier:

Vi ønsker å se om lærebøkene legger opp til bruk av problemløsningsstrategier, og om dette kommer fram eksplisitt eller implisitt i lærebøkene. Om problemløsningsstrategier kommer fram eksplisitt, ser vi gjennom lærerveiledning etter forklaring om hvordan elevene kan bruke ulike strategier for å løse problemet. Om problemløsningsstrategier kommer fram implisitt, løser vi oppgavene sammen for å se hva slags strategier som kan fremmes i arbeid med problemløsningsoppgavene vi har kategorisert.

Beskrivelser av problemløsningsstrategiene (oversatt til norsk fra Kongelf (2011)):

1. Se etter et mønster (*look for a pattern*): Identifiser mønstre i den gitte oppgaven basert på observasjon av vanlige egenskaper, variasjoner eller forskjeller i problemet.
2. Lag en visualisering (*make a visualisation*): Lage en visualisering på tilgjengelig informasjon for å visuelt representere problemet.
3. Gjett og sjekk (*guess and check*): Gjør en rimelig gjetning av svaret og deretter sjekke resultatet for å se om det fungerer. Hvis nødvendig, gjenta prosedyren for å finne svar, eller i det minste en nær tilnærming.
4. Løs en del av oppgaven (*solve part of the problem*): Å dele en oppgave inn i underoppgaver, og da løse dem én etter én for å løse original oppgaven.
5. Arbeid bakover (*work backwards*): Nærmer seg et problem fra dets utfall eller løsninger bakover for å finne hvilke forhold de må til slutt møtes.
6. Forenkle oppgaven (*simplify the problem*): Endre komplekse tall eller situasjoner i oppgaven til enklere uten å endre oppgaven matematisk.

Her har vi tatt inspirasjon i studien til Kongelf (2011) og valgt å tilpasse disse strategiene til studien vår. Som nevnt tidligere, ser Kongelf (2011) på eksempeloppgavene med utregning i lærebøkene, mens vi ser på oppgavene som blir gitt til elevene. Dermed er ikke alle strategiene like relevant, da vi ikke kan vite hvordan elevene tenker når de løser problemløsningsoppgavene.

Kongelf (2011) ser etter bruken av 9 problemløsningsstrategier, vi har valgt å kun se etter 6 av disse strategiene. Vi har blant annet valgt å slå sammen strategiene «lag en systematisk tabell» og «lag en visualisering», da vi ikke kan skille om elevene vil tegne eller lage en tabell.

Vi velger også å ikke ta med strategiene «tenk på et relatert problem» og «endre ditt synspunkt». Dette er strategier vi ikke kan se etter i oppgavene i lærebøkene. Relatert problem handler om å huske metoder eller løsninger fra liknende oppgaver. Dette er ikke mulig å se etter, fordi vi har valgt å ikke ta utgangspunkt i at læreverket følges fra start til slutt. Endre synspunkt handler om å løse oppgaven på en annen måte. Dette er ikke mulig å se etter i lærebokoppgavene, fordi det handler om individuelle valg.

3.4 Gyldighet og pålitelighet

Gyldighet:

I denne oppgaven vil vi kun analysere to læreverker, noe som betyr at disse nødvendigvis ikke representerer alle læreverker i skolen utgitt etter LK20. Vi vil også minne om at vi kun analyserer bokutgaven til Volum 3A, og DragonBox Mattestreker 3A og 3B, DB Mattesnakk og DB Skole-app, slik at vi ikke får et helhetlig bilde av læreverkene. Likevel, vil vi si at disse er gode representasjoner av hva vi gjerne kan møte i skolen, da de begge er fornyet og framtidsrettet (Fagbokforlaget, u.å.a; Kahoot Dragonbox, u.å.). Vi har også sett våre resultater opp mot resultatene til tidligere forskning (Brehmer et al., 2016; Kongelf, 2011), og på denne måten kan vi styrke gyldigheten av våre funn. Samtidig vet vi at det kan være store forskjeller i læreverker, derfor kan vi ikke konkludere at dette er gjeldende for alle læreverker.

Pålitelighet:

I analysen der vi skal skille mellom problemløsningsoppgaver (kreativ resonnering) og rutineoppgaver (imitativ resonnering), vil vår tolkning av hva vi definerer som de ulike oppgavene være sentrale. I forskning kan det være lett å feiltolke eller være uoppmerksom når en ser på datamaterialet (Postholm & Jacobsen, 2018). I vår studie er vi derimot to som ser på samme datamaterialet. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) kan vi da snakke sammen og hjelpe hverandre å unngå slike begrensinger. Gjennom studien begrunner vi derfor våre definisjoner og prosessen vi skal gjøre, og skal bruke hverandre til å diskutere dersom det oppstår uenighet i om en oppgave er problemløsning eller ikke.

Vi ønsker at studien vår skal oppleves som troverdig, derfor vil vi her vise en åpenhet i forskningsprosessen og gi en grundig gjennomgang på hvordan arbeidet vårt har blitt gjennomført (Postholm & Jacobsen, 2011).

Hensikten med oppgaven vår er å få en oversikt over hvordan problemløsningsoppgaver er presentert og kommer fram i ulike læreverker. Dette er som tidligere begrunnet svært relevant i LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020), og derfor ser vi på oppgaven som viktig for undervisningspraksisen til lærere i yrket og dermed også for elevenes læringsutbytte. Dette begrunner vi i teoridelen, der kontekst og teoretisk rammeverk blir knyttet til temaet for oppgaven (Postholm & Jacobsen, 2011).

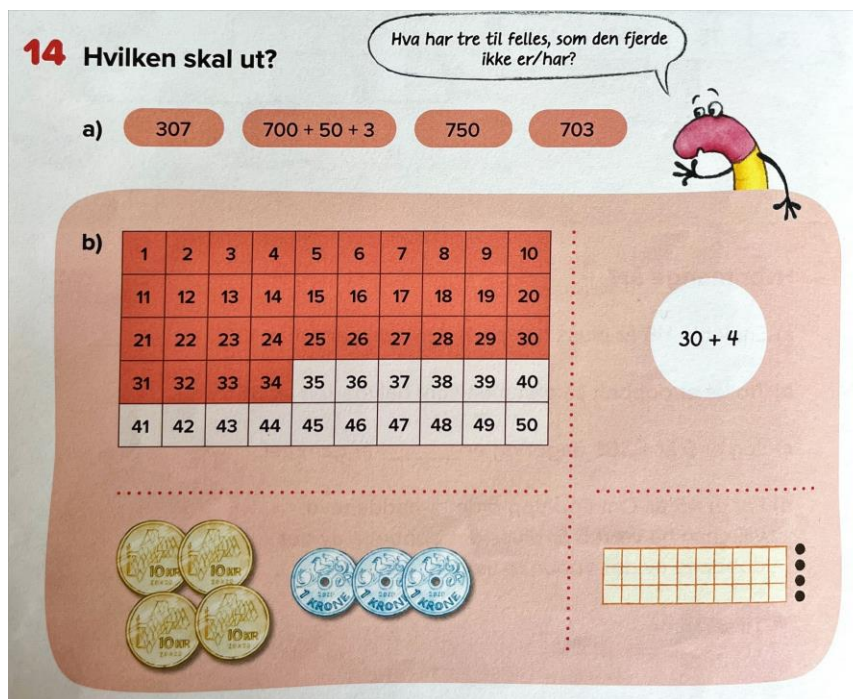
Før selve analysen, har vi gått igjennom tre faser for å sikre analyserammeverket vårt, som er inspirert fra Charalambous et al., (2010), Lithner (2008), Brehmer et al., (2016) og Kongelf (2011). Før vi startet denne prosessen, måtte vi tenke over hvordan vi på best mulig måte kan unngå vår egen påvirkning. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) kan det å føre loggbok gjøre oss oppmerksom på egen subjektivitet. Vi har derfor gjennom hele analyseprosessen skrevet logg over hva vi har gjort, slik at vi lett kan se tilbake på valgene vi har gjort underveis og reflektere over disse.

Fase 1: I denne delen tok vi ta utgangspunkt i 8-10 tilfeldige oppgaver vi har valgt ut fra hver lærebok, og prøvde å se hvordan vi kunne kategorisere oppgavene. Antall oppgaver vi valgte, begrunnes med at det er et antall som gir oss nok grunnlag til å lage en «konklusjon», samtidig som det ikke er for mange oppgaver å bruke tid på. Disse oppgavene analyserte vi sammen, slik at vi fikk en felles forståelse av hvordan vi skulle bruke analyserammeverket.

Fase 2: Når dette var gjort og vi var enige i gjennomføring, analyserte vi 20 oppgaver hver for oss. Vi så på 10 oppgaver i hvert læreverk og sammenliknet til slutt hva vi kom fram til. På denne måten kunne vi sjekke om vi gjennomførte analysen på samme måte, og om vi tenkte likt.

Etter fase 2, fant vi ut at vi måtte gjøre noen endringer. Opprinnelig valgte vi å telle oppgaver etter oppgavenummer. Når vi skulle kategorisere problemløsningsoppgavene, tok vi derfor ikke hensyn til om det var noen forskjeller i deloppgavene. Dette måtte vi endre, fordi vi forstod at deloppgavene kunne være såpass forskjellige at vi kunne finne både rutineoppgaver og problemløsningsoppgaver i samme oppgave. Vi har med eksempel på dette i analysekapittelet (*Figur 4.6*).

Fase 3: Når vi forsto at vi hadde samme oppfatning og tanker rundt analysespørsmålene og framgangsmåte, fordelte vi resten av oppgavene i læreverkene og startet selve analysen. Det er viktig å få fram her, at hvis vi var usikre på noen oppgaver underveis, gikk vi gjennom oppgaven sammen for å bli enige. Da gikk vi gjennom om vi vurderte oppgaven som rutineoppgave eller problemløsningsoppgave, og om hvilke kontekst og problemløsningsstrategier som blir brukt. Dette er eksempel på en oppgave vi var usikre på:



Figur 3.4: Oppgave hentet fra Volum (Olafsen & Bugten, 2022, s. 16).

Dette er en oppgave vi først satt som problemløsning basert på analysespørsmålene våre. Etter gjennomgang av det som kommer fram i lærerveiledningen, konkluderte vi likevel at denne oppgaven ikke kategoriseres som problemløsningsoppgave, da oppgaven er for åpen. Her kan elevene velge svar selv, så lenge de begrunner valget sitt. Dette betyr at oppgaven ikke trenger å være kognitivt krevende, men kun reflekterende.

Det er også viktig at resultatene våre er lett tilgjengelig, slik at det er mulig for andre å etterprøve eller gi kritikk (NESH, 2021). I den første delen av resultatene i den horisontale analysen, skriver vi om fakta som er hentet direkte ut av læreverkene. Dette er fakta som er lett for andre å finne tilbake til, som forfattere, titler, sidetall og kapitler. I den andre delen av den horisontale analysen har vi utviklet noen spørsmål for å kategorisere problemløsningsoppgaver og beskrevet prosessen vår, slik at dette skal kunne gjennomføres likt av andre. På samme måte, er også prosessen i den vertikale analysen beskrevet nøye. Her har vi også tatt med flere eksempler på hvordan vi har analysert problemløsningsoppgavene.

Til slutt er det viktig å påpeke at vår studie kun representerer et utsnitt av virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018). I studien vår har vi kun sett på to læreverker. Vi har også valgt å kun fokusere på problemløsningsoppgaver, derfor har vi ikke sett på oppgaver som er utforskende. I læreverkene har vi også valgt å ikke ta hensyn til alle hjelpemidler som følger

med, dette kunne kanskje vært interessant i forskning på selve læreverkene. Våre resultater er derfor et utvalg av et større omfang lærebøker, som også kunne vært interessant å undersøke.

3.5 Etiske refleksjoner

Til vår studie vil vi spesifisere at vi ikke er ute etter å kritisere nevnte læreverk, men heller å få en oversikt over hvordan læreverk ute i skolen legger opp til problemløsningsoppgaver i matematikkfaget i samsvar med LK20. Vi stiller oss åpne og forberedt på uventede og overraskende vendinger i analysen, for at ikke oppgaven skal bli stiv og mekanisk (Postholm & Jacobsen, 2011).

Vi har vært i kontakt med begge læreverk, for å bevisstgjøre dem om at vi skriver en masteroppgave om problemløsning, der vi gjennomfører en læreverkanalyse. Vi ønsker å opprettholde gode relasjoner med forlagene, og er takknemlige for forlagenes positive holdning og tilsendelse av læreverk til vår studie. Begge forlagene har også mulighet for å få tilsendt studien når den er ferdig.

Vi har også et ansvar ovenfor annen forskning og forskere i forskningsfellesskapet (NESH, 2021). Dette sikrer vi ved å blant annet anerkjenne andre sitt arbeid og bruke kildehenvisning.

Analyseprosessen vi skal gjennomføre for å utvikle en felles forståelse og definisjon av hva som er en problemløsningsoppgave, har også som hensikt å kvalitetssikre analyseprosessen og resultatet vi kommer fram til. Dette for at samtlige etiske prinsipper blir ivaretatt (Postholm & Jacobsen, 2011), og gir derfor et objektivt og likt grunnlag i analysen av begge læreverk.

3.6 Oppsummering

I dette kapitlet har vi skrevet om analysen vi skal gjøre i studien vår. Vi har beskrevet hvordan vi skal bruke vertikal og horisontal analyse som utgangspunkt, og hva vi legger i disse begrepene sammen med underkategoriene plassering, kontekst og problemløsningsstrategier.

Vi har også forklart hvordan vi har delt analyseprosessen inn i tre faser. Dette har som hensikt at vi skal utvikle en felles forståelse av rammeverket, slik at vi analyserer matematikkoppgavene likt i selve analysen. Begrunnelsen til dette er at det er viktig med en

klar definisjon på hva vi definerer som en problemløsningsoppgave, for at studien og analysen skal være pålitelig og troverdig i gjennomføringen.

4 Analyse og resultater

I dette kapittelet vil vi presentere hva vi har funnet i vår analyse av læreverkenes. For å svare på hvordan problemløsningsoppgaver presenteres i ulike læreverker på 3. trinn, har vi delt analysen i to deler. Først gir vi et helhetlig bilde av læreverkenes i den horisontale analysen, hvor vi også viser til antall problemløsningsoppgaver og hvor disse er plassert. Disse problemløsningsoppgavene vil videre bli undersøkt dypere i den vertikale analysen, hvor vi vil skrive om oppgavens kontekst og mulige problemløsningsstrategier.

4.1 Horisontal analyse

Vi vil her presentere et helhetlig bilde av læreverkenes. På samme måte som Charalambous et al., (2010), vil vi her først presentere bakgrunnsinformasjon til læreverkenes og gå inn på overordnet struktur, deretter vil vi ha med en egen del hvor problemløsningsoppgavene kommer fram.

4.1.1 Bakgrunnsinformasjon og overordnet struktur

Her vil vi vise et mer dypdykk i strukturene i læreverkenes. For å ta for oss strukturen, vil vi skrive noe om navn på kapitler, antall sider og antall oppgaver.

Volum er et helt nytt læreverker utgitt etter fagfornyelsen 2020 (Fagbokforlaget, u.å.a). I beskrivelsen av læreverket står det at det er stor vekt på varierte oppgaver, hvor elevene skal kunne utfordres på sitt nivå. Målet er «å gi elevene kunnskap og kompetanse til å anvende ferdighetene sine i ulike sammenhenger» (Fagbokforlaget, u.å.a).

Volum 3 består av to elevbøker, lærerveiledning og nettressurs. Læreverket er fortsatt under produksjon, derfor har ikke alle bøker blitt produsert enda. I vår studie har vi kun fått tilgang til 3A, da 3B ikke rakk å bli produsert ferdig. Dessverre har ikke nettressurs vært ferdig utviklet på dette trinnet, vi har derfor sett bort fra denne. I den vertikale analysen har vi også valgt å



Figur 4.1: Forside hentet fra Volum (Olafsen & Bugten, 2022).

bruke lærerveiledningen når vi ser nærmere på problemløsningsoppgavene, dette er for å se om det står noe om hvilke problemløsningsstrategier oppgavene legger opp til.

Volum 3A er skrevet av Audun Rojahn Olafsen og Åse Marie Bugten (2022). Boka er illustrert av Solveig Lid Ball, og utgitt av Fagbokforlaget. Tittelen Volum er tett knyttet mot matematikken, nærmere bestemt geometri. Forsiden er fargerik, og illustrert med naturlig tema, blant annet dyr og trær. Ifølge Fagbokforlaget (u.å.a) sin beskrivelse er illustrasjonene i boka ment for å skape nysgjerrighet og utforskning, og samtidig bidra til fagforståelse hos elevene.

Elevboka er en kombinasjon av grunnbok og oppgavebok (Fagbokforlaget, u.å.a). Til noen av oppgavene følger det også med konkreter, som vi har tilgang til på nettressursen. Boka er bygd opp av 14 leksjoner, videre i denne studien blir disse referert til som kapitler. Hvert av disse kapitlene består av 4 økter. Først to gule økter hvor nytt stoff blir presentert, videre en rød økt med aktiviteter og til slutt en blå økt med oppsummering av kapitlet. De gule øktene hvor nytt stoff blir presentert, er oppgavene først «grunnleggende og ofte konkrete med visuell støtte», videre i øktene øker oppgavene i vanskelighetsgrad og blir gjerne mer åpne, utforskende og problemløsende (Olafsen & Bugten, 2022). De røde aktivitetssidene krever ofte samarbeid, hvor elevene skal jobbe med praktiske oppgaver og spill. Den siste blå oppsummerende økta er bygd opp som resten av kapitlet, hvor oppgavene starter enkelt og dermed blir vanskeligere og mer åpne.

Totalt består disse 14 kapitlene av 1400 oppgaver, fordelt på 205 sider, hvor de to bakerste sidene i boka er en kort oppsummering av alle kapitlene.

Volum
3A
Tallene 0-1000 Utforsk tall og regning på tallinja Oppstilt regning og hoderegning Oppstilt addisjon og subtraksjon Praktisk regning og yatzy Rutenett med bevegelse Bevegelse i koordinatsystem Utforsk multiplikasjon og 2-gangen 3-gangen og 4-gangen 5-gangen og rekkefølge i multiplikasjon 6-gangen og yatzy 7-gangen og 8-gangen 9-gangen, 10-gangen og 0-gangen Utvidet form og praktisk regning Sammendrag

Denne tabellen viser oversikt over kapitlene i Volum 3A (Olafsen & Bugten, 2022).

DragonBox er et komplett læreverk utgitt etter Fagfornyelsen med støtte fra Utdanningsdirektoratet (Kahoot DragonBox, u.å.c). Læreverket er utviklet for 1-4 trinn, og har som mål om å gjøre matematikken levende (Kahoot Dragonbox, u.å.).

Vi har analysert læreverket for 3. trinn, som er delt i to oppgavebøker, en mattesnakkbok, lærerveiledning og nettressurs. Læreverket består også av konkrete som kalles Noomstaver, bøker med historier om Noomene og egne apper med matematikkspill. Disse har vi derimot ikke tatt med i analysen, da dette ville kreve en annen måte å analysere på. De er heller ikke relevant til problemstillingen vår, da dette er utenfor vår analyseenhet og noe læreren selv kan velge å bruke på ulike måter. I tillegg er det utviklet læringslabber som inneholder digitale konkrete, læringsquizer, Noomstaver som er konkrete og spill.

DragonBox 3.trinn er skrevet og utgitt av Kahoot Dragonbox AS. Det kommer ikke fram hvem som er forfatter av oppgavebøkene. Hele DragonBox skole er utviklet av Audun



Figur 4.2: Forside hentet fra DragonBox (Kahoot Dragonbox, 2021a).

Uggerud, Marna Georgstad, Renate Strandseter, Gunnhild Nergård og Kristin Hove. Tittelen DragonBox er mystisk, og derfor ikke direkte knyttet til matematikken. Vi kan oversette tittelen til drageboks på norsk. En drage er mystisk og fantasifull, mens en boks er en geometrisk figur som vi kan knytte mot matematikken.

DragonBox skole legger opp til at man skal bruke *DragonBox metoden* (Kahoot DragonBox, u.å.a). Metoden består av fire deler: utforskning, samtale, øving og oppsummering. I lærerveiledningen (Kahoot DragonBox, u.å.a) står det at forslag til hvordan læreren kan følge DragonBox metoden. I vår studie er det viktig å få fram dette, da det viser hvordan læreverket henger sammen. Kapitlene er de samme i oppgavebøkene, skole-appen, mattesnakkboken og lærerveiledning. Kapitlene er videre delt inn i økter. Disse øktene følger DragonBox metoden, som gir forslag til hvilken rekkefølge læreren kan bruke de ulike delene i læreverket. Hver økt starter med utforskning: her kan elevene bruke læringslabber (rosa, se figur 4.3) i skole-appen, Noomstavene. Samtale: handler om å la elevene tenke høyt, og her kan de bruke læringslabb som utgangspunkt for samtale. Øving: her foreslår DragonBox å begynne med læringsquizen (grønn se figur 4.3) i appen, elevene kan også velge å



Figur 4.3: Bilde hentet fra DragonBox skole-app (Kahoot DragonBox, u.å.).

løse praktiske oppgaver som er foreslått i lærerveiledningen og deretter bruke bøkene. Oppsummering: handler om å avslutte økten med en felles samtale i klassen.

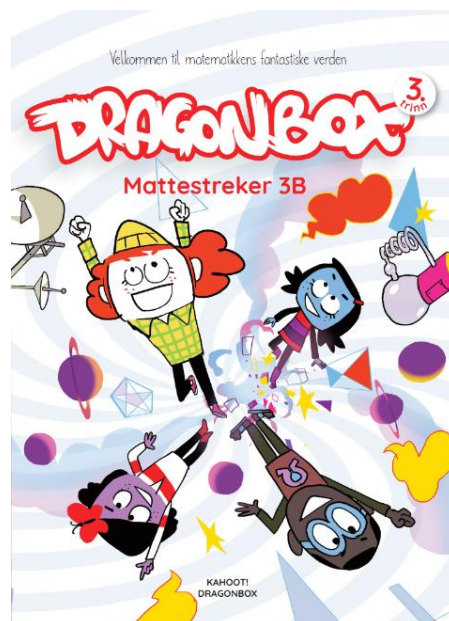
Videre her kommer en kort forklaring av de ulike delene av læreverket vi har analysert.

DragonBox Skole-appen (Kahoot DragonBox, u.å.b) består av ulike hjelpemidler og oppgaver. I vår studie har vi kun valgt å se på kapitlene som består av oppgaver elevene kan løse. Vi har derfor valgt å se bort ifra hjelpemidler som terninger og tavle.

Det er totalt 10 kapitler i læreverket for 3.trinn. I øktene i appen kan elevene jobbe med læringslabber (rosa) og læringsquizer (grønn). Når elevene er ferdige med disse oppgavene, kan elevene gå ned i «kjelleren». Her ligger det spill og ekstra oppgaver. Appen har også et tilleggs kapittel som heter «Oppstart», der elevene blant annet kan utforske Noomene. Helt til slutt i hvert kapittel er det en økt som består av ett stort oppdrag.

Oppgavebøkene heter Mattestreker 3A og 3B (Kahoot Dragonbox, 2021a, 2021b). Tittelen «Mattestreker» kan deles i «matte» og «streker» og kan for oss forbindes til rampestreker. Dette kan forbindes med barn og morsomheter, for eksempel at matematikk kan være morsomt og «tullete». Disse bøkene kan kombineres med innholdet i DragonBox Skole-appen for 3. trinn og Mattesnakk.

I beskrivelsen av læreverket står det at utformingen i bøkene skal oppfordre til problemløsning og samarbeid (Kahoot DragonBox, u.å.c). Mattestreker 3A har totalt 5 kapitler, fordelt på 110 sider. I Mattestreker 3B er det også 5 kapitler, fordelt på 111 sider.



Figur 4.3: Forside hentet fra DragonBox (Kahoot Dragonbox, 2021b).

Dragonbox	
Mattestreker 3A	Mattestreker 3B
Koordinater Subtraksjon Multiplikasjon Plassverdi opp til 1000 Multiplikasjon og divisjon	Addisjon og subtraksjon Multiplikasjon Måling Multiplikasjon med flersifrede tall Sammenligning og relasjoner

Denne tabellen viser oversikt over de ulike kapitlene i DB Mattestreker 3A og 3B.

Mattesnakk er en annerledes mattebok som blant annet skal stimulere til kreativ tenkning, problemløsning, utforskning, tverrfaglighet og den gode samtalen (Kahoot Dragonbox, 2020). Den har som mål at elevene skal oppleve mestring og økt selvtillit. Boka er delt i 11 kapitler, der første kapittel er en introduksjon til de 10 oppdragene som kommer i de resterende kapitlene. Alle oppdragene hører

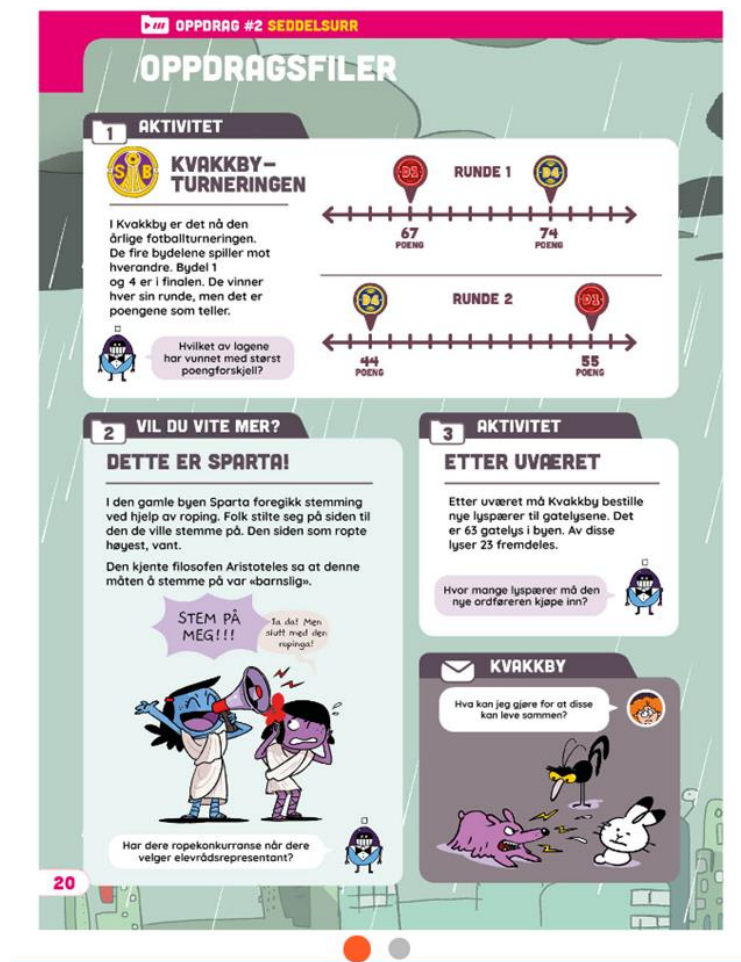


Figur 4.4: Bilde hentet fra DragonBox (Kahoot DragonBox, u.å.).

sammen med kapitlene i Mattestreker og Skole-appen. Dette er oppgaver elevene skal løse etter kapittelet er gjennomført, og samtidig som de svarer på spørsmålene i appen. Vi har ikke

analysert sidene «Oppdragsfiler», da disse er mer utforskende oppgaver, som blant annet «Vil du vite mer?», «Gruppeaktivitet» og «Lag noe».

Her er eksempel på hvordan «Oppdragsfiler» kan se ut:



Figur 4.5: Bilde hentet fra DragonBox Mattesnakk (Kahoot Dragonbox, 2020, s. 20).

Som kan ses her, er oppgavene veldig varierte. Vi ser ikke at alle oppgavene har matematisk relevans, som for eksempel oppgaven «Kvakkby» som går ut på: «Hva kan jeg gjøre for å få disse til å leve sammen?». Derfor har vi valgt å se bort fra disse oppgavene.

Mattesnakk har totalt 77 sider og da 10 oppdrag eller kapitler.

Mattesnakk	DB Skole-appen
Velkommen til kvadratklubben	Koordinater
Oppdrag #1 Kartkluss	Subtraksjon
Oppdrag #2 Seddelsurr	Multiplikasjon
Oppdrag #3 Skjult spion	Plassverdi opp til 1000
Oppdrag #4 Robotplaneten	Multiplikasjon og divisjon
Oppdrag #5 Klonekaos	Addisjon og subtraksjon
Oppdrag #6 Apestreker	Multiplikasjon
Oppdrag #7 Rot i rommet	Måling
Oppdrag #8 Meteorittmysterium	Multiplikasjon med flersifrede tall
Oppdrag #9 Spar på soppen	Sammenligning og relasjoner
Oppdrag #10 Dimensjonsdrama	Oppstart

Denne tabellen viser oversikt over de ulike kapitlene i DB Mattesnakk og DB Skole-app.

4.1.2 Problemløsningsoppgaver

For å svare på problemstillingen vår, var kategorisering av oppgavene en stor del av den horisontale analysen. Derfor vil vi her presentere hvor mange oppgaver vi har kategorisert som problemløsningsoppgaver og hvor i kapitlene disse befinner seg. Vi har i denne delen skilt mellom problemløsningsoppgaver og rutineoppgaver. Prosessen har vi beskrevet detaljert i metode kapitlet, og vi vil derfor her kun repetere kort hvordan og vise resultater.

For å skille problemløsningsoppgaver og rutineoppgaver stilte vi oss fire spørsmål, inspirert fra Brehmer et al., (2016):

- 1) Er det gitt noen eksempler på hvordan oppgaven skal løses?
- 2) Er det noen tidligere oppgaver som har samme utforming eller liknende?
- 3) Er det noen liknende løsninger som er mulig å huske?
- 4) Er det noen beskrivelse i oppgaven på hvordan den skal løses?

Disse spørsmålene er utviklet slik at det dekker vår definisjon for hva en problemløsningsoppgave er. Som nevnt tidligere, bruker vi lærebøkens rekkefølge for å avgjøre om tidligere oppgaver eller løsninger er liknende. Samtidig må vi tenke at vi ikke vet om læreren velger å følge rekkefølgen i boken, derfor har vi valgt å kun ta hensyn til liknende oppgaver på siden foran eller på samme side. Dette betyr at liknende oppgaver kan gå igjen flere ganger, men at de likevel kan kategoriseres som problemløsning hvis oppgavene er

fordelt i forskjellige kapitler (eller lenger enn to sider foran). Hvis alle spørsmålene gir nei til svar, er dette en oppgave vi kategoriserer som en problemløsningsoppgave. Hvis det derimot er et eller flere av spørsmålene som gir ja til svar, kategoriserer vi denne som rutineoppgave.

Når vi har analysert oppgavene har vi tatt utgangspunkt i at deler av en hel oppgave kan være en problemløsningsoppgave. Derfor har vi tatt deloppgavene i betraktning når vi har analysert og telt antall problemløsningsoppgaver. Noen oppgaver inneholder mindre deloppgaver som blir kalt a, b, c og d, da teller vi disse som 4 oppgaver. Derimot må ikke deloppgavene ha benevnning for å regnes som flere oppgaver, så lenge oppgavene ikke bygger på hverandre.

Se eksempel:

Kvadratkлубben skal sende roboter mellom byene. Tallet over roboten forteller deg hvor mange kilometer den kan reise. Hvor mange kilometer vil robotene ha igjen når de har reist mellom byene?

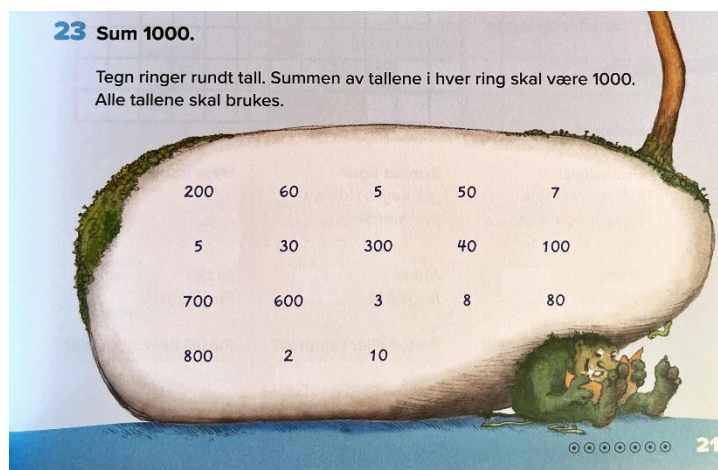
Robot	Start	End	Total Distance (km)	Distance Left (km)
ROBOT 1	Stavanger	Bergen	500	Roboten har km igjen.
ROBOT 2	Oslo	Stavanger	900	Roboten har km igjen.
ROBOT 3	Bergen	Kristiansand	550	Roboten har km igjen.
ROBOT 4	Kristiansand	Oslo	999	Roboten har km igjen.

Figur 4.6: Oppgave hentet fra DragonBox 3B (Kahoot Dragonbox, 2021b, s. 23).

Dette er et eksempel på en oppgave vi regner som 4 oppgaver. Det er fordi oppgavene krever fire forskjellige (individuelle) utregninger, hvor vi da har analysert at to er rutineoppgaver og to er problemløsningsoppgaver. Robot 1 som reiser Stavanger-Bergen og robot 4 som reiser Kristiansand-Oslo, har vi kategorisert som rutineoppgave. Her trenger elevene kun å trekke fra ett tall, og dette blir da et vanlig subtraksjonsstykke som blir jobbet med i dette kapittelet. Derfor er dette ikke problemløsning. Derimot har vi kategorisert oppgaven med robot 2 og 3

som problemløsningsoppgaver. Reisen Oslo-Stavanger har to mulige veivalg hvor elevene må trekke fra to distanser, dermed må de regne ut og vurdere hvilken vei robot 2 skal ta. Det samme gjelder Bergen-Kristiansand. Disse to oppgavene krever derfor noe annet fra eleven, da det ikke er noe liknende utforming tidligere og derfor blir dette to problemløsningsoppgaver.

Videre har vi med eksempel på en problemløsningsoppgave og en rutineoppgave:



Figur 4.7: Oppgave hentet fra Volum (Olafsen & Bugten, 2022, s. 21).

Dette er et eksempel hvor hele oppgaven er en problemløsningsoppgave. Oppgaven har ingen eksempel på hvordan den skal løses, det er ingen liknende oppgave eller løsning tidligere i boken og heller ingen god beskrivelse for hvordan oppgaven skal løses. Dermed er dette en problemløsningsoppgave vi tar med oss videre til den vertikale analysen. Denne problemløsningsoppgaven er plassert bakerst i kapittelet, og ifølge bokens oppbygning er dette en oppgave som har høyere vanskelighetsgrad enn de tidligere oppgavene (Olafsen & Bugten, 2022). Denne oppgaven regnes som totalt en oppgave, da delene i oppgaven er avhengig av hverandre.

Hundrenettet

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

60 + 8 = 68

Tierplass Enerplass

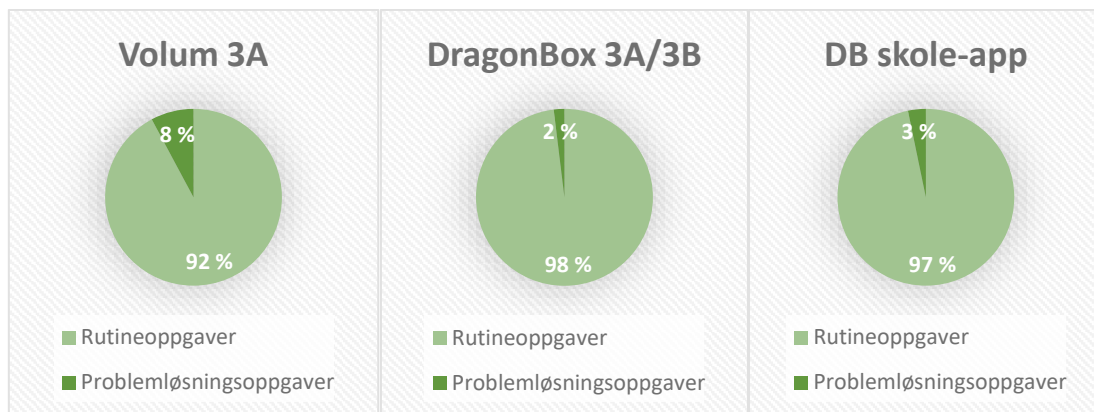
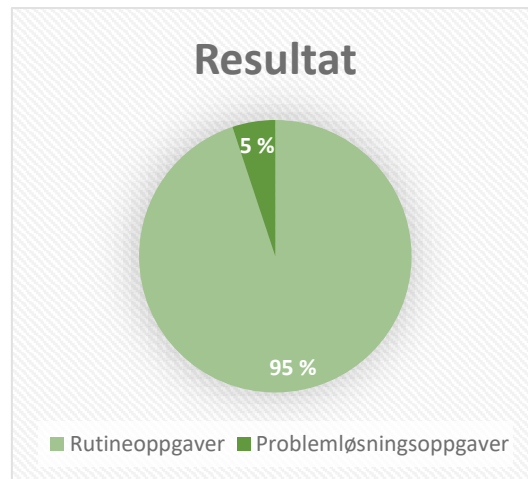
1 Hvilket tall?

+ =

Figur 4.8: Oppgave hentet fra Volum (Olafsen & Bugten, 2022, s. 8).

Dette er en oppgave vi har kategorisert som rutineoppgave. Vi har telt denne som to oppgaver, da det er to forskjellige utregninger. Ett nytt stoff blir presentert, derfor er oppgaven innledet med et godt forklart eksempel og forklaring på hvordan oppgaven skal løses. Denne utformingen går igjen i starten av hvert kapittel i Volum, hvor oppgavene, som nevnt tidligere, skal være grunnleggende og støttende (Olafsen & Bugten, 2022). Siden dette er en rutineoppgave, blir ikke den tatt med videre til den vertikale analysen.

Ved å telle alle oppgaver og deloppgaver har vi totalt analysert 2809 oppgaver fra Volum 3A, DB Mattestreker 3A og 3B, og DB skole-appen. Analysen vi har gjort ga oss et resultat om at 146 av disse oppgavene er problemløsningsoppgaver, noe som betyr at 5,2 % av alle oppgavene er problemløsningsoppgaver ifølge vår definisjon.



Disse diagrammene viser en oversikt over hvor mange prosent rutineoppgaver og problemløsningsoppgaver er presentert totalt og i de ulike læreverkene vi har analysert.

Volum 3A består av totalt 1400 oppgaver, fordelt på totalt 14 kapitler og 205 sider. Vi har analysert at 114 av disse oppgavene er under vår definisjon problemløsningsoppgaver. Dette betyr at 8% av alle oppgavene i Volum 3A er problemløsningsoppgaver.

DragonBox Mattestreker 3A består av 569 oppgaver, 3B består av 543 og totalt har vi kategorisert 22 av disse oppgavene som problemløsningsoppgaver. Som vi ser i diagrammet, er dette cirka 2% av alle oppgavene i Mattestreker 3A og 3B.

I DragonBox skole-appen har vi analysert 297 oppgaver, av disse oppgavene har vi funnet 10 problemløsningsoppgaver. Dette er cirka 3% av alle oppgavene i skole-appen og Mattesnakk.

4.1.3 Plassering av problemløsningsoppgavene

De ulike problemløsningsoppgavene vi har funnet er plassert på ulike steder i læreverkene. Plasseringen av problemløsningsoppgavene sier oss noe om målet er å lære *for*, *om* eller *gjennom* problemløsning (Brehmer et al., 2016).

Når vi har analysert plasseringen av oppgavene i læreverkene, har vi i Volum fulgt oppsettet til boken. De første to sidene i gul økt regner vi som foran, da disse er en introduksjon og oppstart til kapittelet. De neste to sidene regner vi som midten, da de bygger videre på de forgående sidene. De røde aktivitetssidene som kommer etter regner vi også som midten, da vi tenker dette er oppgaver elever kan jobbe med når de har blitt introdusert til temaet. Til slutt kommer de blå sidene, så de regner vi som bak. Dette er repetisjonssider og oppgaver som øker i vanskelighetsgrad (Olafsen & Bugten, 2022).

I DragonBox (Kahoot Dragonbox, 2020, 2021a, 2021b) har vi grovt sett delt kapittelet i 3, og deretter delt oppgavene inn i foran, midt og bak i kapittelet. For eksempel hvis kapittelet har 12 oppgaver, regnes oppgave 1-4 som foran, 5-8 som midten og 9-12 som bak i kapittelet.

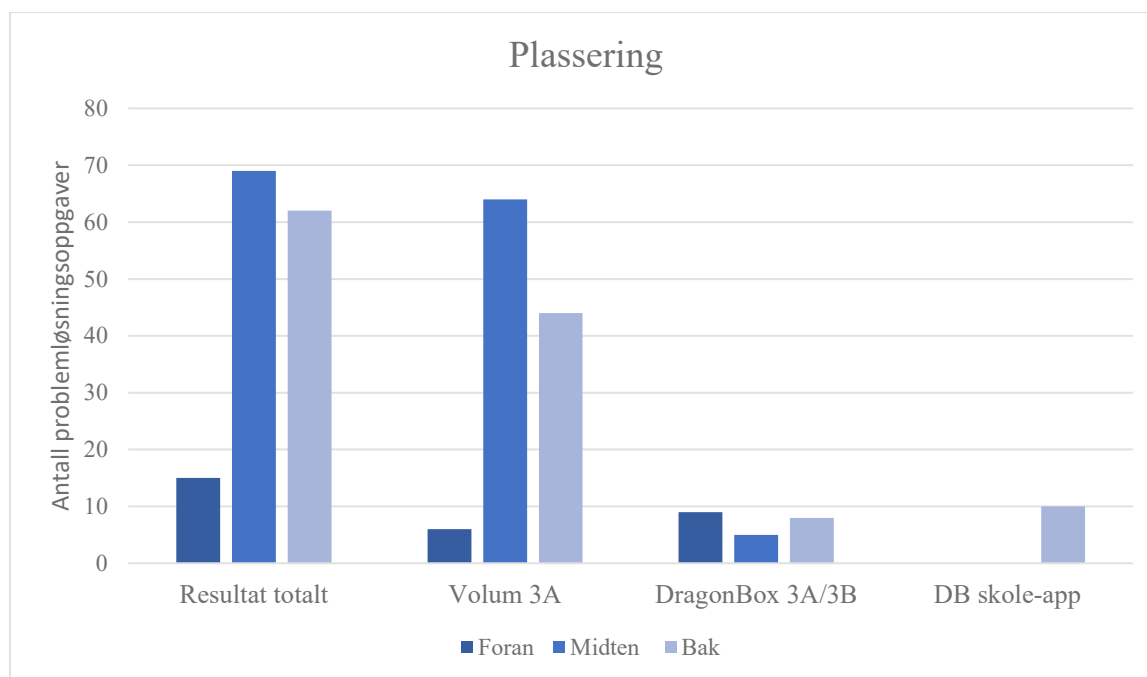


Figur 4.9: Oppgaver hentet fra Volum (Olafsen & Bugten, 2022, s. 15 og 58).

I Volum (Olafsen & Bugten, 2022) kommer det ganske tydelig fram i beskrivelsen, at de mer åpne og problemløsende oppgavene kommer litt senere i kapitlene. Oppgave 11 (se figur 4.9), er plassert på den siste gule siden som er rundt midten av kapittelet. Oppgave 13 (se figur 4.9), er plassert på de røde aktivitetssidene, som også telles som midten i kapittelet.

I DragonBox Mattestreker (Kahoot Dragonbox, 2021a, 2021b) er det ingen beskrivelse av rekkefølge for oppgavetyper. Her har vi funnet nesten like mange problemløsningsoppgaver foran og bak i kapitlene.

I DragonBox skole app fant vi alle 10 problemløsningsoppgavene helt bakerst i kapitlene, og det var her vi måtte bruke DB Mattesnakk (Kahoot Dragonbox, 2020) for å løse oppgavene. I Mattesnakk er disse oppdragene veldig innholdsrike oppgaver som krever mye av elevene, og i DB Skole-appen skal elevene svare på spørsmål.



Dette diagrammet viser antall problemløsningsoppgaver som er funnet foran, midten og bak, både totalt, men også i de ulike læreverkene vi har analysert. Hovedhensikten med denne figuren er ikke å gjøre en sammenlikning av læreverkene, men å gi et bilde av hvor problemløsningsoppgavene er plassert.

I diagrammet ser vi at det er et flertall av problemløsningsoppgavene som er plassert bak i kapitlene. Dette betyr at læring skjer *for* problemløsning (Brehmer et al., 2016), ved at introduksjonen av nytt tema kommer først og deretter kan elevene bruke det de har lært i problemløsningsoppgavene. Likevel ser vi at noen problemløsningsoppgaver er plassert foran, som tyder på noe læring *gjennom* problemløsning (Brehmer et al., 2016). Derimot er det ingen læring *om* problemløsning i disse læreverkene. Betydningen av dette blir tatt med i drøftingen.

4.2 Vertikal analyse

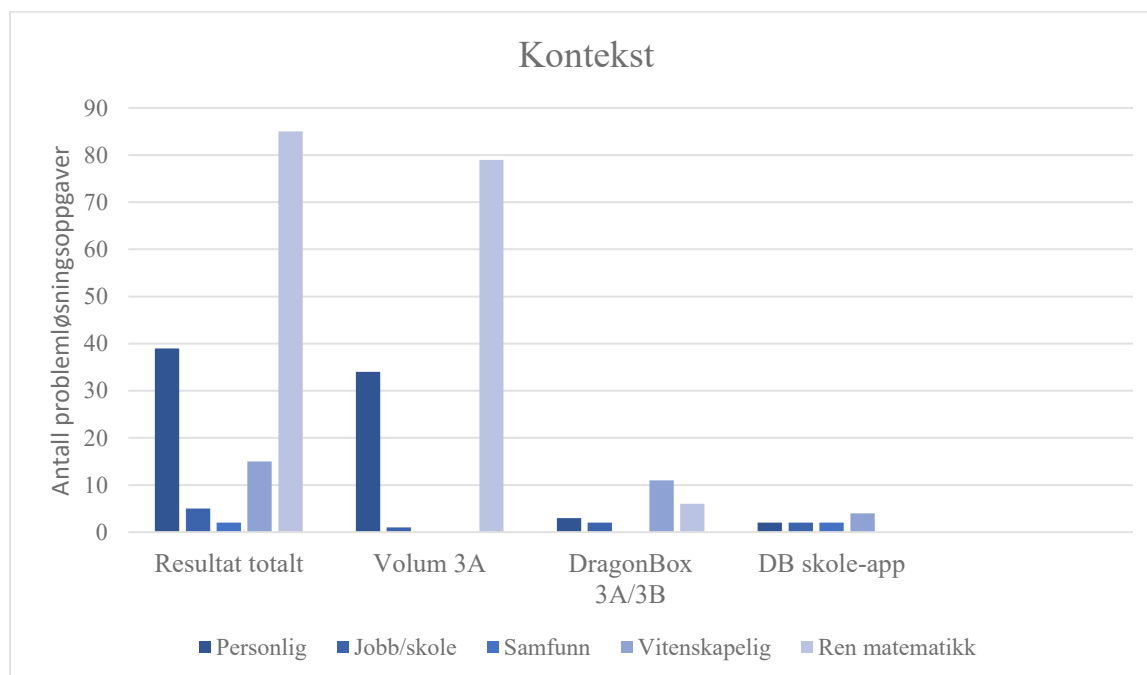
I denne delen har vi gått videre med problemløsningsoppgavene vi fant i den horisontale analysen. Her har vi hatt fokus på hvilken kontekst oppgavene tar for seg og hvilken problemløsningsstrategi oppgavene krever.

4.2.1 Kontekst og problemløsningsstrategier

Totalt har vi funnet 146 problemløsningsoppgaver. Her vil vi vise statistikk over funnene, og til slutt ta med fem problemløsningsoppgaver som viser hvordan vi har tenkt. Disse problemløsningsoppgavene vil bli presentert innenfor de fem kontekstene vi har sett etter i oppgavene, samtidig vil vi også vise hvilke problemløsningsstrategier disse oppgavene legger opp til.

De fem kontekstene, inspirert fra Pisa (OECD, 2013) og Brehmer et al., (2016), er: personlig, jobb/skole, samfunn, vitenskapelig og ren matematikk. Som nevnt tidligere, handler disse kontekstene om å knytte oppgavene til situasjoner i det virkelige livet hvor vi har bruk for matematikk (OECD, 2013).

Resultatene viser at de fleste problemløsningsoppgavene ikke har en spesiell kontekst, men tar for seg «ren matematikk». Den andre konteksten som blir mest brukt er «personlig».



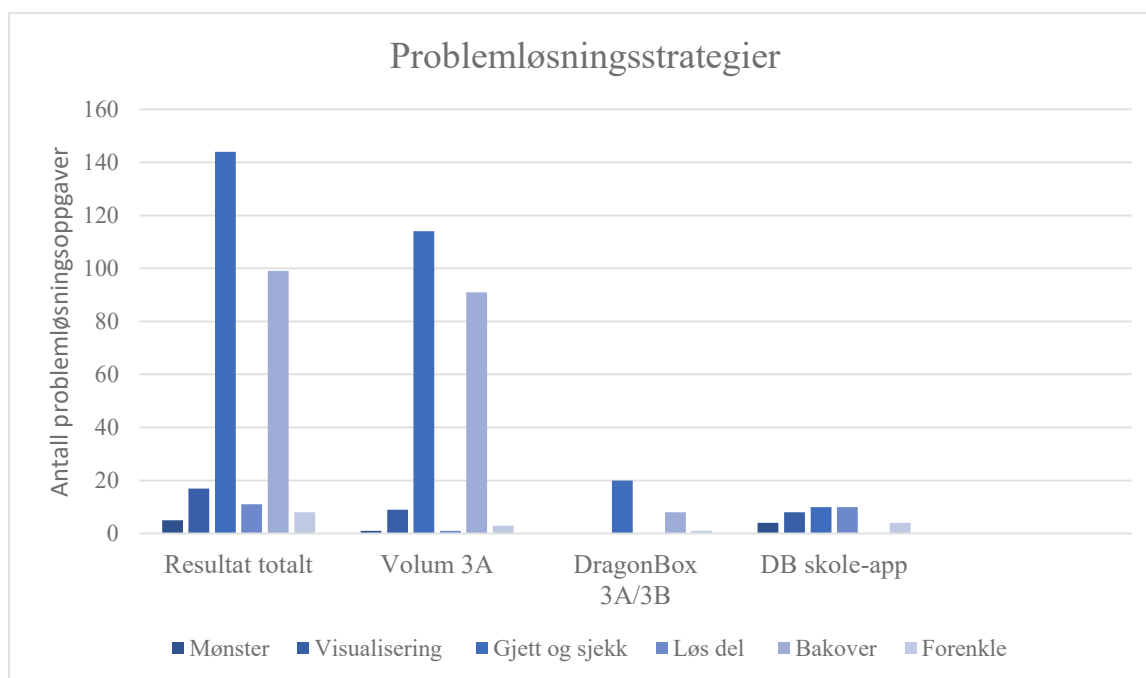
I diagrammet kan vi se antall problemløsningsoppgaver med ulik kontekst i de to læreverkene. Funnene er ikke for å sammenlikne de ulike læreverkene, men for å vise omfang av kontekster representert.

Volum 3A har vi analysert 114 problemløsningsoppgaver og sett hvilken kontekst disse tar for seg. Som vi kan se i diagrammet er det kontekstene «ren matematikk» (79stk) og «personlig» (34stk) som blir brukt mest, mens «jobb», «samfunn» og «vitenskapelig» ikke tar like mye plass.

I DragonBox 3A og 3B viser resultatene at det er flest problemløsningsoppgaver med «vitenskapelig» kontekst (11stk). De andre kontekstene er ikke like mye representert i disse problemløsningsoppgavene.

I DragonBox Skole-app og DB Mattesnakk, viser resultatene at kontekstene er veldig variert. «Personlig», «jobb/skole» og «samfunn» har vi funnet to problemløsningsoppgaver, «vitenskapelig» har vi funnet fire. Disse resultatene skiller seg fra de andre oppgavebøkene, ved at det er ingen rene matematikk oppgaver.

Når vi har sett på problemløsningsstrategier i oppgavene, har vi sett i lærerveiledningene om det står noe om strategier knyttet til oppgavene. Vi har også løst oppgavene, for å sjekke om andre mulige strategier. Derfor vil vi her finne ut om problemløsningsstrategiene kommer fram eksplisitt i lærerveiledningen eller implisitt ved å finne det ut selv.



I dette diagrammet kan vi se hvilke problemløsningsstrategier som blir brukt mest i de ulike læreverkene, og samtidig se hvilke strategier som blir brukt mest totalt. Her er det også ikke hensikt å sammenlikne læreverkene, men å vise omfanget av de ulike løsningsstrategiene.

I Volum 3A kan vi se at problemløsningsstrategien «gjett og sjekk» blir mest brukt. Vi fant at alle problemløsningsoppgaven kunne løses med denne strategien. Videre er det strategien «jobb bakover» som blir nest mest brukt, med 91 av 114 problemløsningsoppgaver. Det vi kan se av disse resultatene er at de to strategiene overlappes ofte i problemløsningsoppgavene. Det betyr at det er mange problemløsningsoppgaver som kan løses ved å bruke begge strategiene. Vi kan også se at det er noen av problemløsningsoppgavene hvor en kan bruke problemløsningsstrategien «lag en visualisering».

I DragonBox Mattestreker 3A og 3B kan vi også se at det er problemløsningsstrategiene «gjett og sjekk» og «jobb bakover» som er mest brukt. Hvor «gjett og sjekk» kan brukes på 20 av 22 oppgaver, mens «jobb bakover» kan brukes på 8 av 22. Også her kan vi se at disse strategiene kan brukes samtidig i flere av problemløsningsoppgavene.

DragonBox Skole-app: Dette er som tidligere nevnt oppgaver som er mer komplekse, som elevene skal løse etter endt kapittel. Dette gjør de ved å kombinere sidene i DB Mattesnakk med spørsmålene fra DB skole-appen. I diagrammet kan vi se at bruken av problemløsningsstrategiene er jevnt fordelt. I de 10 problemløsningsoppgavene blir strategiene «gjett og sjekk» og «løs deler av problemet» brukt i alle oppgavene. Strategien

«visualisering» blir brukt i 8 av 10 oppgaver, og strategiene «se etter mønster» og «forenkle problemet» blir brukt i 4 av 10 oppgaver.

Videre her kommer fem problemløsningsoppgaver som viser hvordan vi har kommet fram til våre resultater. Vi har brukt problemløsningsoppgaver fra begge læreverk som eksempler.

Eksempel 1, problemløsningsoppgave med «personlig» kontekst:

Kvadratklubben skal sende roboter mellom byene. Tallet over roboten forteller deg hvor mange kilometer den kan reise. Hvor mange kilometer vil robotene ha igjen når de har reist mellom byene?

ROBOT 1
500 km
Stavanger-Bergen

Roboten har km igjen.

ROBOT 2
900 km
Oslo-Stavanger

Roboten har km igjen.

ROBOT 3
550 km
Bergen-Kristiansand

Roboten har km igjen.

ROBOT 4
999 km
Kristiansand-Oslo

Roboten har km igjen.

Figur 4.10: Oppgave hentet fra DragonBox 3B (Kahoot Dragonbox, 2021b, s. 23).

Dette er som tidligere nevnt en oppgave vi har delt i 4 underoppgaver. Dette har vi gjort fordi vi har funnet eksempler på at noen av underoppgavene kan være rutineoppgaver og noen problemløsning. I denne oppgaven har vi analysert at oppgaven øverst til høyre og oppgaven nederst til venstre er problemløsningsoppgave. Dette har vi gjort fordi oppgavene svarer nei på analyse spørsmålene, som forklart tidligere under horisontal analyse.

Vi har knyttet oppgaven til en «personlig» kontekst, da dette handler om personlig transport/reise.

Strategier vi har kommet fram til er «arbeid bakover», da vi får oppgitt totalt antall kilometer de har lov å reise, og må derfra regne ut og finne hvor mange kilometer robotene har igjen når de har reist mellom byene. Det er ikke gitt noe eksplisitt i lærerveiledning om hvilke strategier elevene kan bruke.

Eksempel 2, problemløsningsoppgave med «jobb/skole» kontekst:



Figur 4.11: Oppgave hentet fra Volum (Olafsen & Bugten, 2022, s. 75).

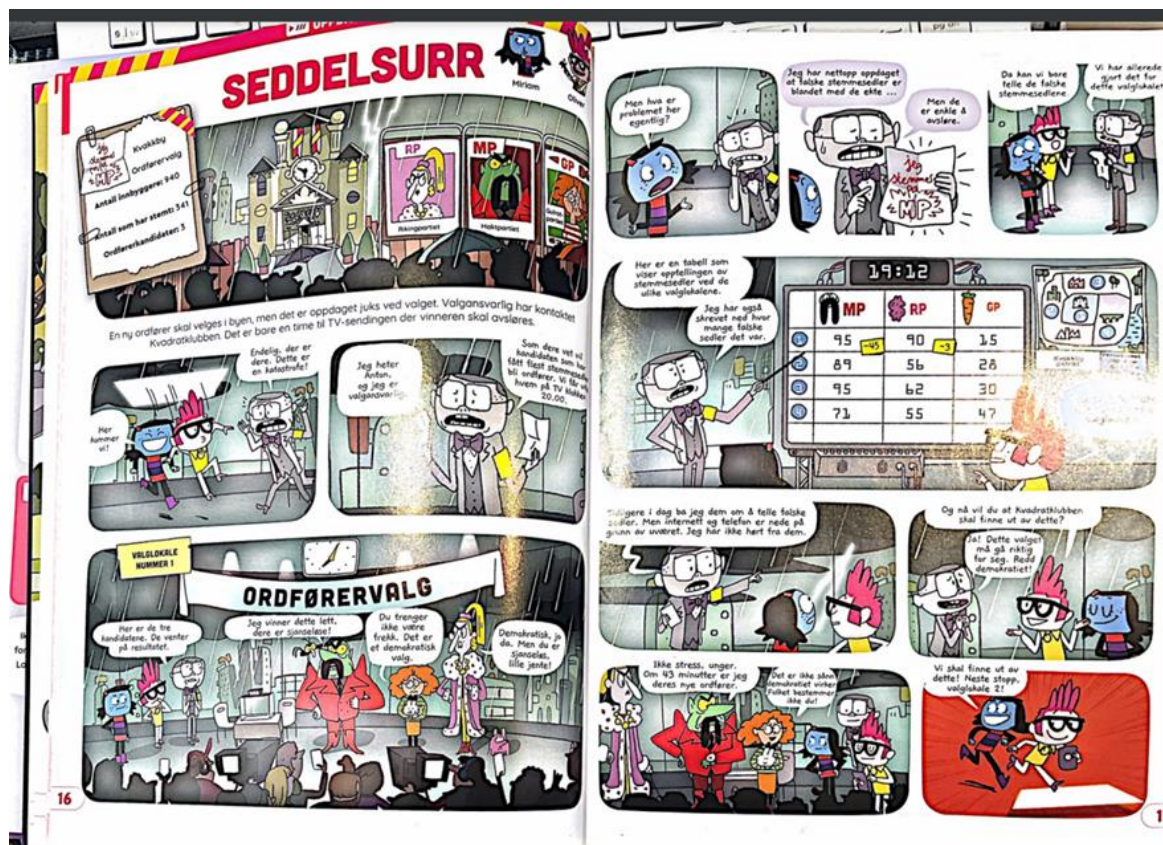
Vi har plassert denne under konteksten «jobb/skole», fordi oppgavekonteksten er knyttet til en virkelig jobb. Gåse, som oppgaven skriver om, er bonde, men handlingen krever at elevene bruker matematikk for å løse problemet. Elevene skal prøve å regne ut, slik at bonden får flyttet alle eskene på trillebrettene som tåler en maks vekt.

Her kommer det eksplisitt fram i lærerveiledningen (Fagbokforlaget, u.å.b) at dette er en problemløsningsoppgave med flere løsninger. I lærerveiledninger kommer det også fram forslag til hvilke strategier elevene kan bruke for å løse oppgaven. Disse passer under problemløsningsstrategiene «løs en del av oppgaven», «forenkle oppgaven», «gjett og sjekk», «arbeid bakover».

Løse deler av oppgaven, kan gjøres ved å først prøve å finne eskene som kommer nærmest 50kg. Ved å starte med 50, må elevene også jobbe bakover for å finne riktig vekt. Det går

også an å forenkle oppgaven, ved å runde av til nærmeste tier på kassene. Uansett så må elevene prøve seg fram, for å finne ut hvilke esker som passer på de to trillebrettene.

Eksempel 3, problemløsningsoppgave med «samfunn» kontekst:





Figur 4.12: Oppgave hentet fra Mattesnakk (Kahoot Dragonbox, 2020, s. 16–19).

Vi har analysert denne oppgaven som problemløsning, fordi vi svarer nei på alle fire analyse spørsmålene. Det er ikke gitt noen eksempler på hvordan oppdragene skal løses, så elevene kastes rett ut i oppgaven. Oppdragene i DB Mattesnakk har lik utforming i at de består av tegneserie med tekst og bilde, som elevene må jobbe seg gjennom for å finne de ulike svarene til oppgavene. Likevel er det ingen av oppdragene som har helt samme utforming eller fremgangsmåte, så vi har konkludert med at oppgavene er unike og derfor problemløsningsoppgaver. Vi har knyttet denne problemløsningsoppgaven til en kontekst om «samfunn», da dette har med politikk og avstemning å gjøre.

Elevene må delvis bruke løsninger de har jobbet med tidligere i kapittelet, men oppgavene er såpass komplekse, at de dekker flere matematiske områder og løsningsmetoder.

Oppdragene gir heller ingen beskrivelse på nøyaktig hva elevene skal gjøre for å løse oppgavene, så de er nødt til å være selvstendige og tenke selv, og samarbeide for å finne løsninger.

Som nevnt tidligere, må disse oppgavene i Mattesnakk løses inne i skole-appen. I DB skole-appen er det alltid en mulighet å løse oppgavene ved å kun prøve å trykke på alle svarene. Det som derimot er fint med oppdragene, er at elevene må svare på flere oppgaver før de kan sjekke om svaret er riktig og gå videre. Derfor vil det ikke være like enkelt å forte seg gjennom oppgaven, og elevene blir tvunget til å prøve.

Her er eksempler på oppgavene som må besvares i DB Skole-appen:



Figur 4.13: Oppgave hentet fra DragonBox skole-app (Kahoot DragonBox, u.å.b).

Oppdragene starter lett med enkel informasjon å hente ut fra tegneserien. Deretter får oppgavene høyere vanskelighetsgrad:



Figur 4.14: Oppgave hentet fra DragonBox skole-app (Kahoot DragonBox, u.å.b).

Her må elevene tolke tabeller og bilder for å finne svaret.



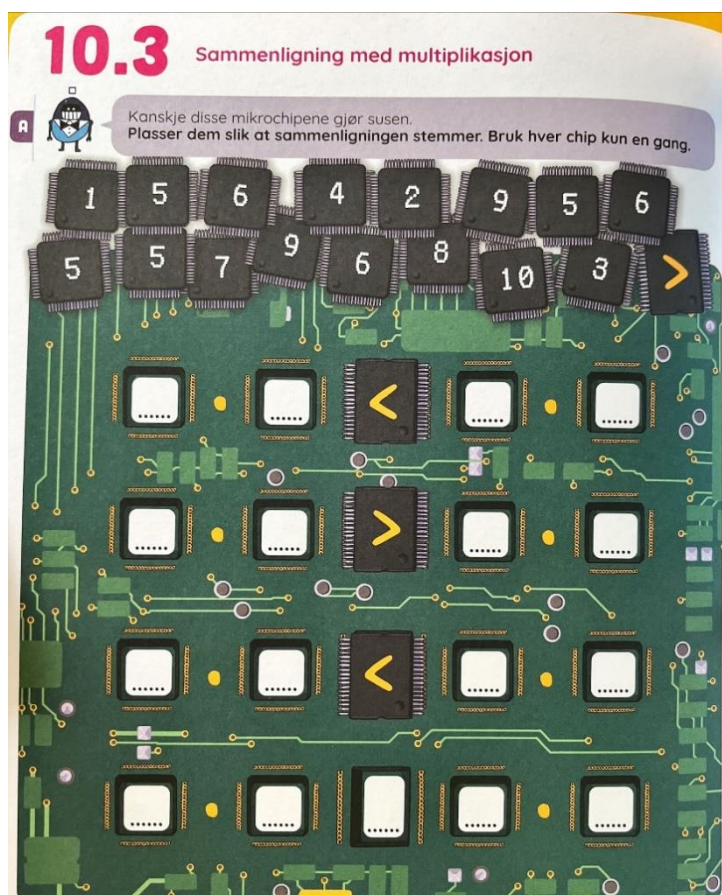
Figur 4.15: Oppgave hentet fra DragonBox skole-app (Kahoot DragonBox, u.å.b).

Dette er siste spørsmål som kan besvares etter alle forgående spørsmål er regnet ut og besvart. Hit kommer ikke elevene uten at alle tidligere spørsmål er løst riktig. Til slutt får da elevene vite om oppdraget er løst.

Problemløsningsstrategiene vi har satt til denne oppgaven er «gjett og sjekk», «lag en visualisering», «forenkle oppgaven» og «løs en del av oppgaven». «Gjett og sjekk» fordi elevene hele tiden har mulighet for å prøve seg fram på svarene. «Lag en visualisering» fordi elevene burde notere ned sin egen oversikt for å klare å svare på alle spørsmålene. «Forenkle

oppgaven» ved å bruke omtrentlige tall i utregningen. «Løs en del av oppgaven» handler om at oppgaven krever at elevene må løse en del før de kan ta med dette videre for å finne svaret.

Eksempel 4, problemløsningsoppgave med «vitenskapelig» kontekst:

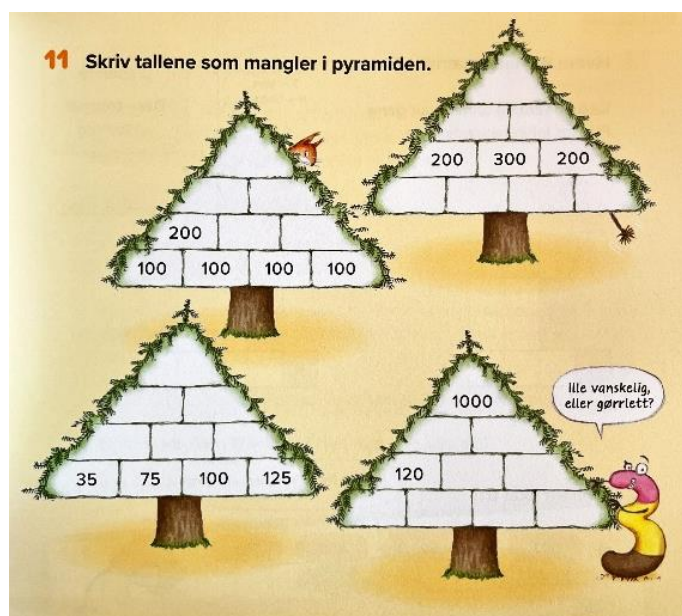


Figur 4.16: Oppgave hentet fra DragonBox 3B (Kahoot Dragonbox, 2021b, s. 98).

Denne oppgaven har vi knyttet til en «vitenskapelig» kontekst, da den går under teknologi og viser bilde av microchiper. Oppgaven svarer nei på alle analysespørsmålene, da det blant annet ikke blir gitt et eksempel, det er ikke gitt en liknende oppgave tidligere og det ikke er forklart hva elevene skal gjøre annet enn at de skal plassere tallene som er gitt.

Her er elevene nødt til å bruke strategien «Gjett og sjekk», da de må prøve seg fram for å få alle tallene til å bli riktig plassert.

Eksempel 5, problemløsningsoppgave med «ren matematikk» kontekst:



Figur 4.17: Oppgave hentet fra Volum (Olafsen & Bugten, 2022, s. 15).

Denne oppgaven har ikke noen av de andre kontekstene, derfor har vi plassert denne under «ren matematikk». Her skal elevene fylle ut tall i de tomme rutene. Dette er også eksempel på en oppgave hvor kun deler er problemløsningsoppgaver. Vi har kommet fram til at det er to rutineoppgaver og to problemløsningsoppgaver.

De to pyramidene til venstre har vi satt som rutineoppgaver. Det er fordi disse pyramidene enkelt kan løses ved å starte nederst og legge sammen to tall og fortsette på samme måte oppover. Derimot har vi satt de to pyramidene til høyre som problemløsningsoppgaver. Disse pyramidene krever mer av elevene.

Her er det nødvendigvis ikke én fasit, og krever at elevene prøver seg fram. Den nederste pyramidene krever også at elevene jobber nedover. Vi har derfor kommet fram til at denne problemløsningsoppgaven kan løses med strategiene «Gjett og sjekk» og «Jobbe bakover».

4.3 Sammenhenger mellom horisontal og vertikal analyse

Når vi skal se på plasseringen av problemløsningsoppgaver, ser vi det i samspill med om læreverkene legger opp til at matematikk skal læres *for*, *om* eller *gjennom* problemløsning. Som nevnt, er oppgavene foran i kapittelet, ser vi dette som læring *gjennom* problemløsning (Brehmer et al., 2016). Dette er da et redskap for å lære matematikk. Finner vi oppgavene bak,

sier vi at oppgavene legger opp til å lære matematikk *for* problemløsning.

Problemløsningsoppgavene i midten, ser vi også som læring av matematikk *for* problemløsning. Dette betyr at elevene først lærer verktøyene, for så å bruke de i problemløsningsoppgaver. Dette ses altså på som en ferdighet for å lære matematikk (Brehmer et al., 2016).

Når vi hadde analysert alle oppgavene i den horisontale og vertikale analysen, synes vi det ville være interessant å finne ut om resultatene hadde en sammenheng. I denne delen vil vi derfor sammenlikne funnene av kontekst og problemløsningsstrategier, mot plasseringen av oppgavene. Har oppgavene foran i kapitlene en annen kontekst enn de bakerst? Er det noen likheter i problemløsningsstrategier når de er plassert foran, i midten og bakerst? Videre her vil vi presentere resultatene i tabeller.

Plassering Kontekst	Foran	Midten	Bak
Ren matematikk	0	49	36
Personlig	6	17	16
Samfunn	0	0	2
Vitenskapelig	8	2	5
Jobb	1	1	3
Totalt:	15	69	62

I denne tabellen ser vi på hvor kontekstene er plassert i læreverkene, om de kommer foran, i midten eller bak i kapitlene. Vi fant som nevnt 146 problemløsningsoppgaver totalt i læreverkene, og slik ser de ut fordelt på kontekstene. Alle kontekstene ble ikke representert i de oppgavene vi analyserte. Det som vi ser i denne tabellen, er at det ikke er noen problemløsningsoppgaver plassert foran i kapitlet med konteksten «ren matematikk». Det er tydelig at disse problemløsningsoppgavene er plassert i midten og bak. Samtidig ser vi at problemløsningsoppgaver med konteksten «vitenskapelig» er plassert mest foran. Problemløsningsoppgavene med kontekst «personlig» finner vi også foran i kapitlene.

Videre ser vi at det er mest variert med kontekster bakerst i kapitlene. Det er kun her vi har funnet problemløsningsoppgaver innenfor alle de ulike kontekstene. Som vi ser fra resultater i

den vertikale analyse, skyldes noe av dette problemløsningsoppgavene i DB Skole-appen (Kahoot DragonBox, u.å.b) og DB Mattesnakk (Kahoot Dragonbox, 2020), som har veldig varierte kontekster.

Plassering Strategier	Foran	Midten	Bak
Se etter mønster	0	0	5
Lage en visualisering	0	8	9
Gjett og sjekk	15	69	60
Løs deler av problemet	0	0	11
Jobb bakover	7	52	40
Forenkle problemet	1	1	6
Totalt:	23	130	131

Denne tabellen tar for seg hvor de ulike problemløsningsstrategiene er plassert i læreverkene, altså foran, i midten eller bak i kapitlene. Vi vil igjen påpeke at det er flere problemløsningsstrategier enn problemløsningsoppgaver, da flere strategier kan brukes i hver problemløsningsoppgave. For eksempel kan en oppgave legge opp til 3 ulike strategier i samme oppgave. Derfor vil ikke totalt antall i denne oppgaven være 146 som i tabellen over.

Vi ser at strategien «Jobb bakover» legges mest til rette for i midten og bak i kapitlet, mens «Gjett og sjekk» blir representert i alle tre plasseringene. Vi ser at disse gjerne kommer i kombinasjon med hverandre. Vi kan se at strategiene «Se etter mønster», «Løs deler av problemet» og «Forenkle problemet» går igjen mest bak, mens «Lag en visualisering» går igjen både i midten og bak i kapitlet. Vi ser også her, som med kontekstene, at bakerst i kapitlene blir alle problemløsningsstrategiene brukt.

Betydningen av disse funnene kommer vi mer tilbake til i diskusjonen.

4.4 Oppsummering

I dette kapitlet har vi presentert hva analysen vi har gjort har gitt av resultater. Vi har presentert den horisontale analysen, der vi har kommet fram til totalt 146 problemløsningsoppgaver fordelt på de to læreverkene. Vi har også vist en oversikt over hvor

disse oppgavene er plassert, om de er foran, i midten eller bak i kapittelet. Videre har vi presentert den vertikale analysen, der vi har tatt med problemløsningsoppgavene fra den horisontale analysen og analysert de i kontekst og problemløsningsstrategier. Til slutt har vi vist resultatene på tvers av horisontal og vertikal analyse, altså hvor problemløsningsoppgavenes kontekst og problemløsningsstrategier er plassert i kapitlene. Videre i neste kapittel vil vi nå gjøre en drøfting av de funnene vi har gjort knyttet til teorien som ble presentert i kapittel 2.

5 Diskusjon

I dette kapittelet vil vi bruke resultater fra den horisontale og vertikale analysen, og diskutere betydningen av disse funnene. Kapittelet vil bli delt i horisontal og vertikal analyse, underkategoriene plassering, kontekst og strategier, og til slutt en sammenheng mellom de to analysene.

5.1 Horisontal

5.1.1 Problemløsningsoppgaver

Gjennom analysen vi har gjennomført, har det vist seg at kun 5% av alle oppgaver i læreverkene er problemløsningsoppgaver. Dette bekrefter resultatene til Brehmer et al. (2016) om at lærebøkene i matematikk fokuserer mer på rutineoppgaver enn problemløsningsoppgaver.

Boaler (2019) skriver at gjennom en eksponering av slike problemløsningsoppgaver over tid, styrkes elevenes utholdenhet og tro på egen læring. Hva vil dette da si for elevene? Med andre ord betyr dette at 95% av alle oppgaver i læreverkene er rutineoppgaver, noe som vil si at oppgavene har en klar framgangsmåte og strategi. Dette eksponerer elevene for memorering framfor å jobbe med oppgaver som fremmer ulike strategier og metoder. Skal elevene bli mer dypttenkende og holde ut i problemer, er de nødt til å øve på å anstrenge seg (Boaler, 2019).

En utfordring med dette resultatet er at det kan bidra til et negativt syn på matematikk, der elevene tror matematikk kun handler om memorering (Boaler, 2019). Som Kilpatrick et al., (2001) skriver, burde matematikken i stor grad handle om læring med forståelse. Ved eksponering av et overtall av rutineoppgaver, der blant annet svaret er rett fram og fasit gjerne er viktig, blir ikke elevene positive til utfordringer og usikkerhet, noe som igjen kan bidra til at elevene ikke ønsker å dele sine tanker og erfaringer i arbeid med oppgaver i matematikk (Boaler, 2019). Her kan læreren få en utfordring med å vekke selvtillit og tro på egen læring hos elevene, som er svært viktig i arbeid med problemløsningsoppgaver (Hagland et al., 2016; Schoenfeld, 1985). Dette bekrefter også Schoenfeld (2016), med at elevene kan bli passive og gir opp å prøve å forstå matematikk, fordi matematikk ofte er forbundet med regler, raske svar og fasit.

Dette viser at lærere gjerne bør kombinere bruk av læreverk med alternativt opplegg, for å legge opp til problemløsning for elevene. Lærere må også eksponere elevene for problemløsning i tidlig alder, for å gi grunnlag til andre holdninger enn at matematikk kun er memorering og at oppgaveløsning skal gå fort (Schoenfeld, 2016).

Vi ser at Volum (Olafsen & Bugten, 2022) har en del problemløsningsoppgaver i lærebok. Dette kan som nevnt fremme et positivt syn på matematikk for elevene, for de ser at oppgavene ikke nødvendigvis kun er fasitfokusert og rett fram. Elevene blir også mer eksponert for å stå i problemer, og dette bidrar til at hjernen utsettes jevnlig for utfordringer (Boaler, 2019). Når vi jobbet gjennom disse oppgavene, så vi at de fleste er ganske «raske» å løse. De krever ikke å stå i problemet over lang tid. Likevel er oppgavene såpass åpne og det gis ikke forklaring til framgangsmåte.

Kriteriene for en problemløsningsoppgave er at elevene ikke kjenner løsningsmetoden for oppgaven. Dette gjør at oppgaven skal være kognitivt krevende, men trenger ikke alltid å være vanskelig beregningsmessig. Her er elevene nødt til å tenke selv og vurdere ulike løsninger og strategier. Flere av oppgavene har også ikke ren fasit, men flere løsninger som riktig. Dette fremmer Boalers (2019) ideer om at det er mange ulike måter å se og jobbe med problemer på, og bidrar da positivt til at det fins ulike strategier og metoder.

Derimot ser vi at oppdragene i DragonBox Mattesnakk (Kahoot Dragonbox, 2020) krever lengre tid. De er annerledes enn de typiske oppgavene man møter i lærebøker, da elevene må innhente informasjon fra ulike kilder, som for eksempel tabeller, bilder, snakkebobler, grafer med mer. Dette betyr at elevene ikke får presentert noe «gratis», men må selv være selvstendige og kritiske til å innhente og anvende riktig og relevant informasjon. Elevene må jobbe seg gjennom ulike vanskelighetsgrader, der de gjerne starter enkelt og blir vanskeligere. På denne måten fremmer oppgavene at alle elevene kan komme i gang, før de jobber seg videre til høyere vanskelighetsgrader med å bygge på den informasjonen de har kommet fram til og funnet ut. Dette kan fremme en selvtillit blant elevene, da slike oppgaver kan bidra med en positiv opplevelse i arbeid med matematikkoppgaver (Boaler, 2019; Kilpatrick et al., 2001). Hvis elevene i tillegg ser fordelene med å anstrenge seg og jobbe med slike oppgaver over tid, kan elevenes usikkerhet erstattes med nysgjerrighet og lærelyst (Boaler, 2019).

5.1.2 Plassering

Som tidligere nevnt om Volum (Olafsen & Bugten, 2022), øker oppgavene vanskelighetsgrad utover i øktene. De hevder også selv at oppgavene gjerne blir mer åpne, utforskende eller problemløsende utover. De problemløsningsoppgavene vi har analysert i Volum er oftest i midten og bakerst i kapitlet. Dette kan bety at Volum mener man trenger en viss kunnskap/erfaring med tidligere oppgaver før man begir seg ut på problemløsningsoppgavene. Det kan også bety at det er ment at de fleste skal få prøvd seg på problemløsning i midten av kapitlet, før repetisjonsoppgavene og de vanskeligere oppgavene på de blå sidene til slutt.

Vi har også lagt merke til at noen av oppgavene vi har analysert er merket med en nøtt, som betyr utfordrende eller vanskelig oppgave. Dette stiller vi spørsmålstegn til, om ikke lavt-presterende elever skal bli eksponert for problemløsningsoppgaver på lik måte som høyt-presterende elever, hvis målsettingen er at alle elever skal øke troen på egen læring? Volum gir derimot en forklaring innledningsvis i læreboka, at elevene kan velge oppgaver de jobber med. De trenger derfor ikke jobbe kronologisk gjennom alle, og her kan også læreren legge opp til hvilke oppgaver elevene skal jobbe med ut ifra nivå.

Problemløsningsoppgavene i DB Mattestreker A og B ser vi er plassert mer jevnt i bøkene. Dette kan være positivt, da alle elever blir eksponert for problemløsning, også tidlig i kapitlene.

Oppdragene i DB Mattesnakk er lagt opp til å skulle jobbes med helt til slutt av kapitlet/temaet, da elevene skal ta med seg den kunnskapen de har lært for å løse oppgavene. Hva betyr dette for de elevene som vanligvis er vant med å ikke komme gjennom alle oppgaver i lærebok? Når lærere legger opp undervisningen etter lærebøker, skapes gjerne et tidspress der kapitler er gitt en viss tid og elevene skal løse så og så mange oppgaver innenfor denne tiden (Johnsen-Høines & Rangnes, 2012) Dette betyr at elever som strever og bruker lenger tid, blir hengende etter resten.

Slike oppgaver som Oppdragene i Mattesnakk kan derfor by på utfordringer hvis hele klassen skal jobbe med disse samtidig. Hvordan påvirker dette eventuelt troen på egen læring, hvis de fleste i klassen alltid rekker å komme seg til slike oppgaver, mens de med utfordringer aldri rekker? Hvordan skal elever på ulike nivåer og som krever ulik tid, arbeide i samarbeid eller samtidig som resten av klassen? Eller sett fra motsatt perspektiv, skal de elevene som er effektive og bruker kort tid, holdes igjen? Oppdragene er også lagt opp til samarbeid, og vi syns derfor det hadde vært interessant å vite hvordan læreverket mener samarbeidet burde

foregå for å fremme lærelyst og tro på egen læring. Burde det her vært et samarbeid mellom ulike nivåer, samme nivå eller totalt sett at hele klassen jobber med disse sammen?

Problemløsning er som tidligere nevnt oppgaver som skal være tilgjengelig for alle elever (Lester & Lambdin, 2004), og dette er noe læreren da må legge opp til gjennom tilpasset opplæring. Det kan være at læreverkene legger opp til ulike måter lærerne kan bruke problemløsning i matematikktimene, så blir læreren nødt til å tilpasse etter sine elever og klassekombinasjoner.

Det vi ser i denne analysen, er at oppgavene som tidligere nevnt stort sett er i midten og bak i kapitlet, noe som tyder på at læringen skjer *for* problemløsning (Brehmer et al., 2016).

5.2 Vertikal

5.2.1 Kontekst

Kontekster i matematikk viser ulike situasjoner vi kan møte matematikk i hverdagen (OECD, 2013). I den vertikale analysen vår har vi analysert alle problemløsningsoppgavene, og sett etter hvilke kontekster som blir mest representert. Funnene vi presenterte i resultatkapitlet viser at hele 58,2% av problemløsningsoppgavene tar for seg «ren matematikk». Den andre konteksten som blir brukt mest er «personlig» (26,7%), mens de andre kontekstene blir ikke brukt like mye: «vitenskapelig» (10,3%), «jobb og skole» (3,4%) og «samfunn» (1,4%). Som OECD (2013) skriver, kan disse ulike kontekstene være motiverende for elevene, da innholdet nettopp kan oppleves mer relevant i hverdagen. Resultatene våre stemmer overens med Brehmer et al., (2016) som også fant flest oppgaver med «ren matematikk» (62,5%) som kontekst.

Ifølge forskning, (Brehmer et al., 2016; Schoenfeld, 1985), er motivasjon for å løse en problemløsningsoppgave viktig, da oppgavene krever at løseren gjør en innsats for å løse oppgaven. Hva som motiverer elevene til å løse problemløsningsoppgavene er utenfor vår forskning, men å undersøke kontekst i problemløsningsoppgavene var uansett interessant, da vi tror dette kan være med å påvirke engasjementet til elevene. Som nevnt tidligere, handler engasjement nettopp om det å kunne se matematikken som fornuftig og nyttig (Kilpatrick et al., 2001). Ifølge Hagland et al., (2016) sin definisjon, må oppgaven være motiverende for at det kan være problemløsning. Hvis vi antar at «ren matematikk» ikke er motiverende for elevene, kan vi som Brehmer et al., (2016) halvere antall problemløsningsoppgaver. Derimot

er det vanskelig å understreke hva som motiverer elevene til å løse problemløsningsoppgavene, og kontekst er nok bare en del av motivasjonen.

I problemløsningsoppgavene med «personlig» kontekst er handlingen ofte knyttet til spill. Dette er en handling som kanskje kan virke engasjerende for elevene, da spill er noe som ofte er forbundet med glede. Noen av disse spilloppgavene krever også samarbeid, noe som kan påvirke positivt for de elevene som liker konkurranse. En annen handling disse oppgavene tar for seg er leker og mat. Dette er oppgaver som virker veldig knyttet til elevenes hverdag, noe som igjen kan være engasjerende for flere elever.

Problemløsningsoppgavene med «vitenskapelig» kontekst fant vi kun i DragonBox bøkene og i DB Skole-appen. Disse oppgavene tar for seg datateknologi, dyr og verdensrommet. Oppgavene kan være spennende for mange elever, spesielt de med interesser om disse tingene. Her kan elevene også lære seg begreper knyttet til konteksten, for eksempel «microchip» se eksempel oppgave (*Figur 4.16*).

Konteksten «jobb og skole» tar for seg handlinger knyttet til arbeidsplasser. For eksempel handler en problemløsningsoppgave i Volum (Olafsen & Bugten, 2022) om Gåse som arbeider på en gård (se *Figur 4.11*), og i DragonBox (Kahoot Dragonbox, 2021b) handler en oppgave om sortering i et sykkelverksted. Disse oppgavene kan vise elevene om konkrete situasjoner som de senere kan møte på i arbeidshverdagen, og vise hvor de kan få bruk for matematikken de lærer på skolen.

Derimot kan konteksten «samfunn» være litt vanskelig for elever på 3.trinn, og kanskje derfor er det ikke like mange av denne konteksten i problemløsningsoppgavene. Et godt eksempel på hvordan denne konteksten kan brukes, er i DB Mattesnakk hvor handlingen er lagt til et valglokale. Denne oppgaven kan engasjere elevene til å prøve å finne en løsning. Problemet starter med at det har vært juks i valget, og elevene må hjelpe til med å finne falske stemmesedler. Dermed blir problemløsningsoppgaven et mysterie som må løses. Dette kan engasjere elevene på en annen måte enn en oppgave med «ren matematikk» som kontekst.

5.2.2 Problemløsningsstrategier

Problemløsningsstrategier skal være til hjelp for å løse problemløsningsoppgaver (Kongelf, 2011). Som nevnt tidligere, krever problemløsningsoppgaver mye av løseren. I vår definisjon av problemløsningsoppgave handler dette om at oppgaven ikke har en kjent fremgangsmåte (Hagland et al., 2016; Schoenfeld, 1985), derfor kan disse strategiene hjelpe elevene å komme

nærmere en løsning. Resultatene våre har vi kommet fram til ved å løse alle problemløsningsoppgavene. Samtidig har det vært svært interessant å se om det står eksplisitt i lærerveiledningen hvilken strategi som er ment å bruke. Som resultatene viser har vi funnet flere strategier enn problemløsningsoppgaver, og dette viser at de fleste oppgavene har flere problemløsningsstrategier.

Implisitt viser resultatene at problemløsningsstrategien «Gjett og sjekk» (98%) er mest brukt i læreverkene. Dette var en strategi som ble mye brukt når vi løste oppgavene. Det er også den strategien som ble mest nevnt i oppgavebeskrivelsene i lærerveiledningen, der strategien ble beskrevet ved at elevene skulle «prøve seg fram». Her ser vi en tydelig forskjell fra studien til Kongelf (2011), hvor det derimot ble funnet svært få eksempler med strategien «gjett og sjekk». Denne forskjellen viser at strategien er svært nyttig i problemløsningsoppgaver, men at den derimot ikke tar like stor plass i eksempeloppgaver. Dette kan komme av at det ikke er like enkelt å vise et eksempel hvor en bruker «Gjett og sjekk», eller at strategien er generell lett å anvende (Kongelf, 2011).

Ved å bruke denne strategien er det en mulighet for at en oppdager feil underveis i oppgaven. Som Boaler (2019) også skriver, kan slike feil være en positiv ting. Derimot er dette kun hvis elevene lærer seg å se på feil som en læringsmulighet, og ikke at feil betyr at de ikke kan matematikk (Boaler, 2019). Med liten erfaring i problemløsning, vil elevene være mer vant til rutineoppgaver og memorering av kunnskap (Kilpatrick et al., 2001). Som vi skriver tidligere, kan dette føre til at eleven fort mister selvtillit når de ikke får til en løsning med engang (Boaler, 2019; Kilpatrick et al., 2001). I verste konsekvens kan det hende eleven aldri prøver å løse problemløsningsoppgaver. Derimot kan det å jobbe med problemløsning gjøre at elevene får en bedre forståelse av matematikken. Det er med denne forståelsen, at elevene kan endre tankemåte og kjenne at det lønner seg å bruke tid og anstrengelse i matematikken, og samtidig kan dette styrke elevenes tro på seg selv (Boaler, 2019; Kilpatrick et al., 2001). Dette er derimot avhengig av klasseromskulturen, men problemløsningsoppgavene i lærebøkene kan være en fin måte å jobbe med å godta og lære av feil.

Resultatene våre viser også at det er mange av problemløsningsoppgavene som legger opp til at elevene kan «Arbeide bakover» (65%). Dette er også resultater som skiller seg fra studien til Kongelf (2011), som fant få eksempler på denne strategien. De problemløsningsoppgavene vi har satt til å arbeide bakover, er de oppgavene hvor elevene starter med løsningen og må deretter løse oppgaven en annen vei enn det de kanskje er vant til. Ifølge Kilpatrick et al.,

(2001) handler forståelse i matematikken mye om å bruke kunnskap på ulike måter. Ved å regne bakover kan elevene nettopp gjøre dette, da de må tenke på en litt annen måte.

Som det kommer fram fra resultatene var ikke de andre problemløsningsstrategiene like mye representert (26%). Blant disse er strategien «Lage en visualisering» brukt i 17 problemløsningsoppgaver. Dette er en strategi som kan hjelpe elevene å se matematikken på ulike måter. Kilpatrick et al., (2001) skriver om hvordan anvendelse kan hjelpe eleven med å løse problemløsningsoppgaver. Det handler om at elevene kan formulere og representere problemet på en annen måte, og på denne måten finne ut hvordan de skal gå fram for å løse problemet (Kilpatrick et al., 2001). Første steget her er avhengig av at elevene forstår problemløsningsoppgaven, slik at de kan anvende viktig informasjon videre i oppgaven. Dette er veldig relevant, spesielt i oppdragene i DragonBox Mattesnakk (Kahoot DragonBox, 2020). I disse oppgavene kan det være veldig relevant å systematisere informasjonen i en tabell. Som vi har skrevet om tidligere, er disse oppgavene komplekse og krever at elevene må innhente informasjon fra ulike kilder, som for eksempel tabeller, bilder, snakkebobler, grafer med mer. Når elevene skal hente ut relevant informasjon, kan det være hensiktsmessig å lage en systematisk tabell eller tegning eller liknende, slik at det er mulig å bruke riktig informasjon videre.

De andre problemløsningsstrategiene «Løs del av oppgaven», «Se etter mønster» og «Forenkle oppgaven» fant vi ikke like mange oppgaver med. Disse strategiene blir kanskje mer relevant når elevene blir eldre. Dette ser vi i studien til Kongelf (2011) som så på lærebøker i niende trinn, hvor det blant annet ble funnet flest eksempler med strategien «Løs del av oppgaven». I Volum 3A, DragonBox 3A og 3B opplever vi at oppgavene ikke er komplekse nok at det er relevant å dele opp oppgaven, og flere av oppgavene er allerede delt opp i deloppgaver. I DragonBox Mattesnakk og DB Skole-app er det derimot veldig nyttig å dele opp problemet. Problemløsningsstrategien «Se etter mønster» var også en av strategiene Kongelf (2011) fant få eksempler med. Dette kan bety at strategien blir mer brukt i lærebøker hos de eldste elevene, eller at det er opp til læreren å finne andre oppgaver for å jobbe med denne strategien. Strategien «Forenkle oppgaven» fant vi heller ikke så mange problemløsningsoppgaver med. Derimot var det noen steder beskrevet i lærerveiledningen (Fagbokforlaget, u.å.b) at elevene kunne forenkle oppgaver ved å regne med omtrentlige tall.

Til slutt må vi dra fram at det er interessant å se resultatene i vår studie mot Brehmer et al., (2016) og Kongelf (2011) sine resultater. Mot Brehmer et al., (2016) ser vi flere likheter når det kommer til plassering og kontekster i oppgavene. Mot Kongelf (2011) ser vi derimot flere

forskjeller når det kommer til problemløsningsstrategier. Dette er interessant å se da forskningene er gjort på ulike trinn. Derfor kan det virke som kontekster i problemløsningsoppgaver er like relevant i lærebøker uavhengig av at det er barneskole eller videregående. Problemløsningsstrategier blir derimot brukt forskjellig på ulike trinn. Dette kan være fordi matematikken blir vanskeligere når elevene blir eldre. Derfor er det, som Schoenfeld (1985) også skriver, mer relevant å bruke flere av Pólya (1957) sine problemløsningsstrategier senere i skoleløpet.

5.3 Sammenhenger mellom vertikal og horisontal analyse

Basert på resultatene i den horisontale og vertikale analysen, kan vi se flere sammenhenger. Blant annet mellom kontekst og plassering, og problemløsningsstrategier og plassering. Vi skal her prøve å beskrive noen av disse sammenhengene.

I resultatene i den horisontale analysen ser vi at læreverkene legger mest opp til problemløsningsoppgaver i midten eller bakerst i kapitlene. Dette kan vi tolke som at matematikk skal læres *for* problemløsning (Brehmer et al., 2016), ved at en først skal lære all matematikken og deretter bruke den i problemløsningsoppgaver. Som vi har diskutert over, kan dette være en utfordring hvis alle elever uansett nivå skal eksponeres for problemløsningsoppgaver. Slik vi ser det, kan det være lett for lavt-presterende elever som trenger tid til å løse oppgavene å bli hengende etter i en slik fordeling av plassering. Dette må heller ikke knyttes til nivå, men kan generaliseres til alle elever som trenger tid. Dermed er det ikke sikkert alle elevene vil rekke å løse problemløsningsoppgavene. En konsekvens av dette kan, som Brehmer et al., (2016) og Lithner (2008) også skriver, være at flere elever kun vil oppleve matematikk som pugging og etterlikning av eksempler. Dette kan igjen føre til at flere elever ikke utvikler forståelse for selve matematikken (Boaler, 2019).

Hvis dette gjerne er elever som kan bli demotivert og miste tro på egen læring, hva betyr dette når vi ser at 56% av konteksten til problemløsningsoppgavene er ren matematikk? Disse oppgavene finner vi flest av i midten og bak av kapitlene. Mange elever blir mer motiverte for å løse problemløsningsoppgaver med relevant kontekst, derfor vil problemløsningsoppgavene med «ren matematikk» oppleves tunge for mange. Dette, med en kombinasjon av at elevene er vant til å kun løse oppgaver gjennom memorering av kunnskap, kan føre til en forventning om at matematikken skal gå fort og videre at elevene gir opp i problemløsningsoppgaver (Kilpatrick et al., 2001). Hvis konteksten ikke knyttes til noe relevant til elevenes hverdag,

kan dette derfor gjøre at elevene sliter med å se poenget med å gjøre en innsats i å regne slike oppgaver. Dette stemmer med definisjonen for problemløsning, at elevene må føle engasjement og lyst til å løse oppgaven for å kunne stå i problemet (Hagland et al., 2016; Schoenfeld, 1985).

Dersom eleven er rask og føler et driv av mestring fordi oppgavene går greit, er det ikke sikkert kontekst har like mye å si. Eleven kan da føle engasjement og motivasjon på grunn av denne mestringen og dermed ha et driv til å jobbe videre basert på tro på seg selv og egen læring (Boaler, 2016). Overtallet av rene matematikkoppgaver kan også være lagt i midten og bak i kapittelet, fordi det er ment som repetisjon og mengdetrening for de som har kommet godt i gang med kapittelet.

Samtidig ser det ut til at problemløsningsoppgavene foran i kapitlene kun er knyttet til en annen kontekst enn «ren matematikk». Betydningen av dette kan være at elevene skal føle en relevans tidlig, slik at motivasjonen blir opprettholdt (OECD, 2013). Som Kilpatrick et al., (2001) også skriver, er det viktig at konteksten i problemløsningsoppgaver føles relevant, slik at elevene bruker tid på å løse oppgaven. Disse problemløsningsoppgavene vil det også være mer sannsynlig at alle elevene vil kunne prøve å løse, uavhengig av nivå. Siden disse oppgavene er plassert foran i kapittelet, handler dette om å lære matematikk *gjennom* problemløsning (Brehmer et al., 2016). Problemløsningsoppgavene kan da fungere som et verktøy for å lære matematikk. Som vi skriver om tidligere, kan dette bidra til å lære matematikk med forståelse (Boaler, 2019; Kilpatrick et al., 2001). Samtidig gjør problemløsningsoppgavene det mulig å jobbe med alle de matematiske trådene samtidig, slik at elevene oppnår matematisk kompetanse (Kilpatrick et al., 2001).

Det vi også ser fra resultatene, er at det er mer variert bruk av kontekst bakerst i kapitlene. Her finner vi problemløsningsoppgaver med alle de ulike kontekstene. Det betyr at problemløsningsoppgavene bakerst er varierte, som på en side kan engasjere flere elever, men samtidig utfordre elevene. Som Kilpatrick et al., (2001) skriver, kan en elev som ikke er erfaren i problemløsning slite med å se likheter i de problemene med ulik kontekst. Her er det derfor viktig at elevene er engasjerte og kan være fleksible i bruken av problemløsningsstrategier.

«Gjett og sjekk» er den problemløsningsstrategien som går igjen mest. Dette er en strategi som elevene må prøve seg fram med, noe som kan være positivt for elever på ulike nivåer. Da må elevene prøve seg fram, sjekke ut og se hva slags resultat de får, før de vurderer om det

trengs å gjøre endringer og dermed prøve på nytt. Her må elevene se sammenhenger med det de har lært tidligere og bruke det for å løse oppgaven. Vi sier at denne problemløsningsstrategien er plassert alle tre stedene i kapitlene; foran, i midten og bak. Dette kan bety at strategien er overkommelig og viktig for alle nivåer.

Videre ser vi at «Gjett og sjekk» gjerne er kombinert med «Jobb bakover» både i midten og bak i kapitlene. Dette kan være et tegn på at det å jobbe bakover med et problem, altså at svaret er presentert i oppgaven og problemet må løses derfra, krever mer av løseren. Ved å plassere da disse oppgavene lenger bak, har elevene mer forkunnskap og erfaring i å løse oppgaver og kan bruke dette i møte med problemløsningsoppgavene.

Vi vil også trekke fram at resultatene våre viser forskjeller når det kommer til mengde og variasjon i problemløsningsstrategiene når vi ser på plassering. Resultatene viser at det totalt er mest variert bruk av strategier i oppgavene bakerst, det er også kun her vi finner bruk av alle problemløsningsstrategiene. Dette kan vi tolke som at problemløsningsoppgavene bakerst krever mer av elevene, ved at de må bruke flere problemløsningsstrategier for å komme til en løsning. Disse resultatene stemmer overens med beskrivelsen av Volum (Olafsen & Bugten, 2022), ved at oppgavene blir mer krevende i slutten av hvert kapittel. Dette viser også at lærebøkene legger opp til læring av matematikk *for* problemløsning (Brehmer et al., 2016), ved at elevene får bruk for alt de lærer i kapitelet i problemløsningsoppgavene bakerst.

Tilpasningene vi har sett i resultatene, er at problemløsningsstrategien «Gjett og sjekk» representerer alle oppgaver, da denne strategien går igjen i både foran, i midten og bak i kapitlene og at dette er en strategi som lettere kan få i gang elever på alle nivåer. Vi ser også at konteksten til oppgavene varierer etter plassering, og at spesielt rene matematikkoppgaver også er plassert i midten eller bak i kapitlene. Dette kan ha en strategisk hensikt med at alle elever blir eksponert for en kontekst som er mer hverdagsnær og relevant for elevene, enn de oppgavene som gjerne er repetisjon bakover i kapitlene.

6 Avslutning

Ut fra de læreverkanalysene vi har gjort, er det gjort noen interessante funn. Det er dog viktig å få fram at de funnene vi har gjort ikke kan generaliseres til alle læreverk, da vi har kun har analysert to læreverk med ulike forutsetninger. Vi har heller ikke analysert komplette læreverk, men de delene vi har hatt tilgang til. Vi har ikke gjort en sammenlikning av læreverkene, men heller lagd oss et bilde av hvordan læreverkene presenterer problemløsningsoppgaver i de ressursene vi analysert. Vi vil i dette kapittelet derfor oppsummere de hovedresultatene vi har funnet i drøfting og teori, knyttet til vår problemstilling.

Oppgaven vår skal besvare problemstillingen *Hvordan presenteres problemløsningsoppgaver i ulike læreverk på 3. trinn?* I analysen vi har gjennomført, har vi sett et tydelig flertall av rutineoppgaver framfor problemløsningsoppgaver, til tross for at problemløsning har hatt et økt fokus i LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020). Det vi også ser er at lærebøkene legger mest opp til læring *for* problemløsning (Brehmer et al., 2016), ved at de fleste problemløsningsoppgavene ligger i midten og bakerst i kapitlene.

I den vertikale analysen har vi sett etter hvilken kontekst problemløsningsoppgavene tar for seg. Resultatene viser at konteksten til oppgavene er mest «ren matematikk», noe som stemmer overens med tidligere forskning (Brehmer et al., 2016). Det er også flere problemløsningsoppgaver med «personlig» kontekst, noe som er positivt, da elevene får sett situasjoner i hverdagen hvor vi bruker matematikk (OECD, 2013). Problemløsningsstrategien vi ser går igjen mest er «Gjett og sjekk», som også blir ofte representert i kombinasjon med «Jobb bakover». Hvilke problemløsningsstrategier som blir brukt skiller seg fra tidligere forskning (Kongelf, 2011), noe som kan tyde på at andre problemløsningsstrategier blir mer brukt på høyere trinn i skolen.

I resultatene våre har vi også funnet noen sammenhenger mellom den horisontale og vertikale analysen. Resultatene våre viser at problemløsningsoppgavene foran har en kontekst som kan engasjere elevene til å løse oppgavene, samtidig krever ikke disse oppgavene mye da strategien «Gjett og sjekk» blir mest brukt. Videre ser vi at oppgavene bakerst i kapitlene består mest av «ren matematikk» som kan være utfordrende, og samtidig blir det brukt flere problemløsningsstrategier som gjør at problemløsningsoppgavene kanskje blir mer krevende. Dette viser at lærebøkene til en viss grad, legger opp problemløsningsoppgaver for alle elevene uansett nivå.

I denne studien har vi derimot konkludert med at vi ser lite til problemløsningsoppgaver i læreverk på 3. trinn. Av de oppgavene vi har analysert som problemløsning, kan det se ut til at disse oppgavene lettere eksponerer elever med høyt prestasjonsnivå, da de er representert i midten og bak i kapitlene, og i en kontekst med «ren matematikk». Dette kan bety at elever som strever og/eller bruker lengre tid på å løse oppgaver, ikke blir nok eksponert for disse oppgavene hvis de følger læreverkene kronologisk. Totalt sett ville vi likt å se flere problemløsningsoppgaver både foran og bak i lærebøkene, og med variert kontekst. Samtidig ville elevene ha godt av å lære seg flere problemløsningsstrategier. Gjennom eksponering for flere problemløsningsstrategier kan elevene bli godt rutinert i arbeid med ulike problemløsningsoppgaver. Dette kan bidra til at flere elever føler en mestring, og dermed blir selvstendige og utholdende i matematikk. Dette kan videre bidra til å nå fagets relevans om å forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling (Utdanningsdirektoratet, 2020).

6.1 Videre forskning

Som et forslag på videre forskning, kunne det vært spennende å sett om problemløsningsoppgaver kommer tydeligere fram i læreverk på høyere trinn. I den forbindelse kan det være andre funn både på lavere og høyere trinn i barneskolen.

Basert på at vi har kun har analysert to læreverk på grunn av begrensningen til oppgavens omfang, hadde det også vært interessant å sett om problemløsningsoppgaver blir mer dekket i andre læreverk enn de som er representert her. Vi har mange ulike læreverk i Norge, så her kan resultatene variere.

Det kunne også vært spennende å se om det blir mer vekt på problemløsningsstrategier og læring *gjennom* problemløsning hos elevene. Det hadde også vært interessant å sett om funnene relatert til kontekst har andre resultater i andre læreverk og på andre trinn enn det vi har kommet fram til i denne oppgaven.

Fra et annet perspektiv, kunne det også vært interessant å sett problemløsning fra en lærers perspektiv i kombinasjon med lærebokundervisning. Hvordan legger lærere for eksempel opp til problemløsning med bruk av læreverk fornyet etter LK20? Det kan være mange måter en

lærer kan tilpasse undervisningen bedre til sine elever og forutsetninger, enn det en ren lærebokundervisning kan.

7 Litteraturliste

- Boaler, J. (2019). *Den grenseløse hjernen: Lev lær og utvikle deg uten grenser*. HarperCollins.
- Bratholm, B. (2001). *Godkjenningsordningen for lærebøker 1889-2001, en historisk gjennomgang*. Høgskolen i Vestfold. <https://www-bib.hive.no/tekster/hveskrift/notat/2001-05/not5-2001-02.html>
- Brehmer, D., Ryve, A., & Van Steenbrugge, H. (2016). Problem solving in Swedish mathematics textbooks for upper secondary school. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 60(6), 577–593. <https://doi.org/10.1080/00313831.2015.1066427>
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117–151. <https://doi.org/10.1080/10986060903460070>
- Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). (2021, desember 16). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Forskningsetikk. <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>
- Fagbokforlaget. (u.å.a). *Volum 3A Elevbok (Matematikk for barnetrinnet)*. Fagbokforlaget. <https://www.fagbokforlaget.no/Volum-3A-Elevbok/I9788211039484>
- Fagbokforlaget. (u.å.b). *Volum 3—Lærerveiledning*. Volum 3. <https://volum3.fagbokforlaget.no/unit/volum-3-ressurser-laereplaner>
- Gilje, Ø., Ingulfsen, L., Dolonen, J. A., Furberg, A., Rasmussen, I., Kluge, A., Knain, E., Mørch, A., Naalsund, M., & Granum, S. (2016). *Med ARK&APP: Bruk av læremidler og ressurser for læring på tvers av arbeidsformer*. Universitetet i Oslo.

<https://www.udir.no/tall-og-forskning/finn-forskning/rapporter/ark-og-app-i-norske-klasserom/>

Hagland, K., Hedrén, R., & Taflin, E. (2016). *Rika matematiska problem inspiration till variation*. Liber.

Johnsen-Høines, M., & Rangnes, T. E. (2012). Å endre matematikkundervisningen – et risikoforetak. *Skolepsykologi*, 42(1), 29–39.

Jäder, J., Lithner, J., & Sidenvall, J. (2020). Mathematical problem solving in textbooks from twelve countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(7), 1120–1136. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1656826>

Kahoot Dragonbox. (2020). *Dragonbox: Mattesnakk 3.trinn* (2. utg.). Kahoot Dragonbox AS.

Kahoot Dragonbox. (2021a). *Dragonbox: Mattestreker 3A* (3. utg.). Kahoot Dragonbox AS.

Kahoot Dragonbox. (2021b). *Dragonbox: Mattestreker 3B* (3. utg.). Kahoot Dragonbox AS.

Kahoot Dragonbox. (u.å.a). *DragonBox Skole*. Hentet 2. februar fra

<https://www.dragonbox.no/skole>

Kahoot DragonBox. (u.å.a). *Lærerveiledning: 3.trinn*. DragonBox konto.

<https://trinn3.dragonbox.no/chapters/9/sessions/9.html>

Kahoot DragonBox. (u.å.b). *Studenter DragonBox Skole*. DragonBox konto.

<https://account.dragonbox.com/organizations/10289>

Kahoot Dragonbox. (u.å.b). *Utforsk innholdet i 3.trinn*. Dragonbox. Hentet 14. februar fra

<https://www.dragonbox.no/skole/3trinn>

Karlsen, L., & Klaveness, E. (2019). Favorittfeil og forhandling om mening. I K.

Kverndokken, E. Klaveness, & L. Karlsen (Red.), *101 grep for å aktivisere elever i matematikk*. Fagbokforlaget.

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., & National Research Council (U.S.) (Red.). (2001).

Adding it up: Helping children learn mathematics. National Academy Press.

- Kongelf, T. R. (2011). What characterises the heuristic approaches in mathematics textbooks used in lower secondary schools in Norway? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 16(4), 5–44.
- Kongelf, T. R. (2019). *Matematisk innhold og matematiske metoder i lærebøker brukt på ungdomstrinnet i Norge: Gullgrube eller fallgrube for utvikling av matematisk kompetanse i problemløsning og algebra?* [Doktorgradsavhandling]. Universitetet i Agder. <http://hdl.handle.net/11250/2616700>
- Lester, F. K. (1994). Musings about Mathematical Problem-Solving Research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660–675.
<https://doi.org/10.2307/749578>
- Lester, F. K., & Lambdin, D. V. (2004). Teaching mathematics through problem solving. I B. Clarke, D. M. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johansson, & D. V. Lambdin (Red.), *International perspectives on learning and teaching mathematics* (s. 189–203).
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Matematikksenteret. (u.å.). *Fra læreplan til praksis*. Matematikksenteret. Hentet 26. april fra <https://www.matematikksenteret.no/l%C3%A6replan-i-matematikk/fra-l%C3%A6replan-til-praksis>
- OECD. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. OECD Publishing.
<https://doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Olafsen, A. R., & Bugten, Å. M. (2022). *Volum: Matematikk for barnetrinnet 3A*. Fagbokforlaget.
- Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregående opplæringa (LOV-1998-07-17-61)*. Lovdata. <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61/>

- Pólya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2. utg.). Doubleday.
- Pólya, G., & Conway, J. H. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (Expanded Princeton Science Library ed). Princeton University Press.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk: Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Høyskoleforlaget.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Sage Publications*, 196(2), 1–38.
- Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. I R. Charles & E. Silver (Red.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (s. 1–22). National Council of Teachers of Mathematics.
- Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*.
<https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>

8 Vedlegg

Analyseskjema

	Kategorisering	Oppgave:
Problemløsning	1) Er det gitt noen eksempler på hvordan oppgaven skal løses?	
	2) Er det noen tidligere oppgaver som har samme utforming eller liknende?	
	3) Er det noen liknende løsninger som er mulig å huske?	
	4) Er det noen beskrivelse i oppgaven på hvordan den skal løses?	
Plassering	Foran	
	Midten	
	Bak	
Kontekst	Personlig	
	Jobb/skole	
	Samfunn	
	Vitenskapelig	
	Ren matematikk	
Strategi	Se etter mønster.	
	Lage en visualisering.	
	Gjett og sjekk.	
	Løs deler av problemet.	
	Jobb bakover.	
	Forenkle problemet.	