Høgskolen i Østfold

# MASTEROPPGAVE

## Matematikkintervensjon på 1.trinn - effekt av intensiv opplæring for elever i risiko for å utvikle matematikkvansker.

*En kvantitativ studie av elever som entrer skolen med svake ferdigheter i matematikk og deres utvikling ved intervensjon.*

Randi Karoline Solberg

Dato for innlevering: 15.mai 2023

Masterstudium i spesialpedagogikk
Fakultet for lærerutdanninger og språk/institutt for pedagogikk, IKT og læring

# Forord

Både i jobbsammenheng og i private settinger får jeg en fornemmelse av at spesialpedagogikk blir ansett som et fagområde der man kun jobber med barn, unge eller voksne som har lærevansker, funksjonsnedsettelser eller andre omfattende behov. Min kjepphest gjennom dette studiet, og som jeg tar med meg i videre arbeid, er at spesialpedagogikk er *noe mer*. Det handler vel så mye om forebygging, tilrettelegging, kartlegging, tiltak og oppfølging. Mitt ønske for spesialpedagogisk arbeid i norsk skole er at alle elever skal få utnytte sitt potensial, oppleve utvikling og få den hjelpen og støtten de har behov for til rett tid. Samtidig handler det spesialpedagogiske arbeidet om å se etter forbedringer og løsninger i de allmennpedagogiske tilretteleggingene. I tillegg har jeg en forkjærlighet for faget matematikk, og har som matematikklærer i hele grunnskoleløpet vært opptatt av at elevene skal oppleve glede, mestring, engasjement og nytteverdi av faget. Matematikk handler om noe mer enn oppstilte stykker i boka. Dessverre er min oppfatning at matematikkfaget i norsk grunnskole i for stor grad styres av lærebøker. På den måten kan faget bli lite motiverende, følge for rask progresjon og føre til at det er oppstilte stykker, formler og regler som får størst plass. I strategiplanen «Tett på realfag» (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 11) hevdes det at norske elevers matematikkferdigheter ikke er tilfredsstillende når de går ut av 10.trinn. Min interesse for om det er mulig å bruke tilpasset opplæring fra skolestart på 1.trinn for å forebygge at elever blir hengende etter i matematikkfaget, ble mitt utgangspunkt da jeg nærmet meg studieslutt ved masterstudiet i spesialpedagogikk ved Høgskolen i Østfold.

Gjennom denne oppgaven har jeg fått mulighet til å utføre et forskningsprosjekt i miniformat og det er mange som fortjener en takk for å ha bidratt med inspirasjon, motivasjon og hjelp på veien. En stor takk rettes til alle forelesere og emneansvarlige ved studiet for gode forelesninger og diskusjoner. En ekstra stor takk til veilederne mine Anita Lopez-Pedersen og Hugo Cogo Moreira. Dere har på hver deres måte guidet meg trygt gjennom prosessen. Anita med enorm kunnskap og innsikt i fagfeltet matematikk og Hugo med en forståelse og formidlingsevne av statistikk som enhver kan misunne. Med kritiske blikk og stor kunnskap har dere tålmodig hjulpet meg fremover og kommet med beroligende og støttende ord da jeg følte at det gikk i stå. Ellers fortjener alle kollegaer som har bistått på ulike måter gjennom min tid som student en stor takk. Det samme gjør familien, spesielt mamma og pappa, som alltid stiller opp og har gjort studieoppholdene i Halden ekstra hyggelig.

# Sammendrag

En stor andel norske elever går ut av grunnskolen uten tilfredsstillende matematikkferdigheter (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 11). Svake matematikkferdigheter kan gjøre det utfordrende å fullføre skolegang, redusere mulighetene for deltagelse i arbeidslivet (Gundersen et al., 2022, s. 22; von Simonsen, 2014, s. 42) og ha negative konsekvenser på blant annet helse, økonomisk trygghet og sosialt og politisk engasjement (Bynner & Parsons, 2006; Garcia-Retamero et al., 2015). Forskning viser at tidlige ferdigheter i matematikk predikerer senere akademiske prestasjoner (Duncan et al., 2007), og elevene som starter på skolen med lave ferdigheter har en tendens til å bli hengende etter videre i skoleløpet (Aunio et al. 2009, s. 27; Duncan et al., 2007, s.1431). Det innebærer at hjelp bør gis tidlig i skoleløpet for å minske gapet allerede fra skolestart. Selv om skolene er pålagt å iverksette intensiv opplæring for elever som står i fare for å bli hengende etter (Opplæringsloven, 1998, § 1-4), er det gjort lite forskning på hvordan et slikt tilbud kan organiseres og hvilken effekt det kan ha. Denne masteroppgaven ønsker å undersøke effekten av tidlig, intensiv opplæring for 1.trinnselever som identifiseres med svake ferdigheter i matematikk. For å besvare problemstillingen, ble det utformet 5 forskningsspørsmål med hensikt å undersøke hvilken effekt 8 ukers matematikkintervensjon har på de 5 utfallsmålene symbolsk tallforståelse, tallkunnskap, aritmetisk ferdighet addisjon, aritmetisk ferdighet subtraksjon og tekstoppgaver.

Oppgavens design er randomisert kontrollstudie (RCT), og benytter kvantitativ metode. Deltagerne i studien er 10 elever på 1.trinn, som ble blokkrandomisert i to like store grupper med 5 elever i kontrollgruppen og 5 elever i tiltaksgruppen. Kontrollgruppen fulgte trinnets ordinære matematikkundervisning, mens tiltaksgruppen deltok på en 8 ukers selvutviklet matematikkintervensjon. Elevenes ferdigheter ble målt på pretest og posttest, og resultatene ble analysert ved bruk av Mann-Whitney U-test (Field, 2013, s. 219). Resultatene fra analysen har kun ett statistisk signifikant funn. Dette funnet oppdages på målevariabelen subtraksjon hvor effektstørrelsen er stor ($rrb = -1.0$) og p-verdien = .011. For de andre målevariablene er det ingen signifikante funn ($p > .05$). Effektstørrelsen oppdaget på målevariablene oppgitt fra størst til minst verdi er som følger: symbolsk tallforståelse ($rrb = -.720$), tallkunnskap ($rrb = .080$), addisjon ($rrb = -.200$) og tekstoppgaver ($rrb = -.120$). Funnene gir grunnlag for å forkaste $H_0$. Likevel er det noen omstendigheter rundt som gjør det betenkelig å forkaste $H_0$. Det signifikante funnet er likevel interessant fordi det viser at subtraksjon bør få plass tidlig i matematikkopplæring.

# Abstract

A large proportion of Norwegian students leave primary school without satisfactory maths skills (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 11). Poor mathematics skills can make it challenging to complete schooling, reduce opportunities for labour market participation (Gundersen et al., 2022, p. 22; von Simonsen, 2014, p. 42) and have negative consequences on health, economic security, and social and political engagement (Bynner & Parsons, 2006; Garcia-Retamero et al., 2015). Research shows that early skills in mathematics predict later academic achievement (Duncan et al., 2007), and students who start school with low skills tend to be left behind their peers (Aunio et al. 2009, s. 27; Duncan et al., 2007, p.1431). This means that help should be provided early in the school career to narrow the gap from the start. Although schools are required to provide intensive training for students who are at risk of falling behind in arithmetic (Opplæringsloven, 1998, § 1-4), little research has been done on how such provision can be organised and what effect it may have. This master's thesis aims to investigate the effect of early, intensive education for first grade students who are identified with weak skills in mathematics. To answer the problem addressed, 5 research questions were designed to investigate the effect of 8 weeks of mathematics intervention on the 5 outcome measures symbolic number sense, number knowledge, arithmetic skill addition, arithmetic skill subtraction and text tasks.

The study design is a randomised control trial (RCT), using quantitative methods. The participants in the study are 10 pupils in grade 1, who were block randomised into two equal groups with 5 pupils in the control group and 5 pupils in the intervention group. The control group followed regular mathematics lessons, while the intervention group participated in an 8-week self-developed mathematics intervention. Students' skills were measured at pretest and posttest, and the results were analysed using Mann-Whitney U test (Field, 2013, p. 219). The results of the analysis have one statistically significant finding. This finding is detected on the measurement variable subtraction, where effect size is large ($rrb = -1.0$) and $p = .011$. For the other measurement variables there are no significant findings ($p > .05$). The effect sizes detected on the different measurement variables listed from largest to smallest value are as follow: symbolic numeracy ($rrb = -.720$), numeracy ($rrb = .080$), addition ($rrb = -.200$) and word problems ($rrb = -.120$). The findings provide a basis for rejecting $H_0$. Nevertheless, there are some circumstances that make it questionable to reject $H_0$. The significant finding is interesting because it shows that subtraction should be included early in math education.

# Innholdsfortegnelse

# Liste over figurer, tabeller og diagram

# 1.Innledning

Omtrent 20% av norske 10.trinnselever går ut med standpunktkarakteren 2 eller lavere i matematikk (Statistisk sentralbyrå, u.å), og gapet i matematikkferdigheter blant norske elever ser ut til å øke jo eldre de blir (Sandsør et al., 2023, s. 7). Med andre ord er det mange elever som går ut av grunnskolen med mangelfulle ferdigheter i matematikk, og flere som ikke består eller fullfører videregående opplæring grunnet svake matematikkferdigheter (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 11; Meld. St. 21 (2016-2017), s. 51). Dette er uheldig sett både fra et samfunnsperspektiv og individperspektiv. I et samfunnsperspektiv handler det først og fremst om økonomiske kostnader, ettersom det viser seg at frafall fra videregående opplæring kan få konsekvenser for senere deltagelse i arbeidslivet (Gundersen et al., 2022, s. 22; von Simonsen, 2014, s. 42). Dette kan igjen få ringvirkninger for samfunnsstrukturen og demokratiet, da et bærekraftig velferdssamfunn er avhengig av aktive arbeidstakere (Meld. St. 6 (2019-2020), s. 7). Svake matematikkferdigheter kan også påvirke livskvaliteten til enkeltindivider. Studier viser at lave matematikkferdigheter kan ha negative konsekvenser på en rekke områder, som for eksempel arbeidskarriere, psykisk og fysisk helse, økonomisk trygghet og sosialt og politisk engasjement (Bynner & Parsons, 2006; Garcia-Retamero et al., 2015). Samlet sett tyder mye på at en forbedring av elevers matematikkferdigheter i det lange løp vil gagne både den enkelte elev og Norge som nasjon. Gjennom sitt samfunnsmandat har skolen et medvirkende ansvar for elevenes matematikkferdigheter (Kunnskapsdepartementet, 2017).

Matematikkfaget har en kumulativ oppbygning, hvilket innebærer at senere ferdigheter bygger på tidligere kunnskap. Det er derfor nærliggende å tenke at tiltak som har til hensikt å forbedre elevers matematikkferdigheter må iverksettes tidlig for at elevene ikke skal bli hengende etter. Matematikkferdigheter i alderen 5-6 år er den enkeltfaktoren som i størst grad predikerer senere akademiske ferdigheter (Duncan et al., 2007), og allerede ved skolestart er det store individuelle forskjeller i elevenes matematikkferdigheter (Aunio et al. 2009, s. 27; Duncan et al., 2007, s.1431). De elevene som strever med tilegnelse av tidlige matematikkferdigheter ved skolestart, er i stor grad de samme elevene som forblir hengende etter videre i skoleløpet (Geary, 2013; Jordan et al., 2009, s. 850; Judge & Watson, 2011, s. 147). Skolene bør derfor ta sikte på å identifisere elevene som har utfordringer med matematiske ferdigheter ved skolestart, slik at disse elevene kan få tidlig hjelp og muligens forebygge matematikkvansker (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 433; Aunola et al., 2004, s. 710;

Pinto et al., 2016, s. 435). Dette er i tråd med politiske føringer, hvor det blant annet er foreslått innføring av forskningsbaserte kartlegginger av numeriske ferdigheter allerede i 4- og 6-årsalderen, for å identifisere og igangsette tiltak for de eleven som har behov for ekstra hjelp (NOU 2019:3, s. 15). Tidlig kartlegging og iverksetting av tiltak kan føre til bedre organisering og kvalitet i opplæringen både med tanke på det ordinærtilpassede opplæringstilbudet (Opplæringsloven, 1998, § 1-3) og det spesialpedagogisktilpassede opplæringstilbudet (Opplæringsloven, 1998, § 1-3; § 5-1). Samtidig kan det føre til at elevene med særskilte behov (Opplæringsloven, 1998, § 5-1) oppdages tidligere og får et bedre opplæringstilbud, noe som er etterlyst fra flere hold (Barneombudet, 2017; Meld. St. 6 (2019-2020), s. 48-51; Nilsen, 2017a, s. 62; Nordahl et al., 2018; NOU 2019:3, s.195-199).

Sett fra et spesialpedagogisk perspektiv vil tidlig kartlegging og hjelp kunne ha positive ringvirkninger med tanke på elevers mestringstro og inkludering (Haug, 2011; Haug, 2017; Haug 2020; Nilsen, 2017b, s. 24-30). Med dette menes at elever som opplever mestring og tiltro til egne ferdigheter håndterer skolehverdagen bedre enn elever som ikke gjør slike erfaringer (Lassen, 2017, s. 137-138). Elever som opplever mestring motiveres i større grad til å jobbe med oppgaver og delta aktivt i læringssituasjoner, noe som kan bidra til økt læringsutbytte og forventinger til egne prestasjoner. Dette kan bidra til at elevene blir i stand til å fullføre videregående skole, som igjen øker sjansene for et aktivt arbeidsliv (Meld. St. 6, (2019-2020), s. 10). Selv om det også er andre faktorer som spiller inn på læring, virker det ganske klart at skolene i større grad bør etterstrebe tidlig identifisering og hjelp til elever som har vansker med tilegnelse av tidlige matematikkferdigheter. Behov for tidlig identifisering og hjelp sammenfaller med intensjonene i rundskrivet Q-16/2008: «Forebyggende innsats for barn og unge» (Barne- og likestillingsdepartementet, 2007). Her skisseres en oppfølging av forebyggende arbeid på tre nivåer, bruk av intervensjoner og behov for kunnskapsbaserte tiltak slik at man kan si noe om effekten av tiltakene som iverksettes (Barne- og likestillingsdepartementet, 2007, s. 3-7). Selv om skolene er pålagt å iverksette intensiv opplæring til elever som står i fare for å bli hengende etter i lesing, skriving og regning (Opplæringsloven, 1998, § 1-4), finnes det få studier som har undersøkt hvilken effekt intensiv opplæring fra skolestart har på elevers matematikkferdigheter.

## 1.2.Hensikt og problemstilling

Hensikten med denne masteroppgaven er å undersøke effekten av et intensivt opplæringstilbud for elevers tidlige matematikkferdigheter. Stortingsmelding 6 ((2019-2020), s.43) illustrerer at mange elever i overgangen fra barnehage til skole mister vedtak om spesialpedagogisk hjelp, uten at det erstattes av retten til spesialundervisning. Dette kan føre til at barn som har behov for ekstra oppfølging og tilrettelegginger ikke får det i tilstrekkelig grad ved oppstart på 1.trinn. Skolene skal ha en lav terskel for å igangsette tiltak og ikke innta en «vente-og-se-holdning» (Utdanningsdirektoratet, 2018). Denne masterundersøkelsen ønsker å ivareta denne elevgruppa for å kunne tilby tidlig hjelp. Gjennom tidlig kartlegging av numeriske ferdigheter har denne masterunderøkelsen til hensikt å identifisere elever som er i risiko for å bli hengende etter i opplæringen i matematikk og deretter kunne tilby intensiv opplæring innenfor opplæringslovens §1-4 (1998). Den intensive opplæringen vil gis i form av en selvutviklet intervensjon, og formålet med masterundersøkelsen er å forske på effekten av tiltak det skal være mulig å ta i bruk i den praktiske skolehverdagen. Med utgangspunkt i dette ble følgende problemstilling utarbeidet:

Hva er effekten av tidlig, intensiv opplæring for 1.trinnselever som identifiseres med svake ferdigheter i matematikk?

For å svare på studiens problemstilling utformes fem forskningsspørsmål:

1) Hvilken effekt har 8 ukers matematikkintervensjon på symbolsk tallforståelse?
2) Hvilken effekt har 8 ukers matematikkintervensjon på tallkunnskap?
3) Hvilken effekt har 8 ukers matematikkintervensjon på aritmetisk ferdighet addisjon?
4) Hvilken effekt har 8 ukers matematikkintervensjon på aritmetisk ferdighet subtraksjon?
5) Hvilken effekt har 8 ukers matematikkintervensjon på tekstoppgaver?

## 1.3.Begrepsavklaringer og rettighetsopphav

Matematikkfeltet er et forholdsvis ungt forskningsfelt (Dowker, 2005, s. 324; Price & Ansari, 2013, s. 2). Mye av litteraturen og forskningsstudiene som foreligger er gjennomført i engelskspråklige land, eller gjengitt med engelsk språk. Det vil derfor være en del begreper som vanskelig lar seg oversette til norsk med samme presisjonsnivå som det har på engelsk. I denne oppgaven er det foretatt oversettelser av ord og begreper, men i noen tilfeller vil de engelske termene benyttes. Flere steder i teksten er de oversatte begrepene oppgitt i engelsk for å unngå misforståelse. Da presenteres det norske ordet først med det engelske begrepet i parentes, som for eksempel: matematikkvansker (eng. mathematical difficulties). Lignende bruk av engelske termer er også gjort når det gjelder statistiske begreper.

Når det kommer til begrepene matematikkferdigheter og tidlige matematikkferdigheter er det oversettelser av de engelske begrepene «numeracy» og «early numeracy». «Early numeracy» omhandler flere ferdigheter, som verbal telling, kunne navn på tallsymbol og gjenkjenne, anslå og manipulere mengder (Raghubar & Barnes, 2017). På norsk vil det i mange tilfeller være mer riktig å oversette «early numeracy» til tidlige regneferdigheter, enn tidlige matematikkferdigheter. Årsaken til at tidlige matematikkferdigheter benyttes i mange sammenhenger handler om forståelsen av ordene regning og matematikk. Det er lett å anta at regneferdigheter handler om evnen til å utføre regneoperasjoner med de fire regneartene, mens det i virkeligheten innebærer mye mer. Matematikk derimot er for mange et begrep som rommer flere områder og ferdigheter og på den måten mer forklarende enn regneferdigheter. I oppgaven vil både tidlige matematikkferdigheter og tidlige regneferdigheter benyttes som synonymer og henspiller da til det engelske begrepet «early numeracy». Begrunnelsen for dette er først og fremst språklige, fordi det gir mulighet for større variasjon og bedre flyt i teksten. Når det i denne oppgaven snakkes om tekstoppgaver handler det om de engelske begrepene «word problems» og «word problem solving». Dette er matematikkoppgaver som blir gitt i form av tekst, som kan presenteres skriftlig, eller verbalt for elever som ikke mestrer skriftlig tekst.

Elevene som utgjør utvalget i denne studien, er identifisert til å ha svake ferdigheter i matematikk. Det innebærer at elevene er i fare for å bli hengende etter i matematikkfaget og kan være i risiko for å utvikle matematikkvansker. Gjennom teksten vil det derfor være en vekselsvis bruk av elever som står i fare for å bli hengende etter i regning og matematikk, fordi dette er formuleringen i opplæringslovens § 1-4 (1998) og svake ferdigheter i matematikk eller svake matematikkferdigheter.

Når det gjelder modeller og figurer som presenteres er det gjort grundige avveiinger rundt bruk av disse. Det er vurdert at modellene og figurene gjør innholdet mer forståelig for leseren og derfor bør inkluderes. Når det kommer til opphavsrett, har regler rundt gjengivelse av figurer blitt undersøkt grundig. Masteroppgaver kan anses som en vitenskapelig fremstilling (DelRett, 2019). Modeller og figurer som benyttes i denne oppgaven er derfor i tråd med åndsverklovens § 37 første ledd (2018), som gir adgang til bruk av kunstverk og fotografiske verk i vitenskapelige fremstillinger, siden modeller og figurer kan anses som «verker» av slik karakter (DelRett, 2019).

## 1.4. Oppgavens oppbygning

Denne masteroppgaven er bygd opp av 6 kapitler. I første kapittel aktualiseres oppgavens tema. Bakgrunn for valg av problemstilling, hensikt med studien og avklaring av begreper og opphavsrett til modeller og figurer blir presentert. Kapittel 2 omhandler det teoretiske rammeverket som legger grunnlaget for masterundersøkelsen og som vil benyttes til å drøfte funn. I denne oppgaven omhandler dette rammeverket utvikling av matematikkferdigheter, ulike årsaksforklaringer og hva som predikerer matematiske ferdigheter. Videre presenteres kjennetegn på matematikkvansker, gjennomgang av intervensjonsbegrepet og hva tidligere undersøkelser som har forsøkt å styrke elevers matematikkferdigheter har funnet ut. I kapittel 3 redegjøres det for studiens design og metodologiske tilnærming. Her vil prosedyren for studien presenteres og relevante kvalitetsvurderinger med tanke på validitet og reliabilitet belyses. Deretter følger en kort presentasjon av intervensjonsmaterialet som er utarbeidet før testbatteriet og etiske perspektiver utdypes. I kapittel 4 begrunnes valg av analyse og kriterier for å forkaste nullhypotesen. I tillegg redegjøres det for effektstørrelse og p-verdi før funnene fra studien presenteres. I kapittel 5 vil funnene drøftes i lys av teori og empiri som er redegjort for i teorikapittelet, og drøftinger rundt kvalitetsvurderinger av studien blir belyst. Kapittel 6 er avslutningskapittelet. Her oppsummeres funn og hvilke implikasjoner studien kan ha for spesialpedagogisk praksis og forskning. Det vil blant annet foreslås måter å gjøre fremtidige studier på både med tanke på bruk av målrettede eller universelle intervensjoner og randomisert clusterdesign (Dron et al., 2021; Raudenbush, 1997) og behov for studier som måler langtidseffekt. Oppgaven avsluttes med en kort oppsummerende kommentar.

# 2.Teori

For å kunne besvare studiens problemstilling må det sees nærmere på hva tidlige matematikkferdigheter er, hvilke faktorer som spiller inn på utviklingen og hva som fører til at noen barn har større vansker med tilegnelsen av matematikkferdigheter enn andre. Den første delen av teorikapittelet vil belyse disse aspektene. Deretter presenteres teori og empiri om intervensjoner og prinsipper for opplæring med tanke på forebygging av vansker. Helt til slutt oppsummeres hovedmomentene fra teorikapittelet.

## 2.1.Utvikling av matematiske ferdigheter

Utviklingen av matematiske ferdigheter starter lenge før den formelle opplæringen i matematikk på skolen (Krajewski & Schneider, 2009, s. 513; Sarama & Clements, 2009, s. 6). Allerede fra spedbarnsalder viser de matematiske ferdighetene seg gjennom evnen til å orientere seg i rom og retning, og til å skille ut den største av to mengder i størrelsesforhold 1:2 (Izard et al., 2009, s. 10382). Deretter utvikles de grunnleggende matematikkferdighetene gradvis, og i førskolealder vil barn uten formell opplæring ha en viss forståelse for blant annet mengder, geometriske figurer, mønster og tall (National Research Council et al., 2009, s. 21-57). Overgangen fra de iboende, selvutviklende ferdighetene, til mer abstrakt forståelse av matematikk utvikles gjennom den formelle opplæringen (Purpura et al., 2013, s. 454). I Norge inntreffer denne overgangen i alderen 5-6 år, da barna begynner på skolen. For denne aldersgruppen har Aunio og Räsänen (2016, s. 697-698) definert fire kjerneferdigheter innenfor matematikk som legger grunnlaget for god matematikkutvikling. De fire ferdighetene som trekkes frem er tallforståelse, både symbolsk og ikke-symbolsk, relasjonelle ferdigheter, som blant annet handler om forståelse for tallkunnskap, telleferdigheter og grunnleggende aritmetiske ferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 698). Dette samsvarer med funn fra andre studier i tilsvarende aldersgruppe (som for eksempel Aubrey et al., 2006; Aunola et al., 2004; Desoete & Royers, 2009; Geary, 2011b; Gersten et al., 2005; Jordan et al, 2007; Xenidou-Dervou et al., 2018). Utviklingen av tidlige regneferdigheter legger grunnlaget for senere matematikkferdigheter, som er viktig både for skolefaglige prestasjoner og senere hverdags- og arbeidsliv (NOU, 2009:18, s. 65). Tidlige matematiske ferdigheter utvikles i samspill mellom iboende faktorer og påvirkning fra omgivelsene. I neste avsnitt vil det bli sett nærmere på utvikling av ferdigheter og teoretiske modeller for utvikling av matematikkferdigheter.

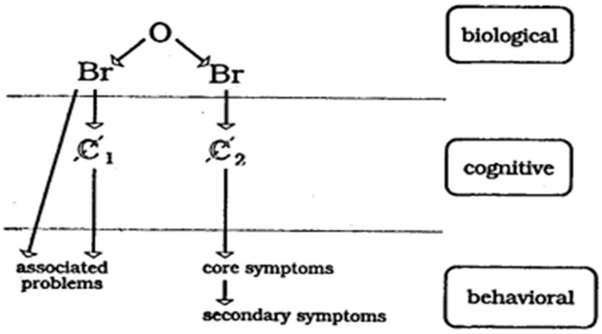
## 2.2.Domenegenerelle og domenespesifikke teorier

### 2.2.1.Innvirkning på utvikling av ferdigheter

Utvikling av matematiske ferdigheter avhenger av både arvelige, iboende faktorer og miljømessige påvirkninger. Noen av disse komponentene er generelle og gjør seg gjeldende på alle områder for læring og utvikling, mens andre komponenter er mer spesifikke og retter seg mot enkelte ferdigheter og områder. Domenegenerelle faktorer omhandler de generelle, kognitive evnene til et individ, som intelligens, språk og eksekutive funksjoner (Geary, 2011a, s.1540-1541). Domenespesifikke faktorer handler om spesifikke ferdigheter innenfor ett område, som for eksempel telling og aritmetiske ferdigheter i matematikk (Malone et al., 2022, s. 1; Passolunghi & Lanfranchi, 2012, s. 46). Samspillet mellom de domenegenerelle og domenespesifikke faktorer kan illustreres med Morton og Frith (1995, s. 386) sin modell for generell ferdighetsutvikling. En versjon av modellen er gjengitt i figur 1.

**Figur 1**

*Generell, skjematisk årsaksmodell for utvikling av ferdigheter.*




*Note.* Fra "Causal modeling: A structural approach to developmental Psychology," av J. Morton og U. Frith, i D. Chicchetti og D. J. Cohen (red.), *Manual of developmental psychopathology* (s. 386), 1995, Wiley.

Det biologiske nivået (eng. biological level) i modellen referer til arvede, genetiske komponenter. Matematiske ferdigheter er arvelige og knyttet til flere gener (Skeide et al., 2020). Tilsvarende funn er gjort i flere tidligere studier (som for eksempel Alarcón et al., 2000; Haworth et al., 2009; Kovas et al., 2007). Det er derimot noe mer uavklart hvilke biologiske faktorer som kan forklare sammenhengen med matematiske evner (Skeide et al., 2020). På det kognitive nivå (eng. cognitive level) finner man domenegenerelle faktorer som eksekutive funksjoner, intelligens og språk, mens observerbart atferdsnivå (eng. behavioral level) omhandler domenespesifikke faktorer som er observerbare, som for eksempel telleferdigheter. Noe forenklet kan man si at det for alle individer er noen arvelige komponenter som ligger til grunn og har innvirkning på utvikling av domenegenerelle faktorer (Morton & Frith, 1995, s. 358). Samtidig vil de kunnskaper og ferdigheter et individ har komme til syne på det observerbare atferdsnivået gjennom de domenespesifikke ferdighetene personen innehar (Tricot & Sweller, 2014, s. 265-266). De domenespesifikke ferdighetene utvikles gjennom stimuli og miljømessige faktorer (Song & Porath, 2005, s. 244). Dette innebærer at selv om det ligger noen biologiske og domenegenerelle faktorer til grunn for all læring, kan ferdigheter utvikles ut fra hva slags miljø man vokser opp i. En som vokser opp i et miljø der det legges til rette for telleaktiviteter, samtaler om mengder og bruk av matematiske begreper, vil kunne utvikle matematikkferdighetene sine i større grad enn en som ikke vokser opp i et slikt miljø.

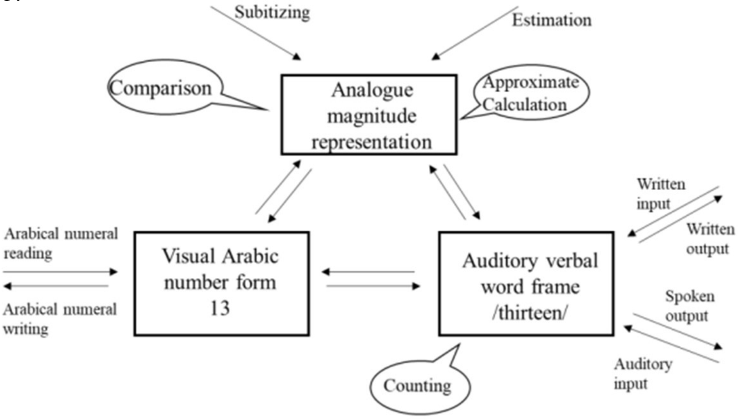
Modellen til Morton og Frith (1995. s. 386) bidrar til å kunne tolke og forklare matematikkferdigheter i lys av både domenegenerelle og domenespesifikke faktorer. Når det gjelder utvikling av ferdigheter finnes det derfor domenegenerelle årsaksforklaringer og domenespesifikke årsaksforklaringer. Dette har bidratt til ulike teorier for utvikling av matematikkferdigheter. I neste avsnitt presenteres noen av disse teoriene fremstilt i ulike modeller.

### 2.2.2.Teoretiske modeller om utvikling av matematikkferdigheter

Dehaene (1992) utviklet en modell hvor det antas at tallforståelse beror på tre komponenter og konverteringen mellom dem. Teorien bak modellen er at tall representeres i ulike komponenter og at velutviklet tallforståelse i stor grad avhenger av samspillet mellom de ulike komponentene (Dehaene, 1992, s. 30; Dehaene & Cohen, 1995, s. 85). De ulike komponentene er skriftliggjøring av arabiske tall (eng. visual arabic number form), auditorisk verbal ordramme (eng. audiotory verbal word frame) og analog mengde-representasjon (eng. analog magnitude representation). Figur 2 viser hvordan Dehaene (1992) teoretiserte samspillet mellom de ulike komponentene. De ulike pilene som er tegnet inn er ikke kausale piler, men en visualisering av hvordan de ulike komponentene bindes sammen og hvilke delferdigheter hver av komponentene bidrar med når man jobber med prosessering av tall- og mengderelaterte oppgaver.

**Figur 2**

*«Triple code model» illustrerer komponentene og ferdighetene som bør aktiveres i arbeid med symbolsk tallforståelse.*




*Note.* Fra "Varieties of numerical abilities", av S. Dehaene, 1992, *Cognition, 44,* s. 31.

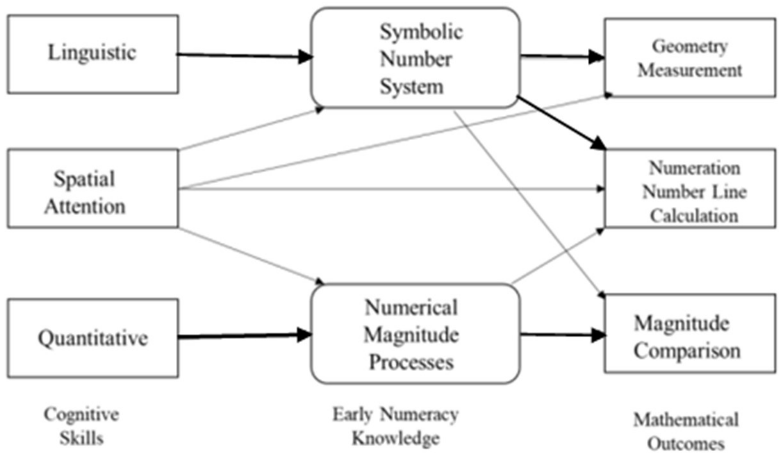
Triple Code Model (Dehaene, 1992) har i ettertid blitt testet empirisk, og disse undersøkelsene indikerer at den teoretiske modellen fungerer som en forklaring for samspillet mellom ulike komponenter når man gjør oppgaver relatert til tall og mengder (Malone, Heron-Delaney et al., 2019; Schmithorst & Brown, 2004). Dette innebærer at elever som lærte seg konvertering mellom mengder og muntlig representasjon eller skriftlig tallsymbol presterte bedre på oppgaver relatert til aritmetiske ferdigheter (Malone, Heron-Delaney et al., 2019, s. 9). Dette funnet støtter teorien om at konvertering mellom mengder, tallord og skriftlig tallsymbol fungerer som fundamenter for utvikling av formelle aritmetiske ferdigheter (Malone, Heron-Delaney et al., 2019, s. 9). Oppsummert viser Triple Code Model (Dehaene, 1992) at det er komponenter knyttet til muntlig forståelse av tallordet, mengdeforståelse for hva tallet representerer og de skriftlige tallsymbolene som aktiveres når man jobber med tall og mengder. Skal man ta denne modellen ut i en utdanningssetting, kan Triple Code Model (Dehaene, 1992) illustrere viktigheten av å bruke aktiviteter som omhandler muntlig språk, skriftlig symbolspråk og representasjoner parallelt for å tilegne seg trygg tallkunnskap. Triple Code Model (Dehaene, 1992) legger frem at det er tre avhengige komponenter som inngår i tilegnelsen av tidlige regneferdigheter. Denne modellen har også blitt kritisert for at den i for liten grad har tatt hensyn til kognitive faktorer, samtidig som den ikke hadde til hensikt å si noe om utvikling av ferdigheter. LeFevre et al. (2010) utvidet derfor Triple Code Model (Dehaene, 1992) og fremsatte en hypotese hvor de hevder det er tre uavhengige kognitive prosesser som virker inn på utviklingen av tidlige matematikkferdigheter for barn i alderen 4-8 år. Denne modellen ble undersøkte i et longitudinelt design.

### «Pathways to mathematics»

LeFevre et al. (2010) hypotetiserte at de kognitive prosessene språk (eng. linguistic), visuospatial evne (eng. spatial attention) og mengdeforståelse (eng. quantitative) hver for seg vil ha innvirkning på utvikling av tidlige regneferdigheter som igjen kan relateres til senere matematikkprestasjoner. LeFevre et al. (2010) utarbeidet en modell som viser hvordan de antok at de ulike prosessene henger sammen. Denne modellen er gjengitt i figur 3, og viser hvordan LeFevre et al. (2010) antok at de kognitive prosessene språk, visuospatial evne og mengdeforståelse kan ha sammenheng med utviklingen av matematiske ferdigheter.

**Figur 3**

*«Pathways to mathematics» illustrerer hvilke kognitive faktorer som predikerer utvikling i tidlige regneferdigheter og matematiske områder.*




*Note.* Fra «Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance», av J-A. LeFevre, L. Fast, S.-L. Skwarchuk, B. L. Smith-Chant, J. Bisanz, D. Kamawar & M. Penner-Wilger, 2010, *Child Development, 81*(6), s. 1755, (https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x).

LeFevre et al. (2010, s. 1763-1765) fant at språk er det området som i størst grad ser ut til å ha betydning for matematiske ferdigheter totalt sett, mens mengdeforståelse har mest å si for mengdesammenligning (LeFevre et al., 2010, s. 1755). De tynne pilene fra visuospatial evne viser at denne prosessen ikke predikerer utviklingen like sterkt. Derimot er visuospatial evne den eneste komponenten som predikerer utvikling på begge faktorer knyttet til tidlige regneferdigheter, og den kognitive ferdigheten som påvirker flest områder totalt (LeFevre et al., 2010, s. 1755). Funnene til LeFevre et al. (2010) viser i likhet med Triple Code Model av Dehaene (1992), at mengdeberegning, tallsymbol og språk er viktige komponenter i tilegnelsen av matematikkferdigheter. Derimot er forklaringen om hvordan de ulike komponentene spiller inn noe ulik. Triple Code Model (Dehaene, 1992) legger til grunn at det er et samspill mellom tre komponenter som inngår i tidlige regneferdigheter, mens LeFevre et al. (2010) hevder at det er tre uavhengige komponenter som er med på å forklare matematiske ferdigheter.

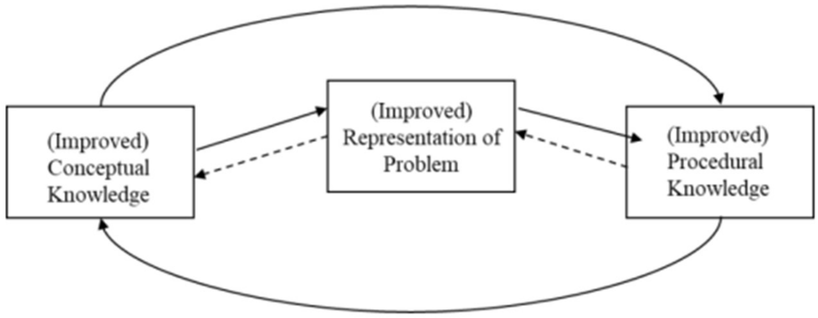
Både Triple Code Model (Dehaene, 1992) og Pathways to mathematics (LeFevre et al., 2010) presenterer sammenhenger når det gjelder tilegnelse av matematikkferdigheter. Dehaene (1992) sin modell er en forklarende modell om hvilke prosesser som er involvert når man arbeider med tall og mengder. Modellen til LeFevre et al. (2010) undersøker hvilke kognitive ferdigheter som kan forklare utvikling av tidlige regneferdigheter og senere matematikkferdigheter. Begge modellene fokuserer derimot mindre på hvordan disse ferdighetene inngår i en bredere matematisk kontekst med praktisk bruk og forståelse. En modell som i større grad forsøker å vise dette er en modell utarbeidet av Rittle-Johnson et al. (2001). Modellen kalles «Iterativ model for the development of conceptual and procedural knowledge» (Rittle-Johnson et al., 2001) og handler i større grad om en stadig pågående prosess av sammenhengende komponenter for å utvikle gode matematikkferdigheter.

**«Iterativ model for the development of conceptual and procedural knowledge»**

Modellen til Rittle-Johnson et al. (2001, s. 347) legger til grunn at matematikkferdigheter er avhengig av både prosedyrekunnskap og konseptuell forståelse (Rittle-Johnson et al., 2015, s. 588; Rittle-Johnson & Schneider, 2015, s. 1129). Prosedyrekunnskap handler om faktakunnskap, det å vite hva og hvordan man løser en oppgave mer eller mindre etter prosedyrer (Baroody et al., 2007, s. 123; de Jong & Ferguson-Hessler, 1996, s.107; Rittle-Johnson & Schneider, 2015, s. 1119). Konseptuell forståelse handler om å forstå hvilke strategier som egner seg best til oppgaven som skal løses, og hvorfor strategiene er hensiktsmessige. I tillegg handler det om å se ulike sammenhenger og løsninger på tvers av oppgavetyper (Baroody et al., 2007, s. 123; de Jong & Ferguson-Hessler, 1996, s.107; Rittle-Johnson & Schneider, 2015, s. 1119). Rittle-Johnson et al. (2001) hevder at den beste måten å forstå sammenhengen mellom prosedyrekunnskap og konseptuell forståelse er å se på dem som to faktorer som utvikles parallelt, hvor forbedring på det ene området gir forbedring på det andre (Rittle-Johnson et al., 2011, s. 359-360). Modellen som viser disse sammenhengene, er gjengitt i figur 4.

**Figur 4**

*«Iterativ model for the development of conceptual and procedural knowledge» illustrerer sammenhengen i utvikling og vekst mellom prosedyrekunnskap, konseptuell forståelse og matematikkferdigheter.*




*Note.* Fra "Developing Conceptual Understanding and Procedural Skill in Mathematics: An Iterative Process", av B. Rittle-Johnson, R.S. Siegler og M. W. Alibali, 2001, *Journal of Educational Psychology, 93*(2), s. 347 (https://doi.org/10.1037//0022-0663.93.2.346).

Rittle-Johnson et al. (2001) er i mindre grad opptatt av hvilke ferdigheter som forløper senere ferdigheter, at en form for kunnskap utvikles før andre, og foreslår heller en sameksisterende og kontinuerlig prosess som har betydning for utviklingen og evnen til å løse matematiske oppgaver. En svakhet med modellen er at den kan gi inntrykk av at prosedyrekunnskap og konseptuelle ferdigheter utvikles symmetrisk, noe som ikke trenger å være tilfellet. Relasjonen mellom kunnskapene kan sies å være resiprok. Det innebærer at en forbedring i ferdigheter på det ene området gir forbedring på det andre og at de påvirker hverandre gjensidig. Det betyr nødvendigvis ikke at utviklingen er symmetrisk slik at ferdighetene utvikles proporsjonalt med hverandre (Rittle-Johnson & Schneider, 2015, s. 1126). Prosedyrekunnskap og konseptuell forståelse eksisterer med andre ord i en slags symbiose og er iterative prosesser som hele tiden utvikles når ny kunnskap tilegnes (Rittle-Johnson & Schneider, 2015, s. 1124). På den måten belyser modellen at ferdigheter i matematikk handler om mer enn å kunne enkelte prosedyrer og fremgangsmåter og bør derfor tas i betraktning når det gjelder matematikkundervisning (Rittle-Johnson & Schneider, 2015, s. 1126).

**Oppsummerende kommentar av teoretiske modeller**

De teoretiske modellene av Dehaene (1992), LeFevere et al. (2010) og Rittle-Johnson et al. (2001) viser at matematikkferdigheter er et sammensatt og komplekst fenomen. Modellene viser at matematikkferdigheter avhenger både av språklige elementer som skriftlig og muntlig presentasjon og forståelse av symbol og mengder (Dehaene, 1992; LeFevre et al., 2010). I tillegg illustrerer modellen til Rittle-Johnson et al. (2001) at det kreves både prosedyrekunnskap og konseptuell forståelse for å utvikle gode matematikkferdigheter. Sett i sammenheng med modellen til Morton og Frith (1995) er det rimelig å anta at matematikkferdigheter forklares av både domenegenerelle og domenespesifikke faktorer. Spørsmålet blir dermed hvilket av disse to domenene som har størst prediktiv verdi når det gjelder utviklingen av matematikkferdigheter. I neste avsnitt vil det derfor sees nærmere på både domenegenerelle og domenespesifikke faktorers betydning og prediksjoner for utvikling av matematikkferdigheter.

### 2.2.3.Matematikkferdigheter og domenegenerelle ferdigheter

Domenegenerelle ferdigheter kan enklest forklares som ferdigheter man er avhengig av i all læring; det er kognitive faktorer som legger grunnlag for utvikling og læring på tvers av fagområder (Malone et al., 2022, s. 1; Taub et al., 2008, s. 187). I tillegg til å være grunnlag for læring generelt, er det sett nærmere på om domenegenerelle ferdigheter kan være med på å forklare individuelle forskjeller i utvikling av matematikkferdigheter. Videre følger en kort redegjørelse av de domenegenerelle ferdighetene intelligens, eksekutive funksjoner, arbeidsminne og språk, og sammenhengen med utvikling av matematikkferdigheter.

**Generell intelligens**

Generell intelligens handler om evnen til å tenke logisk og systematisk (Embretson, 1995, s. 169), og viser seg å predikere senere akademiske prestasjoner (Furnham, 1995, gjengitt i Diseth, 2002, s. 219; Taub et al., 2008, s. 187). En longitudinell studie av Deary et al. (2007) viser at intelligens ved 11-års alder er den faktoren som best predikerer matematikkresultater ved 16-års alder. Intelligens er derimot et vanskelig fenomen å måle (Jensen, 1984, s. 96), og det finnes per dags dato heller ingen bevis for at intelligens fører til statiske matematikkferdigheter som ikke lar seg utvikle gjennom intervensjoner eller opplæring (Geary, 2011a, s. 1540). Dette betyr at selv om et individs generelle intelligens anses som lav, vil det være mulig å forbedre matematikkferdighetene gjennom intervensjoner og læring.

**Eksekutive funksjoner**

Eksekutive funksjoner er en samlebetegnelse for flere kognitive komponenter som blant annet arbeidsminne, inhibisjon og fleksibelt skifte (Cragg et al., 2017, s. 13). Arbeidsminne handler om å kunne innhente, bearbeide og holde på informasjon, inhibisjon er evnen til å stenge ute irrelevant informasjon og impulser, mens fleksibelt skifte handler om å kunne tenke fleksibelt og skifte oppmerksomhet mellom ulike oppgaver (Cragg et al., 2017, s. 13). Dette er relevant for å løse matematikkoppgaver fordi det å løse matematikkoppgaver stiller krav til å lagre informasjon, benytte avanserte tankeprosesser og gjenkalle fakta simultant (Geary, 2011a, s. 1540; Mononen et al., 2022, s. 337). En studie av Bull et al. (2008) viste eksempelvis at barn i alderen 5-6 år med velutviklede eksekutive funksjoner har et forsprang i akademiske ferdigheter sammenlignet med jevnaldrende med dårligere utviklede eksekutive funksjoner. Tilsvarende funn er gjort i flere studier (Cragg et al., 2017; Passolunghi & Lanfranchi, 2012; Van der Ven et al., 2012). Det er derimot knyttet noe usikkerhet til i hvilken grad og i hvilke deler av de eksekutive funksjonene som relateres til matematikkferdigheter (Van der Ven et al., 2012, s. 114-115). Ett av områdene innenfor eksekutive funksjoner som har vært undersøkt nærmere er arbeidsminne.

**Arbeidsminne**

Arbeidsminnet deles ofte inn i tre komponenter: fonologisk løkke, sentraleksekutive og visuospatial skisseblokk (Bull et al., 2008, s. 206; Hulme & Snowling, 2009, s. 190). En studie av Cragg et al. (2017, s. 24) har funnet at arbeidsminne har en direkte påvirkning på matematiske ferdigheter når det kommer til å identifisere og konstruere problem, samt utføre oppgaver som krever både prosedyrekunnskap og konseptuelle ferdigheter. Det er også funnet belegg for at barn med matematikkvansker i skolealder har utfordringer med arbeidsminnet (Andersson & Lyxell, 2007, s. 197). Arbeidsminnet er derimot et sammensatt fenomen, og det er derfor knyttet en del usikkerhet både til hvilke deler av arbeidsminnet som har innvirkning på matematikkferdigheter, og hvilke matematikkferdigheter som berøres av arbeidsminnet. Det er også uklart om det er mulig og hensiktsmessig å trene arbeidsminnet for å forbedre matematiske ferdigheter (Cragg et al., 2017, s. 23). Kompleksiteten i arbeidsminnet fører nemlig til at det er vanskelig å måle (Wilhelm et al., 2013, s. 16) og trene (Melby-Lervåg & Hulme, 2013). Selv om det er gjort studier som mener å ha påvist å kunne forbedre arbeidsminnet (Au et al., 2015; Heinzel et al., 2014; Jaeggi et al., 2008; Klingberg et al., 2002), er det metaanalyser som viser at denne effekten er kortvarig og ikke er overførbar til domenespesifikke ferdigheter (Danielsson et al., 2015, s. 8; Melby-Lervåg & Hulme, 2013, s. 281; Sala & Gobet, 2020, s. 432). Mye tyder altså på at arbeidsminnet har en del å si for utviklingen av matematikkferdigheter (Andersson & Lyxell, 2007; Cragg et al., 2017). Det er derimot flere uavklarte momenter med tanke på hvordan arbeidsminnet påvirker ferdigheter i matematikk, og om det er mulig å trene for å forbedre domenespesifikke ferdigheter

(Danielsson et al., 2015, s. 8; Melby-Lervåg & Hulme, 2013, s. 281; Sala & Gobet, 2020, s. 432). En annen domenegenerell faktor det er uavklarte spørsmål rundt med tanke på utvikling av matematikkferdigheter er språk.

**Språk**

Språk handler om kommunikasjon og samhandling gjennom å forstå og gjøre seg forstått, både muntlig og skriftlig (Bloom & Lahay, 1978, s. 4; Law, 2000, s. 3-8). Dette innebærer blant annet fonologisk bevissthet, godt ordforråd, forståelse for bruk og kontekst, og kjennskap til skrift og symboler (Bloom & Lahay, 1978, s. 3-23; Klem et al., 2015, s.147; Lepola et al., 2012, s. 260). Utviklingen av gode språkferdigheter avhenger i stor grad av den fonologiske løkken, som er en del av arbeidsminnet (Baddeley et al., 1998, s. 158). Språkferdigheter blir likevel ofte ansett som en selvstendig domenegenerell ferdighet, fordi språk er viktig for utvikling og læring på tvers av fagområder. Når det gjelder språk og matematikk viser studier at generelle språkferdigheter predikerer senere matematikkferdigheter (Espinas & Fuchs, 2022; LeFevre et al., 2010; Purpura et al., 2011; Purpura & Ganley, 2014; Vanbinst et al., 2020). Studier viser at barns språkferdigheter kan ha stor innvirkning på tidlige matematikkferdigheter før formell opplæring (LeFevre et al., 2010; Purpura et al., 2011) og til tekstoppgaver i tidlig skolealder (Fuchs et al., 2005; Fuchs et al., 2010). Det er derimot knyttet en del usikkerhet til hvilke språklige komponenter som har størst innvirkning på matematikk. Det ser for eksempel ikke ut til at en forbedring av generelle språkferdigheter gir forbedring i matematikkferdigheter (Jordan et al., 2012). Derimot peker en rekke undersøkelser i retning av at språkkomponenter relatert til matematiske begreper har innvirkning på matematikkferdigheter (Purpura & Reid, 2016; Purpura, Napoli et al., 2017; Purpura, Day et al., 2017; Toll & Van Luit, 2014). Mye er fremdeles uavklart med tanke på språk og matematikk og hvorvidt det er domenegenerelle språkferdigheter, eller mer domenespesifikke ferdigheter knyttet til matematiske ord og begreper, som i størst grad predikerer matematikkferdigheter. Studier peker derimot i retning av at det er domenespesifikke språkkomponenter knyttet til matematiske ord og begreper som i størst grad predikerer senere matematikkferdighetene (Espinas & Fuchs, 2022; Purpura & Ganley, 2014; Purpura, Napoli et al., 2017).

Oppsummert tyder summen av funn fra flere studier på at domenegenerelle ferdigheter predikerer senere matematikkferdigheter (Andersson & Lyxell, 2007; Bull et al., 2008; Cragg et al., 2017; Deary et al., 2007; Espinas & Fuchs, 2022; Fuchs et al., 2005; LeFevre et al., 2010; Passolunghi & Lanfranchi, 2012; Purpura et al., 2011; Purpura & Ganley, 2014; Vanbinst et al., 2020; Van der Ven et al., 2012). Samtidig viser undersøkelser at selv om de domenegenerelle ferdighetene predikerer vekst i matematisk utvikling, er de domenespesifikke ferdighetene vel så sterke prediktorer (Chu et al., 2016, s. 11; Malone et al., 2022, s. 4).

### 2.2.4.Matematikkferdigheter og domenespesifikke ferdigheter

Domenespesifikke ferdigheter handler om spesifikke ferdigheter innenfor ett område, som for eksempel telling og aritmetiske ferdigheter i matematikk (Malone et al., 2022, s. 1; Passolunghi & Lanfranchi, 2012, s. 46). Domenespesifikke ferdigheter er de ferdighetene som kommer til syne på observerbart atferdsnivå (Morton & Frith, 1995, s. 386). Når det kommer til domenespesifikke ferdigheter innenfor matematikk, er det i longitudinelle studier funnet belegg for at det i alderen 5-7 år er telling, forståelse for mengden til et gitt tallsymbolet, tallkunnskap og aritmetiske ferdigheter som predikerer senere matematikkferdigheter (Chu et al., 2016, s. 775; Geary, 2011a, s. 1549; Göbel et al., 2014, s. 795-797).

Geary (2011a, s. 1549) finner at tallesing og det å avgjøre hvilket av to tall som er størst i alderen 6-7 år er kritiske komponenter for senere matematikkferdigheter. Aunio og Niemivirta (2010, s. 431-432) og Aunola et al. (2004, s. 719) finner sammenhenger mellom barns telleferdigheter i 5-6 års alder og senere matematikkferdigheter. Tilsvarende funn er gjort av Jordan et al. (2009). Dette tyder på at det i alderen 5-7 år er de domenespesifikke ferdighetene telling, symbolsk tallforståelse, tallkunnskap og aritmetiske ferdigheter knyttet til addisjon og subtraksjon som bør prioriteres i opplæringen (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunio & Räsänen, 2016; Aunola et al., 2004; Chu et al., 2016; Geary, 2011a; Göbel et al., 2014; Jordan et al., 2009). Det ser også til ut til at domenespesifikke ferdigheter i større grad enn domenegenerelle ferdigheter forklarer individuelle forskjeller i matematikk, både når det gjelder utvikling og vekst (Geary, 2011a, s. 1540). De domenespesifikke ferdighetene er i tillegg lettere å overvåke og intervenere enn de domenegenerelle ferdighetene, og det tas derfor til orde for at opplæringen bør legge domenespesifikke ferdigheter til grunn både med tanke på identifisering og tiltak (Chu et al., 2016, s. 12; Malone et al., 2022, s. 12). Samtidig som de nevnte områder predikerer senere ferdigheter er mange av de samme områdene også markører på matematikkvansker.

Oppsummert viser empiriske funn at det er hensiktsmessig å vektlegge domenespesifikke ferdighetene både i den uformelle og formelle opplæringen av tidlige matematikkferdigheter. Begrunnelsen for dette handler både om å kunne forebygge vansker, men også hjelpe elever med matematikkvansker. Det vil senere i oppgaven bli sett nærmere på et organisatorisk rammeverk som kan benyttes i arbeidet med å forebygge og hjelpe på vansker, men før det vil begrepet matematikkvansker belyses nærmere. Matematikkvansker kan oppleves som et noe tvetydig begrep og det vil derfor i neste avsnitt bli redegjort for begrepet, samt si noe om forekomst av matematikkvansker.

## 2.3.Matematikkvansker

Begrepet matematikkvansker (eng. mathematical learning difficulties) benyttes som paraplybegrep for spesifikke matematikkvansker (eng. mathematical learning disability) og lavtpresterende elever i matematikk (eng. low mathematics achievement) (Geary, 2011b, s. 251; Mononen et al. 2017, gjengitt i Mononen & Lopez-Pedersen, 2019, s. 366). Matematikkvansker er med andre ord en vanske som befinner seg langs et kontinuum fra milde til alvorlige vansker. De mest alvorlige formene for matematikkvansker kalles spesifikke matematikkvansker, og er i DSM-5 (American Psychiatric Association, 2013) omtalt som «Specific learning disorder with impairment in mathematic». Diagnosen innebærer vansker med å forstå tall, automatisere regnefakta, gjennomføre nøyaktige utregninger, og vanskene må ha vedvart i mer enn 6 måneder (American Psychiatric Association, 2013). Vanskene skal heller ikke kunne forklares i andre forhold som fysisk og psykisk funksjonsnedsettelse, mangelfull opplæring eller kognitive ferdigheter. I den norske oversettelsen av ICD-10 (World Health Organization, 2019) benyttes begrepet «Spesifikk forstyrrelse i regneferdighet» om tilsvarende vanske. I ICD-10 defineres vansken som manglende evne til å beherske grunnleggende aritmetiske ferdigheter, men man kan ha bedre ferdigheter innenfor andre områder i matematikk, som for eksempel algebra og geometri (World Health Organization, 2019). Vansken skal heller ikke kunne forklares med mangelfull opplæring eller generell psykisk utviklingshemming, og lese- og staveferdigheter skal ligge innenfor normalområdet. I Norge er ICD-10 fremdeles gjeldende diagnosemanual, men internasjonalt har ICD-11 trådt i kraft (World Health Organization, 2022). I ICD-11 er diagnosenavnet for spesifikk matematikkvanske «Developmental learning disorder with impairment in mathematics» (World Health Organization, 2022). «Developmental learning disorder with impairment in mathematics» (World Health Organization, 2022) er en diagnose som i større grad samsvarer med beskrivelsene i DSM-5 (American Psychiatric Association, 2013), og som ikke krever diskrepans mellom lese- og staveferdigheter og matematikkferdigheter for å ha spesifikke matematikkvansker. Det presiseres også i ICD 11 at vanskene i matematikk omhandler mer enn vansker med å beherske grunnleggende aritmetikk, slik det står i ICD-10. Hvilke begreper som vil bli brukt i den norske oversettelsen er foreløpig ukjent, men begrepsbruken rundt spesifikke matematikkvansker er i endring. Det anslås at om lag 5-7% av barn i skolealder har en vanske forenelig med spesifikk matematikkvanske (Geary, 2011b, s. 251). Spesifikke matematikkvansker er relatert til svekkelse i utviklingen av faktorer på det biologiske nivå, jamfør modellen av Morton og Frith (1995). Derimot finnes det andre som også har utfordringer med matematikk hvor vanskene ikke skyldes en utviklingsforstyrrelse, men andre faktorer som mangel på motivasjon, matteangst, understimulering, mangelfull opplæring eller utfordringer med domenegenerelle ferdigheter, som eksekutive funksjoner (Kroesbergen & van Luit, 2003, s. 97).

### 2.3.1.Kuttpunkt – når er det en elev strever med matematikk?

Elever med spesifikke matematikkvansker kategoriseres ofte i forskningsstudier som elever som skårer < 10.persentil på standardiserte matematikktester over en toårsperiode (Geary, 2011b, s. 251). Elever som skårer mellom 11.-25.persentil på standardiserte matematikktester over en toårsperiode sies å ha en matematikkvanske forenelig/som samsvarer med å være lavtpresterende i matematikk, og det er anslått at omtrent 10-15% av elever i skolealder faller inn under denne kategorien (Geary, 2011b, s. 251). Kuttpunktet for når en elev har matematikkvansker eller ikke kan virke både kunstige og unaturlige, og i praksis bør man være oppmerksom på at det ikke er et endelig skille mellom vanske og ikke-vanske på 25.persentil. Årsaken til at grensen for vansker eller ikke-vansker ofte settes ved 25.persentil er fordi det tas utgangspunkt i at matematikkferdigheter er normalfordelte. Det innebærer at i en ideell verden vil egenskaper være fordelt symmetrisk (Field, 2013, s. 19-20). Ut fra en slik definisjon vil omtrent 15-20% (tilsvarende 25.persentil) befinne seg i nedre del av normalfordelingskurven, noe som betyr at de har en eller annen form for vanske sett i forhold til ferdigheter i befolkningen totalt sett. Når det er sagt er det verdt å merke seg at selv om man opererer med slike statistiske modeller vil det være usikkerhet knyttet til å tilskrive en prosentandel en form for vanske. Dette handler blant annet om kontekstuelle forhold; man kan først snakke om en vanske når miljøet rundt stiller krav til visse ferdigheter.

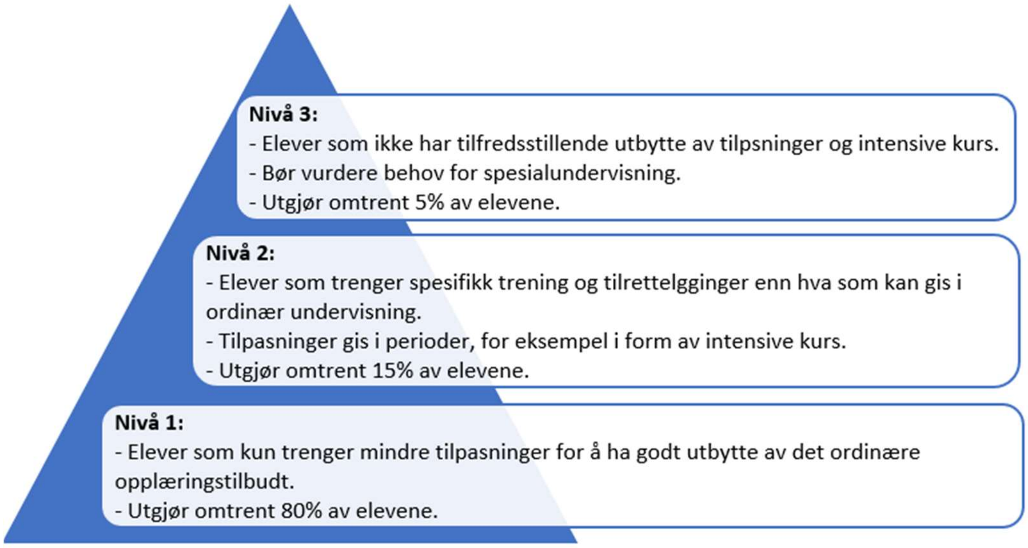
Hvis man hypotetisk sett tenker seg et samfunn der matematikkferdigheter ikke var nødvendig ville det heller ikke være noen som hadde vansker. Det vil for eksempel ikke være realistisk eller ønskelig å diagnostisere elever på starten av 1.trinn med matematikkvansker nettopp fordi man ikke har fått tilstrekkelig opplæring i matematikkfaget (Mononen et al., 2022, s. 335). I praksis vil det heller ikke være pedagogisk forsvarlig å si at en elev som over en lang periode skårer 26.persentil på standardiserte matematikkprøver ikke har noen form for vanske. Det er derfor avgjørende å identifisere elevene som viser tegn til vansker med tilegnelse av tidlige regneferdigheter eller vedvarende vansker med tallforståelse, effektive regnestrategier og resonnering, slik at de kan tilbys tidlig hjelp. En tilnærming som kan brukes i den forbindelse er intensiv støtte og intervensjoner. I neste avsnitt følger en forklaring på hva en intervensjon er, en redegjørelse av et organisatorisk rammeverk som benytter intervensjon og hvordan intensiv støtte kan gjennomføres.

## 2.4.Response to Intervention

En intervensjon defineres som en spesifikk instruksjon for en avgrenset periode for å tilegne seg kunnskap og ferdigheter innenfor et visst områder (Kroesbergen & van Luit, 2003, s. 99). For å kunne lage målrettede intervensjoner må man vite noe om hvem som trenger tilpasninger, hva de trenger hjelp med og hvordan man skal gjennomføre slike opplæringsøkter (Mazzocco, 2005, s.318). I skolesammenheng kan intervensjoner organiseres etter prinsippene for Respons to Intervention (heretter forkortet RtI). RtI-modellen kan ha mange nivå. I utdanningsøyemed, hvor hensikten er å vurdere utbyttet av tiltak for blant annet å kunne si om en elev har behov for spesialundervisning eller ikke, er det vanlig å bruke en modell med 3 nivåer (Fuchs & Fuchs, 2007). Nivå 1innebærer tilpasninger i det ordinære opplæringstilbudet. Nivå 2 innebærer tilpasninger i mindre grupper med spesifikk trening og nivå 3 er de elevene som har behov for særskilte tilrettelegginger (Bender & Shores, 2007, s. 22; Meld.St. 6 (2019-2020), s. 48-49). Figur 5 illustrerer hva de ulike nivåene innebærer, hvordan tiltakene blir mer og mer spisset og individrettet, samt hvor stor andel av elevene det antas har behov for de ulike tilretteleggingene.

**Figur 5**

*Visualisering av prinsippene i en RtI-modell i tre nivåer.*




*Note.* Bearbeidet fra *Response to intervention: A Practical Guide for Every Teacher* (s. 22), av W. N. Bender og C. Shores, 2007, Corwin Press.

Prinsippet i RtI er at man følger elevenes ferdigheter og utvikling tett og iverksetter tiltak etter behov. Det betyr at RtI-modellen er en dynamisk modell der elevene kan bevege seg både oppover og nedover i nivå ut fra ferdigheter og kunnskaper innen ulike områder. Dette innebærer at det vil være barn som i perioder har behov for tilpassede opplæringssituasjoner hvor man booster spesifikke fagområder, ferdigheter eller kunnskaper, slik at de får et tilfredsstillende utbytte av det ordinære opplæringstilbudet (Bender & Shores, 2007, s. 22). Samtidig viser modellen at det vil være en liten prosentandel som trenger særskilte tilrettelegginger og med stor sannsynlighet har behov for spesialundervisning. Fordelene med bruk av RtI-modellen er at man raskere kan iverksette tiltak og gi tidlig hjelp på nivå 2. Gjennom slike tiltak kan lærere i stor grad oppdage hvilke elever som har utbytte av intervensjonen gitt på nivå 2, og hvilke elver som har behov for ytterligere hjelp og muligens behov for spesialundervisning (Fuchs & Fuchs, 2007). Dette samsvarer med intensjonen for tilrettelegging, intensiv opplæring og spesialundervisning gitt i § 1-3 og § 1-4 i opplæringsloven (1998) og Stortingsmelding 6 ((2019-2020), s. 48-49).

### 2.4.1. Studier som har vurdert effekt av matematikkintervensjoner

Så langt i teorikapittelet har det vært et teoretisk blikk på utvikling av matematikkferdigheter og intervensjoner. Studiene som tidligere er presentert er hovedsakelig prediksjonsstudier. Fordelen med prediksjonsstudiene er at de undersøker sammenhenger for å forutsi fremtidige resultater (Hamaker et al., 2020, s. 1). Dette innebærer at prediksjonsstudiene gir informasjon om hvordan man kan identifisere elever som har behov for intervensjoner (Hamaker et al., 2020, s. 2). Ulempene med prediksjonsstudier er at de primært består av enkeltstudier, ikke måler effekt og kun angir hva som kan være aktuelle årsaker. Prediksjonsstudiene foreslår med andre ord hvilke ferdigheter det kan være betimelig å styrke, men for å teste kausale sammenhenger må det foretas studier med eksperimentelt design (Hamaker et al., 2020, s. 5). Flere av disse eksperimentelle studiene er syntetiserte i ulike metaanalyser. Metaanalysens styrke er at de analyserer resultat fra mange studier og dermed kan sammenligne og beregne styrken på resultatene fra ulike funn. Dette fører til at det i større grad enn enkeltstudier kan si noe om styrken av funnene og konklusjonene som trekkes (Pripp, 2021). Grunnet studiens problemstilling er det primært sett til metaanalyser som omhandler aldersgruppen 4-7 år og som er publisert mellom 2015 og 2023. Ettersom metaanalysene ikke inneholder funn fra norske studier, blir det også sett nærmere på to eksperimentell studier (Bonesrønning et al., 2022; Lopez-Pedersen et al., 2023) som er gjennomført i Norge og som har likhetstrekk med denne masterundersøkelsen.

**Metaanalyser**

I 2015 publiserte Chodura et al. en metaanalyse der de hadde sett på 35 intervensjonsstudier for barn med matematikkvansker i alderen 6-12 år. Metaanalysen finner at bruk av både direkte og veiledet instruksjon er effektivt, og at intervensjoner som inkluderer trening i aritmetiske strategier og forståelse har effekt (Chodura et al., 2015, s. 139). Elever som skåret under 26.persentil på standardiserte matematikkprøver hadde utbytte av intervensjoner som inkluderte opplæring i tekstoppgaver (Chodura et al., 2015, s. 141). Metaanalysen har ingen signifikante funn for å si noe om hva omfanget av en intervensjon bør være, men med utgangspunkt i andre studier mener forfatterne at en intervensjon bør strekke seg over en noe lengre periode for å kunne gi utbytte for elevene (Chodura et al., 2015, s. 139). Chodura et al. (2015, s. 142) er usikre på langtidseffekten av intervensjoner, da studiene de har undersøkt i liten grad består av oppfølgingstester. Derimot konkluderer Chodura et al. (2015, s. 142) at det er mulig å gjennomføre effektive intervensjoner for barn i alderen 6-12 år med matematikkvansker.

Dennis et al. (2016) publiserte en metaanalyse der de har sett på 26 intervensjonsstudier for barn med matematikkvansker i alderen 4-10 år. Funnene fra denne studien viser at elever som deltar i intervensjoner i alderen 6-8 år har bedre utbytte enn de som deltar i intervensjoner i alderen 4-5 år (Dennis et al., 2016, s. 160). Elevassistert læring, som innebærer at elevene støtter og hjelper hverandre i utvikling av ferdigheter, er den mest effektive undervisningsformen, tett etterfulgt av eksplisitte instruksjoner (Dennis et al., 2016, s. 165). Det presiseres at elevassistert læring først og fremst har effekt for området tidlige regneferdigheter, mens bruk av eksplisitte instruksjoner har effekt på flere områder. Metaanalysen rapporterer at intervensjoner gitt i små grupper på 2-3 elever er like effektive som intervensjoner gitt én-til-én (Dennis et al., 2016, s. 163). Når det kommer til omfang av vansker, viser resultatene fra denne metaanalysen at elever som skårer < 35.persentil på matematikktester har bedre utbytte av intervensjonene enn elever som skårer mellom 40. og 50.persentil på tilsvarende tester (Dennis et al., 2016, s. 163). I tillegg har elevene best utbytte av å være på grupper med andre elever som har tilsvarende vansker, og der oppgavene er tilpasset elevenes ferdighetsnivå (Dennis et al., 2016, s. 160). Dennis et al. (2016, s. 165) trekker frem at intervensjoner for barn med matematikkvansker bør gis i mindre grupper med bruk av eksplisitte instruksjoner, tilpassede oppgaver og en blanding av ferdighetstrening og konseptuell forståelse.

I 2019 publiserte Nelson og McMaster sin metaanalyse der de hadde sett på 34 intervensjonsstudier rettet mot tidlige regneferdigheter for barn i alderen 4-6 år. Resultatene viser at intervensjoner på opptil 8 uker har størst effekt (Nelson & McMaster, 2019, s. 1013), og at intervensjoner gitt i små grupper viser større effektstørrelse enn intervensjoner gitt én-til-én (Nelson & McMaster, 2019, s. 1010). Metaanalysen viser at intervensjoner gitt i overgangen fra uformell til formell opplæringen har effekt, og at utbytte av intervensjonen ser ut til å variere ut fra hvor store vansker barna har med matematikkferdigheter målt ved baseline (Nelson & McMaster, 2019, s. 1014-1015). Studien finner ingen signifikant effekt for bruk av eksplisitte instruksjoner, men det kan være på grunn av at de fleste intervensjonene la opp til bruk av dette (Nelson & McMaster, 2019, s. 1015). Nelson og McMaster (2019, s. 1019) presiserer derfor at det ikke skal unnlates å benytte eksplisitte instruksjoner. Konklusjonen på metaanalysen er at intervensjoner rettet mot tidlige regneferdigheter gitt i alderen 4-6 år vil kunne forbedre matematikkferdighetene (Nelson & McMaster, 2019, s. 1019).

En annen metaanalysen har undersøkt effekt av intervensjoner gjort på nivå 2 i RtI-modellen innenfor matematikk (Jitendra et al., 2021). Denne metaanalysen har undersøkt 39 intervensjonsstudier for barn med matematikkvansker i alderen 4-18 år (Jitendra et al., 2021, s. 311-312). Denne studien finner at intervensjoner på nivå 2 etter RtI-modellen sett over ett kan vise til moderat effekt (Jitendra et al., 2021 s. 315). De finner at grupper med 2-3 elever gir bedre læringsutbytte enn én-til-én, og det diskuteres i analysen om dette kan henge sammen med muligheten for variasjon av instruksjoner. Med flere elever er det muligheter for å kombinere eksplisitte instruksjoner fra lærer med elevassistert-læring, samt muligheter for samtaler og idéutveksling med medelever (Jitendra et al., 2021, s. 317). Det ble ikke funnet noe grunnlag for å si at lengre varighet eller flere timer med intervensjon vil ha innvirkning på elevenes læringsutbytte, og det var heller ingen forskjell i om intervensjonen ble gitt av lærerpersonalet på skolen eller forskere utenfra (Jitendra et al., 2021, s. 317). Det konkluderes med at intervensjoner på nivå 2 fra RtI-modellen som har til hensikt å forbedre ferdighetene til elever med matematikkvansker innenfor områder som telling, brøk og regneoperasjoner på tvers av aldersgrupper har effekt. Det er derimot større usikkerhet knyttet til hva slags intervensjoner som vil være effektive med tanke på mer komplekse områder innenfor matematikk, som for eksempel ligninger, algebra, statistikk og sannsynlighet (Jitendra et al., 2021, s. 319-320).

Oppsummert viser disse kunnskapsoversiktene at intervensjoner rettet mot tidlige matematikkferdigheter for barn og elever som er identifisert til å ha streve med matematikk har effekt (Chodura et al., 2015; Dennis et al., 2016; Jitendra et al., 2021; Nelson & McMaster, 2019). Eksplisitte instruksjoner er en undervisningsform som viser effekt på flere metaanalyser (Chodura et al., 2015; Dennis et al., 2016; Jitendra et al., 2021), mens det er ulikheter når det gjelder effekt av organisering. Dennis et al. (2016) rapporterer at det er lik effekt om undervisning organiseres én-til-én eller i liten gruppe, mens andre studier viser at undervisning i liten gruppe har størst effekt (Jitendra et al., 2021; Nelson & McMaster, 2019). Når det kommer til intensitet og lengde på intervensjonene er det kun Nelson og McMaster (2019) som fant signifikante funn, og i deres studie er det intervensjoner på opptil 8 uker som virker mest lovende. Årsaken til ulike funn i metaanalysene kan handle om inklusjons- og eksklusjonskriterier for studiene som er valgt ut til analysen, samt hvilke analysemetoder som er benyttet. Oppsummert viser metaanalysene som er presentert her at intervensjoner rettet mot tidlige matematikkferdigheter i alderen 4-6 år kan være effektive (Chodura et al., 2015; Dennis et al., 2016; Jitenda et al., 2021; Nelson & McMaster, 2019).

Metaanalyser omhandler både randomiserte kontrollstudier og kvasieksperimentelle studier. Hvis metaanalysene vekter kvasieksperimentelle og randomiserte kontrollstudier likt kan det gi skjevhet i resultatene fordi studier med et kvasieksperimentelt design ofte gir større effektskår (Shadish et al., 2002, s. 502). I tillegg er mange studier som er inkludert i metaanalysene fra andre land enn Norge. Dette kan ha noe å si for tolkning av resultatene fordi de kontekstuelle forholdene kan være noe ulik fra land til land. Det inkluderes derfor to norske eksperimentelle studier med randomisert design (Bonesrønning et al., 2022; Lopez-Pedersen et al., 2023). En styrke med randomiserte studier er at de med god metodologisk tilnærming i mye større grad kan brukes til generalisering og trekke kausale slutninger (Hamaker et al., 2020, s. 4-5; Shadish et al., 2002, s. 13).

**Eksperimentelle studier**

Bonesrønning et al. (2022) har undersøkt hvilken effekt matematikkundervisning gitt i mindre grupper, uavhengig av vanske eller ikke, har for elever i alderen 7-9 år. Studien bestod av et utvalg på 156 skoler fra 10 kommune i hele Norge (Bonesrønning et al., 2022, s. 4). På skolene som deltok ble elevene i alderen 7-9 år delt inn i grupper på cirka 5 elever som mottok undervisning parallelt med klassens matematikkundervisning 3-4 timer i uka over 4-6 uker to ganger i løpet av skoleåret (Bonesrønning et al., 2022, s. 1). Undervisningen ble gitt av lærere med kompetanse i matematikk (Bonesrønning et al., 2022, s. 3). Gruppene bestod av elever som hadde omtrent like prestasjoner i matematikkfaget eller med behov for opplæring i de samme emnene; såkalte homogene grupper. Noen elever i studien mottok denne formen for undervisning i 2 år, mens andre fikk tilsvarende undervisning i ett år (Bonesrønning et al., 2022, s. 3). Det ble brukt selvutviklede pre- og posttester for å måle umiddelbar effekt, mens nasjonale prøver 5.trinn ble brukt for å måle langtidseffekter et halvt år etter intervensjonen (Bonesrønning et al., 2022, s. 4-5). Resultatene viser at elevene som deltok i studien hadde en middels effekt målt på variabelen nasjonale prøver i regning (Boensrønning et al., 2022, s. 5). Posttest av den selvutviklede testen viste effekt tilsvarende tre ganger så høy som målt på nasjonal prøve i regning, men det var ingen forskjell om elevene hadde mottatt intensiv opplæring i 1 år eller 2 år (Bonesrønning et al., 2022, s. 5). Konklusjonen på studien er at det gjennom flere kortere perioder med tilpasset opplæring i mindre grupper, ledet av kvalifiserte matematikklærere, er mulig å løfte matematikkferdighetene for alle elever (Bonesrønning et al., 2022, s. 7). En slik undervisningsform trekkes frem som positiv for å kunne tilby hjelp til alle elever innenfor rammene av tilpasset opplæring (Bonesrønning et al., 2022, s. 7).

I 2023 publiserte Lopez-Pedersen et al. funn fra en randomisert kontrollstudie gjennomført med 120 skolebarn i alderen 5-6 år. Målet med studien var å undersøke effekten av en intervensjon rettet mot tidlige matematikkferdigheter (Lopez-Pedersen et al., 2023, s. 126). Intervensjonen strakk seg totalt over 14 uker, der elevene først deltok på en 8 ukers intervensjon med 3 økter per uke og deretter 6 ukers oppfriskningsperiode med én ukentlig økt (Lopez-Pedersen et al., 2023, s. 129). Det ble gjennomført 4 målepunkter; pretest (t1), posttest etter 8 ukers intervensjon (t2), posttest etter 6 ukers oppfriskning (t3) og en forsinket-posttest 6 måneder etter intervensjonen var gitt (t4) (Lopez-Pedersen et al., 2023, s. 128). Utfallsmålene i studien var tidlige regneferdigheter, som her betyr oppgaver relatert til tallforståelse, telling og relasjonelle ferdigheter, tekstoppgaver, aritmetiske ferdigheter i addisjon og subtraksjon, samt approximate number sense (ANS), som handler om ikke-symbolsk mengdeberegning og det å angi hvilken av to mengder som er størst raskt og intuitivt (Lopez-Pedersen et al., 2023, s. 128-129). Resultatene fra studien viste positive og moderat effekt i favør av intervensjonsgruppen på måletidspunkt t2 for variablene tidlige regneferdigheter, tekstoppgaver og ANS, men kun resultatene for tekstoppgaver var signifikante (Lopez-Pedersen et al., 2023, s. 130-133). Forskerne diskuterer det faktum at intervensjoner kan være positivt for elever som har svake matematikkferdigheter, men at farene for fadeout-effekt er stor (Lopez-Pedersen et al., 2023, s. 133). Lopez-Pedersen et al. (2023, s. 134) konkluderer med at matematikkferdigheter er mulig å forbedre gjennom bruk av intervensjoner, men at det med det designet og omfanget som ble benyttet i denne studien ikke var tilstrekkelig for å opprettholde langtidseffekt (Lopez-Pedersen et al., 2023, s. 134).

### 2.4.2. Prinsipper for intervensjoner

Flere studier rapporterer om umiddelbar effekt av intervensjoner rettet mot tidlige matematikkferdigheter (Aunio et al., 2021; Fuchs et al., 2005; Gersten et al., 2015; Lopez-Pedersen et al., 2023), men effekten av en vellykket intervensjon ser ut til å avta eller opphøre en tid etter at intervensjonen er avsluttet. Dette har blant annet vist seg i studier som har foretatt forsinkede posttester (Bailey et al., 2016; Bailey et al., 2020; Lopez-Pedersen et al., 2023; Smith et al., 2013). Dette er et fenomen som kalles fadeout-effekt (Bailey et al., 2017, s. 10; Clements et al., 2013, s. 839). Et mål for intervensjonsarbeid vil derfor være å forhindre, eller i det minste begrense, fadeout. For å lykkes med dette er det noen faktorer og prinsipper som bør ligger til grunn for intervensjonen. Videre følger en redegjørelse av hypoteser om viktige faktorer for å unngå fadeout (Bailey et al., 2017), samt prinsipper for effektive matematikkintervensjoner (Fuchs et al., 2008).

**Viktige faktorer for å unngå fadeout**

Bailey et al. (2017, s. 8) trekker frem tre faktorer som kan sies å være avgjørende for å lykkes med intervensjoner. Disse faktorene er ferdighetstrening, riktig-tiltak-til-rett-tid og støttende miljø. Når det gjelder området ferdighetstrening innebærer det at ferdighetene det legges opp til å trene på i intervensjonen bør være både påvirkelige, avgjørende for utvikling og senere prestasjoner, samt at man må prioritere å styrke ferdigheter elevene ikke vil utvikle av seg selv. Oppsummert omtalt som trifecta-ferdigheter (Bailey et al., 2017, s. 12). Det finnes ingen utfyllende liste over ferdigheter som imøtekommer disse kravene, men man anser for eksempel matematikk som både mer påvirkelige og avgjørende for senere prestasjoner enn generell intelligens (Bailey et al., 2017, s. 12-13; Bailey et al., 2020, s. 70). Dette innebærer at intervensjoner bør rettes mot domenespesifikke ferdigheter fordi de i større grad enn domenegenerelle ferdigheter vil være mulig å forbedre og dermed bidra til økt læring og utvikling.

I tillegg til å intervenere riktige ferdigheter og faktorer må det prioriteres å intervenere ferdigheter som ikke vil utvikles av seg selv. I praksis betyr det at strategiinnlæring i matematikk vil være bedre egnet for intervensjon enn trening i å øve på oppramsing av tallrekka, som 1-2-3-4- og så videre. Oppramsing av tellerekka er en ferdighet som i de aller fleste tilfeller utvikles av seg selv, og vil derfor ikke være egnet for intervensjon. Strategiinnlæring derimot krever modellering og trening for å utvikles, og vil derfor være egnet for intervensjon (Bailey et al., 2017, s. 14). I tillegg til å velge de riktige områdene å intervenere er tidspunktet for når støtten gis avgjørende for utbyttet og langvarige effekter av intervensjonen (Bailey et al., 2017, s. 16). Dette innebærer at elevene må få trening i ferdighetene som trengs for å mestre en kritisk periode i utviklingen for å komme seg videre til neste nivå i utviklingen (Bailey et al., 2017, s. 21). Dette kan for eksempel være å ha kunnskap og ferdigheter om effektive strategier innen addisjon for å forstå og mestre multiplikasjon som gjentatt addisjon. Den siste faktoren Bailey et al. (2017, s. 25) trekker frem er støttende miljø. Dette innebærer at effekten av tidlige intervensjoner trolig kun opprettholdes om de følges opp av miljøene rundt (Bailey et al., 2017, s. 25). Lærere og foresatte må legge til rette, stille krav og ha forventinger etter det nivået elevene som har deltatt på intervensjonen har når de er ferdig med intervensjonen. På den måten vil elevene i større grad kunne bygge videre på de ferdighetene de har tilegnet seg, og muligens unngå at effekten av tiltaket reduseres eller opphører (Bailey et al., 2017, s. 30). I praksis kan dette innebære at elever som har deltatt i intervensjoner blir møtt med noen av de samme visuelle representasjonene, strategiene og undervisningsprinsippene som har blitt benyttet på intervensjonsgruppen når de kommer tilbake til klasserommet.

**Undervisningsprinsipper for elever med matematikkvansker**

God matematikkundervisning for elever med matematikkvansker skiller seg på mange områder fra god matematikkundervisning for elever uten de samme vanskene. Fuchs et al. (2008, s. 84-86) presenterer syv prinsipper de anser som essensielle for intervensjoner rettet mot barn med matematikkvansker. De syv prinsippene er bruk av eksplisitte instruksjoner, innhold som skal ha stor betydning for senere ferdigheter, spesifikk ferdighetstrening, konseptuell forståelse, mye repetisjon, trening i utholdenhet og motivasjon med tanke på oppgavearbeid, samt kontinuerlig overvåking og tilpasning av elevenes utvikling (Fuchs et al., 2008, s. 84-86). Det er viktig å presisere at spesifikk trening ikke kun er «øv og drill», men at det handler om en balansegang mellom prosedyre kunnskap og konseptuell forståelse for å utvikle effektive metoder og ferdigheter av høy kvalitet. Det vektlegges at alle prinsippene må ligge til grunn for en effektiv intervensjon, men at det aller viktigste punktet er å overvåke elevenes progresjon og tilrettelegge deretter (Fuchs et al., 2008, s. 89).

## 2.5.Oppsummering av viktige punkter fra teorikapittelet

Utviklingen av matematikkferdigheter starter allerede i spedbarnsalderen og utvikles først gjennom en uformell opplæring og deretter formell opplæring (Purpura et al., 2013). Skillet mellom uformell og formell opplæring skjer i overgang til skolen, som i Norge vil si alderen 5-6 år. I denne overgangen ser det ut til at det er noen ferdigheter som i større grad enn andre predikerer senere prestasjoner innenfor matematikk, men også akademiske ferdigheter generelt (Duncan et al., 2007). Utvikling av ferdigheter skjer i et samspill mellom iboende faktorer og påvirkning fra omgivelsene. Morton og Frith (1995) sin modell for utvikling av ferdigheter kan være til hjelp for å forstå hvordan biologiske faktorer, domenegenerelle faktorer og domenespesifikke faktorer virker inn på utvikling av ferdigheter. Med tanke på utvikling av matematikkferdigheter viser studier at domenegenerelle ferdigheter i alderen 5-6 år kan predikere senere prestasjoner i matematikk (Andersson & Lyxell, 2007; Bull et al., 2008; Cragg et al., 2017; Deary et al., 2007; Espinas & Fuchs, 2022; Passolunghi & Lanfranchi, 2012; Purpura et al., 2011; Purpura & Ganley, 2014). Samtidig viser det seg at domenespesifikke ferdigheter, som telling, kunnskap om skriftlige tallsymbol og tallunnskap i det samme aldersspennet også predikerer senere matematikkferdigheter i vel så stor grad som de domenegenerelle ferdighetene (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunola et al., 2004; Chu et al., 2016; Geary, 2011a; Göbel et al., 2014). De domenespesifikke ferdighetene er mer påvirkelige og trenbare enn domenegenerelle ferdigheter, og det er derfor domenespesifikke ferdigheter som bør ligge til grunn for identifisering og tiltak rettet mot utvikling og forbedring av matematikkferdigheter i en skolesetting (Chu et al., 2016; Malone et al., 2022).

Intervensjoner på nivå 2 i RtI-modellen kan være et godt tiltak for å hjelpe elever som strever med tidlige matematikkferdigheter (Bender & Shores, 2007; Meld. St. 6 (2019-2020). Hvordan hjelpen best organiseres varierer mellom undersøkelser, men samlet sett tyder mye på at opplæring i mindre grupper, bruk av eksplisitte instruksjoner og en kombinasjon av ferdighetstrening, forståelse og konseptuell forståelse er viktig (Bonesrønning et al., 2022; Chodura et al., 2015; Dennis et al., 2016; Jitendra et al., 2022; Lopez-Pedersen et al., 2023; Nelson & McMaster, 2019). Disse empiriske funnene sammenfaller med teoretiske modeller for utvikling av matematikkferdigheter (Dehaene, 1992; LeFevre et al., 2010; Rittle-Johnson et al., 2001). I tillegg bør intervensjonene planlegges slik at man reduserer sjansene for fadeout (Bailey et al., (2017) og bygge på prinsipper man har erfart er gode tilrettelegginger for barn som strever med matematikk (Fuchs et al., 2008).

# 3.Metode

Dette kapittelet handler om de forskningsmetodiske tilnærmingene denne masterundersøkelsen benytter. Det blir først redegjort for design, før studiens populasjon, utvalg og prosedyre presenteres. Deretter følger et kort avsnitt om statistisk styrkeberegning før validitets- og reliabilitetsvurderinger som er tatt i utarbeidelsen av studien belyses.. Videre i metodekapittelet redegjøres det for variabler, testbatteri og parceling før en presentasjon av intervensjonsmaterialet og etiske perspektiver belyses. Kapittelet avsluttes med en oppsummering av de viktigste punktene fra metodekapittelet.

## 3.1.Design

Forskningsdesignet danner rammeverket for prosjektet og avhenger først og fremst av formålet med studien (Clark et al., 2021, s.39). Formålet med denne undersøkelsen er å vurdere effekten av intensiv opplæring på matematikkferdigheter tidlig på 1.trinn. For å kunne si noe om effekt av påvirkningen bør det i størst mulig grad kunne utelukkes andre årsaksforklaringer enn den uavhengige variabelen, som i dette tilfellet er intervensjonen som blir gitt. Det designet som passer best til det formålet er et eksperimentelt design og en randomisert kontrollstudie (RCT) (Hamaker et al., 2020, s. 4; Shadish et al., 2002, s. 13; Travers et al., 2016, s. 197). Den metodiske tilnærmingen, som handler om hvordan data skal innhentes, analyser og tolkes (Johannessen et al., 2010, s. 29), blir dermed av kvantitativ art, da datamaterialet som innhentes er tallmateriale som analyseres.

## 3.2.Studiens populasjon og utvalg

Populasjon er betegnelse for de personene en undesøkelse uttaler seg om eller gjør seg gjeldende for, mens utvalget er en del av populasjonen og utgjør de enhetene som skal undersøkes (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 135). I denne studien er populasjonen 1.trinns elever, og utvalget består av 10 elever ved en skole. Våren 2022 ble det sendt en forespørsel til rektor ved en skole i det som kan kategoriseres som «det sentrale Østlandet». Denne skolen har en stor skolekrets med god spredning både sosioøkonomisk og sosiokulturell bakgrunnen. Rektor snakket med de lærerne som skulle starte opp med 1.trinn høsten 2022 for å høre om de var interessert i at studien ble gjennomført på deres trinn. Det var lærerne positive til. Prosjektet ble dermed meldt til Sikt, og etter en prosess som er nærmere beskrevet under etiske perspektiver, fikk studien tilrådning til å gjennomføres (se vedlegg 1).

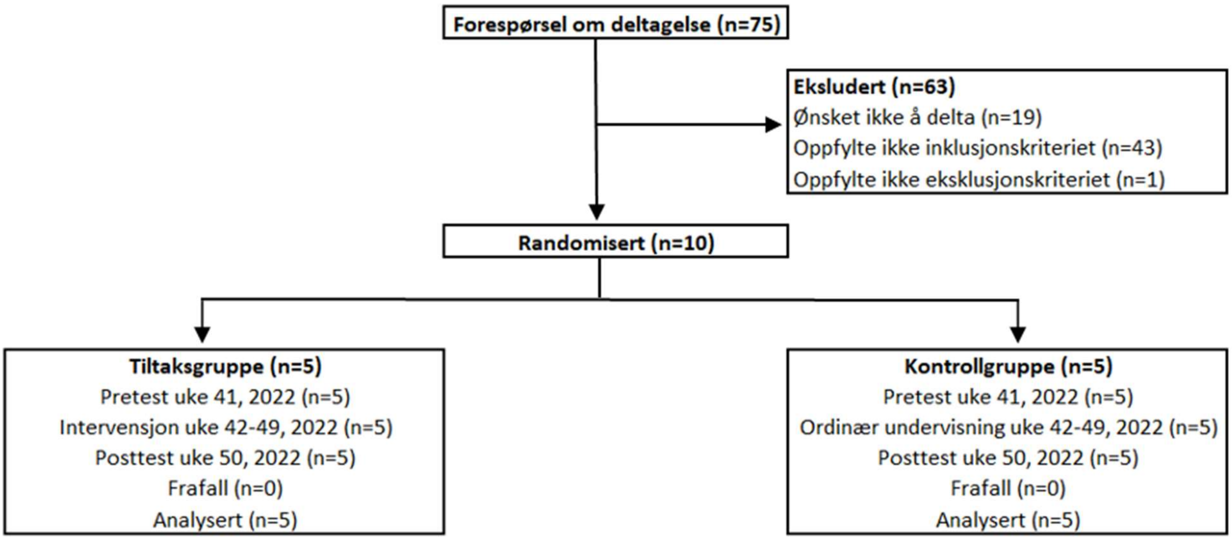
Elever og deres foresatte fikk informasjon om studien i klassen, på foreldremøte og gjennom skriftlig informasjonsskriv. Sammen med informasjonsskrivet var det vedlagt et samtykkeskjema som skulle fylles ut (se vedlegg 3).

## 3.3.Prosedyre

Av de 73 elevene på 1.trinn høsten 2022, samtykket 54 til å delta i studien. Det ble satt et inklusjonskriterium om at elever som skulle delta måtte snakke og forstå norsk tilnærmet flytende. Dette ble gjort for å sikre at det i størst mulig grad var tidlige matematikkferdigheter som ble målt og ikke elevens språklige nivå. Av de 54 som samtykket var det én deltager som ikke oppfylte inklusjonskriteriet og derfor ble utelatt. De resterende 53 deltagerne gjennomført en screeningtest for tidlige matematikkferdigheter utviklet av Lopez-Pedersen et al. (2021). Screeningen er kvalitetsvurdert og identifiserer de samme elevene som skårer < 20.persentil på Utdanningsdirektoratets kartleggingsprøve i regning på våren på 1.trinn (Lopez-Pedersen et al., 2021). Screeningen anses derfor som godt egnet til formålet. Ettersom matematikkvansker er antatt å være normalfordelt, og andelen med matematikkvansker er anslått å være 15-20% (Geary, 2011b, s. 251; Mononen et al., 2022, s. 336), ble kuttpunkt satt til 20%. Dette betyr at de elevene med 20% svakeste skår utgjorde utvalget. Utvalget bestod dermed av 10 elever, og disse ble tilfeldig fordelt etter randomiseringsprinsippet. Randomiseringen ble gjennomført ved hjelp av random.org (https://www.random.org) (se vedlegg 4). Siden utvalget er meget lite (n=10) ble det gjort en blokkrandomisering for å sikre at det ble like mange deltagere i kontrollgruppen og tiltaksgruppen. Tiltaksgruppen bestod dermed av 5 elever, hvorav 3 jenter og 2 gutter. Elevene i tiltaksgruppen skulle delta i en matematikkintervensjon. Kontrollgruppen ble bestående av 5 elever med 4 jenter og 1 gutt. Kontrollgruppen skulle følge trinnets ordinære matematikkundervisning, med andre ord en business-as-usual kontrollgruppe. I dette tilfellet er kontrolltilstanden undervisning basert på læreverket «DragonBox Skole» (Dragonbox, u.å.). I perioden da intervensjonen pågikk jobbet kontrollgruppen med mengder og tallsymboler i tallområdet 1-10, relasjoner, addisjon, mønstre og tallrekker. En skisse av områder og læringsmål i matematikk for kontrollgruppen i intervensjonsperiode finnes i vedlegg 8. Elevene i tiltaksgruppen deltok i gjennomsnitt på 85% av intervensjonen. Figur 6 viser et flytskjema av prosessen, i tråd med retningslinjene fra «Consolidated Standards of Reporting Trials» (CONSORT) (Schulz et al., 2010). Rekruttering, randomisering, testing, gjennomføring av intervensjonen, analysene og rapportering er foretatt av samme person. Pretester og posttester ble gjennomført individuelt.

**Figur 6**

*Flytskjema av prosedyre for studien.*




## 3.4.Statistisk styrkeberegning

I RCT er det ønskelig å rapportere styrke- eller antallsberegninger gjort før studiens oppstart (Schulz et al., 2010). Denne studien har et begrenset utvalg på n=10. Årsaken til det handler om at dette var det utvalget som var mulig å håndtere uten tilskuddsmidler, eksternt samarbeid i datainnsamling, gjennomføring av intervensjonen, samt tidsbegrensningen som følge av masterprogrammet som følges ved Høgskolen i Østfold. Konsekvensene av det er at studien ikke har en tilfredsstillende styrkeberegning til å trekke noen form for statistisk generalisering. Hensikten med denne studien er å se om intensiv opplæring tidlig på 1.trinn kan forbedre matematikkferdighetene for de elevene som deltok i studien, og på den måten eventuelt kunne fungere som en innsamling av foreløpige data (eng. preliminary data). Dette innebærer at et prosjekt eller studie i småskala kan vise interessante funn som kan danne grunnlaget for en større studie (Swedberg, 2014, s. 25).

## 3.5.Validitet og reliabilitet

Validitet handler om gyldighet av data og om måleverktøyene måler det de sier de skal måle (Field, 2013, s. 12). Dette vil ha innvirkning på gyldighetsvurderingen av slutninger som trekkes fra studien (Shadish et al., 2002, s. 34). Reliabilitet innen kvantitativ metode handler om pålitelighet til de målingene som er gjort og om et måleverktøy er konsistent (Clark et al., 2021, s. 154-155; Field, 2013, s. 13; Nyeng, 2012, s. 105-106). Først vil validitetsbegrepet gjennomgås før reliabilitetsbegrepet beskrives nærmere.

Validitetsbegrepet tar utgangspunkt i validitetssystemet til Cook og Campbell (1979, gjengitt i Shadish et al., 2002, s. 37-38) og deres fire kvalitetskrav; begrepsvaliditet, indre validitet, ytre validitet og statistisk validitet (Shadish et al., 2002, s. 38). Validitetssystemet til Cook og Campbell (1979, gjengitt i Shadish et al., 2002, s. 37-38) er også en redegjørelse av potensielle trusler og hvordan man kan imøtekomme disse truslene. I dette kapittelet vil det først og fremst være en presentasjon av validitets- og reliabilitetsvurderinger. Diskusjoner knyttet opp til disse vurderingene i denne masterundersøkelsen vil bli drøftet i sin helhet i kapittel 5

### 3.5.1.Begrepsvaliditet

Begrepsvaliditet handler om i hvor stor grad man lykkes med operasjonalisering av begreper, og i hvilken grad man mestrer å måle de begrepene man faktisk ønsker å måle (Clark et al., 2021, s. 157-158; Shadish et al., 2002, s. 65). Begrepsvaliditet handler altså om gyldigheten av de slutningene som trekkes relatert til begreper og fenomener som inngår i studien (Shadish et al., 2002, s. 73). Dette innebærer i stor grad operasjonalisering av begreper, men også fenomener relatert til deltagere, miljø og den som i denne sammenhengen gjennomfører intervensjonen. Denne studien har som mål å undersøke hvordan intensiv opplæring i matematikk påvirker tidlige matematikkferdigheter for 1.trinnselever som identifiseres med svake ferdigheter i matematikk. Problemstillingen inneholder tre sentrale begreper som må operasjonaliseres. De tre begrepene er «intensiv opplæring», «tidlige matematikkferdigheter» og «1.trinnselever som identifiseres med svake ferdigheter i matematikk». «Intensiv opplæring» er den uavhengige variabelen i denne studien, og er synonymt med begrepet matematikkintervensjon, som fremkommer i forskningsspørsmålene. Operasjonaliseringen av matematikkintervensjonen er forsøkt synliggjort gjennom presentasjon av intervensjonen senere i metodekapittelet, samt at det vedlagt ligger en plan for de ulike øktene (se vedlegg 7).

«Tidlige matematikkferdigheter» er den avhengige variabelen, og dette begrepet er operasjonalisert ned til fem målevariabler som fremkommer i forskningsspørsmålene. Operasjonalisering av begrepet tidlige matematikkferdigheter er gjort for å redusere mono-operation bias (Shadish et al., 2002, s. 75), og operasjonaliseringen er basert på teori og tidligere studier (som blant annet Aubrey et al., 2006; Aunio & Niemivirta, 2010; Aunio & Räsänen, 2016; Aunola et al., 2004; Chu et al., 2016; Desoete & Royers, 2009; Geary, 2011a; Geary 2011b; Gersten et al., 2005; Göbel et al., 2014; Jordan et al, 2007; Jordan et al., 2009;

Xenidou-Dervou et al., 2018). Målevariablene som inngår i begrepet tidlige matematikkferdigheter ble derfor symbolsk tallforståelse, tallkunnskap, aritmetisk ferdighet addisjon, aritmetisk ferdighet subtraksjon og tekstoppgaver. Disse målevariablene er igjen operasjonalisert slik at det kan være mulig å oppdage effekt på de ulike utfallsmålene. Operasjonalisering av målevariablene blir synliggjort gjennom presentasjonen av testbatteriet. Når det gjelder begrepet «1.trinnselever som identifiseres med svake ferdigheter i matematikk» handler det om de elevene som strever med tilegnelse av tidlige matematikkferdigheter ved skolestart, målt ved en screener som hadde et forhåndsbestemt kuttpunkt. Det kan derfor ikke konkluderes med at utvalget i denne studien har en matematikkvanske, til det må elevene ha fått formell opplæring og vanskene må ha vedvart over tid (American Psychiatric Association, 2013; Geary, 2011b; World Health Organization, 2019). Likevel må elevgruppen som står i fare for å bli hengende etter identifiseres for at de skal få mulighet for hjelp. Det velges derfor et kuttpunkt ut fra normalfordelingsprinsippet, fordi det antas at matematikkferdigheter er normalfordelte (Field, 2015, s. 19-20). Ut fra den begrunnelsen velges derfor elever med 20% laveste skår på screeningen til å delta i studien.

**Trusler mot begrepsvaliditet**

I hvor stor grad man lykkes med å operasjonalisere begrepene som inngår i studien vil danne grunnlaget for studien. En trussel mot begrepsvaliditeten er derfor feiloperasjonaliseringer fordi det kan føre til inkludering av irrelevante aspekter eller ekskludering av relevante aspekter (Shadish et al., 2002, s. 73). Mange begreper vil være teoretiske begreper, såkalte T-termer (Nordahl-Hansen & Kvernbekk, 2020). Det betyr at begrepene må operasjonaliseres for å fylles med innhold, fordi begrepene ikke er direkte observerbare. Man vil aldri lykkes totalt med operasjonalisering og måling, men både de som rapporterer og de som leser studien må ha klart for seg hvordan operasjonaliseringen er gjort for å kunne bedømme validiteten (Nordahl-Hansen & Kvernbekk, 2020, s. 89; Nyeng, 2012, s. 109). Dette prinsippet er forsøkt ivaretatt i denne studien gjennom bruk av teori og studier for å operasjonalisere både matematikkintervensjon og tidlige matematikkferdigheter. Noen begreper i denne studien er relativt observerbare, som for eksempel de aritmetiske ferdighetene addisjon og subtraksjon. Med dette menes at det med forholdsvis stor sikkerhet kan sies å være aritmetiske ferdigheter som måles når elevene får addisjon- og subtraksjonsoppgaver. Elevenes resultater på disse testene vil være et observerbart mål for ferdighetene deres. Derimot vil for eksempel tekstoppgaver være et begrep som er en T-term (Nordahl-Hansen & Kvernbekk, 2020). Det betyr at det ikke med like stor sikkerhet kan sies å være tekstoppgaver som faktisk måles, men at det kan være andre medierende årsaker som forklarer resultatene, som for eksempel språk og arbeidsminne. I et forsøk på å redusere denne trusselen ble det satt et inklusjonskriterium om at elevene måtte snakke og forstå norsk tilnærmet flytende, og at elevenes generelle evnenivå ble kartlagt og brukt som kontrollvariabel. I tillegg er testen som er valgt ut for å måle området tekstoppgaver validert og tilpasset aldersgruppen (Wechsler, 2017). Det er også gjort et forsøk på å styrke begrepsvaliditeten på det området Shadish et al. (2002, s. 75) kaller mono-operation bias. Dette betyr at begrepet tidlige matematikkferdigheter måles med flere tester og items for å få mer presise målinger av de ulike områdene som inngår i begrepet tidlige matematikkferdigheter.

Trusler mot begrepsvaliditet kan også handle om fenomen relatert til deltagerne i studien. Det å vite at man deltar i en studie kan påvirke resultatene, og det er derfor ønskelig å foreta en blindet eller dobbeltblindet studie (Shadish et al., 2002, s. 79). Det var ikke mulig å foreta en dobbelblindet studie i denne masterundersøkelsen, men det var et ønske om å gjøre en blindet studie. I denne studien ville det innebære at verken foresatte eller elevene fikk vite hvilken gruppe eleven var en del av. Tilbakemelding fra Sikt var derimot at det var ønskelig at foresatte ble informert om gruppetilhørighet for deres barn, noe som ble tatt til følge. Dette omtales nærmere under etiske perspektiver senere i kapittelet. Det at studien ikke er blindet kan derfor være en trussel mot begrepsvaliditeten fordi det kan påvirke atferd og svar fra deltagerne. Det å delta i en studie har vist seg å kunne være en medvirkende årsak til forbedring av resultat. Dette fenomenet er ofte omtalt som Hawthorne-effekten (Pripp, 2020). Denne teorien har senere blitt kritisert, og det stilles spørsmålstegn ved hvor stor vekt man bør tillegge denne effekten (Letrud & Hernes, 2019; McCambridge et al., 2014; Wickström & Bendix, 2000).

### 3.5.2.Indre validitet

Den indre validiteten avgjør i hvilken grad man kan trekke slutninger om at en variabel påvirker en annen (Shadish et al., 2002, s. 53). Det kan være en sammenheng og korrelasjon mellom to variabler, men det betyr ikke at det er en årsakssammenheng eller kausalitet. For å kunne anta at en variabel påvirker en annen, og dermed forklarer årsaken, må andre forklaringer enn det som faktisk undersøkes kunne utelukkes (Clark et al., 2021, s. 44; Shadish et al., 2002, s. 53). Det må med andre kunne vises til at hendelse A skjer før hendelse B, og at B skjer grunnet A. I denne studien er det ønske å se om det er en årsakssammenheng mellom intervensjonen som gis (hendelse A) og tidlige matematikkferdigheter (hendelse B). Det er vanskelig å bevise kausalitet, og det designet som best imøtekommer kravet om årsakssammenheng er RCT, fordi man gjør gruppene så like som mulig gjennom tilfeldig fordeling til tiltaksgruppe og kontrollgruppe (Hamaker et al., 2020, s. 4). Ved en tilfeldig fordeling av et ellers nokså likt utvalg, antas det med relativ stor sikkerhet at den eneste forskjellen mellom gruppene vil være tiltaket, som i denne studien er intervensjonen. Ettersom denne masterundersøkelsen benytter et randomisert design styrkes den indre validiteten. Samtidig er det viktig å påpeke at selv om RCT er det designet som i størst grad kan si noe om kausalitet er det aldri noen garanti for å unngå feilslutninger (Clark et al., 2021. s. 45-46).

**Trusler mot indre validitet**

Siden det kan være vanskelig å si hvilke faktorer som faktisk påvirker den avhengige variabelen, er det en del trusler mot indre validitet. Trusler mot indre validitet kan være relatert til både utvalget, tester og måleverktøy, analysen og tolkning av resultater (Shadish et al., 2002, s. 55). Trusler relatert til utvalget handler om fordeling, frafall, modning og utvikling blant deltagerne som kan påvirke resultat. Deltagerne i denne studien er tilfeldig fordelt og det er ikke noe frafall, noe som styrker den indre validiteten. Modning kan være en utfordring i denne studien fordi elevene er i en alder der det skjer mye med tanke på utvikling. Denne trusselen er vanskelig å kontrollere. I denne masterundersøkelsen er tilfeldig fordeling, estimering av generelt evnenivå ved pretest og avgrenset gjennomføringsperiode på 8 uker forsøk på å redusere truslene relatert til modning og utvikling. Når det gjelder testsituasjonen vil det å gjennomføre en test én gang kunne ha effekt for resultatet ved neste måling (Shadish et al., 2002, s. 55). Dette er viktig å være oppmerksom på i studier der de samme testene benyttes på pretest og posttest, noe som vil bli diskutert i drøftingskapittelet. I tillegg er det viktig å vurdere både måleverktøy og tolkninger av analysen godt for å unngå feilslutninger ved funn fra studien. I tolkningen av resultatene må det for eksempel tas høyde for at læreren som planlegger og gjennomfører intervensjonen kan være en konfunderende faktor (Hamaker et al., 2020, s. 7). I denne sammenheng betyr konfunderende faktor at kunnskapen, kompetansen og erfaringen til læreren som planlegger og gjennomfører intervensjonen, kan påvirke resultatene på målevariablene gjennom intervensjonen, eller direkte på målevariablene.

### 3.5.3.Ytre validitet

Ytre validitet avgjør hvilke slutninger man kan trekke når det kommer til hvem og i hvilke tilfeller studiens funn er gjeldende for (Shadish et al., 2002, s. 83; Calrk et al., 2021, s. 41). Er det grunnlag for å si at resultatene fra studien vil være gyldige for andre utvalg og under andre betingelser, eller er funnene begrenset til den enkelte studien. For å kunne foreta statistiske generaliseringer kreves det et representativt utvalg fra populasjonen som undersøkes. Dette innebærer at studien må ha et tilfeldig utvalg (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 135-136; Shadish et al., 2002, s. 342). Denne studien har ikke et tilfeldig utvalg, men et bekvemmelighetsutvalg. Det vil derfor ikke være mulig å gjøre noen form for statistisk generalisering, men signifikanttesting i forhold til en hypotetisk populasjon er mulig (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 86-87).

**Trusler mot ytre validitet**

Faktorer som kan true den ytre validiteten er rekruttering eller valg av utvalget, størrelsen på utvalget og deltagelse i studien (Shadish et al., 2002, s. 86-87). Med dette menes at en undersøkelse må vurdere hvilke personer eller grupper som vil gi et mest mulig riktig utvalg for det studien har til hensikt å undersøke. I denne studien vil det for eksempel være en trussel mot den ytre validiteten at rekrutteringen har skjedd ved å benytte et bekvemmelighetsutvalg. Derimot er det en styrke at studien foregår i naturlige settinger, fordi det styrker validiteten med tanke på tid og situasjoner studien er gyldig for (Shadish et al., 2002, s. 86-87). Den lave utvalgsstørrelsen i denne studien vil ha innvirkning på den ytre validiteten.

### 3.5.4.Statistisk validitet

Statistisk validitet handler om å vurdere om det er samvariasjon mellom årsak og effekt, og hvor sterk samvariasjonen i så fall er (Shadish et al., 2002, s. 42). Den vanligste måten å rapportere om dette i eksperimentelle studier er ved hjelp av hypotesetesting (Shadish et al., 2002, s. 42). Man fremsetter da en nullhypotese ($H_0$) og en alternativ hypotese ($H_1$), velger signifikansnivå og analyserer resultatene (Clark et al., 2021, s. 341; Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 84; Shadish et al., 2002, s. 42). $H_0$ antar at det ikke er en sammenheng mellom variabler eller forskjell mellom grupper etter tiltak, mens $H_1$ antar at en slik sammenheng eksisterer. $H_0$ forkastes hvis man finner statistisk signifikant sammenheng (Shadish et al., 2002, s. 42), noe som innebærer at $H_1$ styrkes. Målet med denne studien er å se hvordan en intervensjon i matematikk påvirker tidlige matematikkferdigheter for 1.trinnselever i fare for å bli hengende etter i matematikkfaget. Dette gjøres ved å sammenligne gjennomsnittet av pretest og posttest på gruppenivå mellom kontrollgruppen og intervensjonsgruppen. Det fremsettes en nullhypotese om at det ikke vil være noen forskjell på matematikkferdigheter mellom de to gruppene etter intervensjon. Det vil deretter gjøres en analyse med signifikansnivå på 95%.

**Trusler mot statistisk validitet**

Trusler mot statistisk validitet er å forkaste en sann nullhypotese, også kalt type I-feil (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 85). Dette innebærer at man hevder at $H_0$ er falsk, når den egentlig er sann. En annen trussel mot statistisk validitet er type II-feil. Det betyr å konkludere med at $H_0$ er sann, selv om den er falsk. Det betyr at man beholder $H_0$ når den burde vært forkastet (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 85). Type I-feil er med andre å hevde at en intervensjon har effekt når den ikke har det, mens type II-feil er å hevde at en intervensjon ikke har effekt når den faktisk har det. Sjansen for å få type II-feil er større for små utvalg fordi man ikke har tilstrekkelige observasjoner for statistiske beregninger (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 85). Andre trusler mot den statistiske validiteten kan være overestimering eller underestimering av effektstørrelse, målefeil, forhold som gjør at tiltaket ikke blir gitt likt til alle deltagerne og lav statistisk styrke (Shadish et al., 2002, s. 45). Den største faren i denne studien handler om å gjøre type II-feil grunnet utvalgets størrelse, og er derfor viktig å ta høyde for når resultater skal tolkes og vurderes.

### 3.5.5.Reliabilitet

Reliabilitet innen kvantitativ metode handler om pålitelighet til de målingene som er gjort og om et måleverktøy er konsistent (Clark et al., 2021, s. 154-155; Field, 2013, s. 13; Nyeng, 2012, s. 105-106). Reliabiliteten påvirkes av systematiske og tilfeldige målefeil, og god reliabilitet vil si at dataene i liten grad er påvirket av målefeil (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 99). Tilfeldige målefeil kan påvirke variasjonen i datamatemarialet og føre til et høyere standardavvik, men vil ikke påvirke middelverdien når utvalgene er store nok (Nyeng, 2012, s. 110). I denne studien hvor utvalget er lite, kan de tilfeldige målefeilene ha mer å si. De tilfeldige målefeilene kan handle om dag-til-dag-variasjoner, mangel på konsentrasjon ved gjennomføring og lignende. Slike målefeil kan være mulig i dette utvalget da deltagerne er i en alder der små ting kan påvirke både konsentrasjon og fokus ved gjennomføring av testene. Det vektlegges derfor å gjennomføre testene på egnede rom med minst mulig forstyrrelser og tilrettelegging av tidspunkt for testing slik at elevene skal være minst mulig påvirket av ytre faktorer. De systematiske målefeilene relateres til feil i målemetoder, testene eller testleder, og er en større trussel for studiens validitet enn tilfeldige målefeil (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 98-99). Det finnes ulike former for reliabilitetsmål når det kommer til å vurdere reliabilitet til testene eller måleverktøyene som benyttes. I denne studien er det mest sentrale reliabilitetsmålet å finne testenes indre konsistens ved hjelp av Cronbach's alpha (α) (Field, 2013, s. 708-710; Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 103). Cronbach's alpha (α) er en statistisk størrelse med verdier fra 0 til 1, som sier noe om hvor pålitelig testen er, med andre ord om testen måler det den sier den skal måle (Ringdal, 2018, s. 104). En tommelfingerregel er at $\alpha \geq .7$ tilsvarer god reliabilitet, men dette vil også variere blant annet avhengig av størrelsen på utvalget og antall items som inngår i analysen (Bartlett & Frost, 2008; Field, 2013, s. 709). Utregning av reliabilitetskoeffisienten (α) for testene gjennomført ved prestest i denne studien gjengis i presentasjon av testbatteriet i tabell 1 i neste delkapittel.

## 3.6.Variabler

Ut fra problemstillingen er det gitt at intervensjonen tiltaksgruppen skal delta i er den uavhengige variabelen, mens tidlige matematikkferdigheter er den avhengige variabelen. For å kunne måle effekt må disse variablene operasjonaliseres. Operasjonalisering og innhold med tanke på den uavhengige variabelen er gitt i omtalen av intervensjonsmaterialet. Når det gjelder den avhengige variabelen tidlige matematikkferdigheter, er denne variabelen brutt ned til å omhandle områdene symbolsk tallforståelse, tallkunnskap, aritmetiske ferdigheter innen addisjon og subtraksjon og tekstoppgaver. Testene som benyttes er valgt ut med bakgrunn i psykometriske egenskaper (Brigstocke et al., 2016; Klausen & Reikerås, 2016; Wechsler, 2017) og α-verdier for testene i større utvalg (som for eksempel Malone, Verena et al., 2019). For å estimere elevenes generelle evnenivå blir «The Raven Coloured Progressive Matrices» (Pearson, 2008) gjennomført og brukt som kontrollvariabel. Presentasjon av testene med tilhørende reliabilitetskoeffisient (α) for undersøkelsens utvalg ved pretest er oppgitt i tabell 1.

**Tabell 1**

*Presentasjon av testbatteriet med reliabilitetskoeffisient på pretest.*

| Område | Test/måling | Beskrivelse av testen | α |
|---|---|---|---|
| Symbolsk tallforståelse | Oslo Spesial Pedagogikk- og LæringsLab (Oslo SPeLL) tall-Sammenligning (Diamanti et al., 2021) | Digital test der eleven så hurtig han/hun kan skal bestemme hvilket av to tall som er størst. Svar avgis ved å trykke på tallet. Eleven har 30 sekunder på å gjøre så mange oppgaver som mulig. Eleven får 1 poeng for riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 70 items. | .853 |
| Symbolsk tallforståelse | TOBANS digit comparison (Brigstocke et al., 2016) | Eleven får presentert skriftlige oppgaver der han/hun skal sammenligne to tall. Svar gis ved å sette ring rundt tallet eleven mener er størst. Eleven har 30 sekunder på å gjøre så mange oppgaver som mulig. Det gis 1 poeng for riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 44 items. | .878 |
| Tallkunnskap | Oslo Spesial Pedagogikk- og LæringsLab (Oslo SPeLL) tall-gjenkjenning (Diamanti et al., 2021) | Digital test hvor eleven få presentert 5 tall skriftlig. Testen leser opp et tall ved å trykke på et lydsymbol og eleven skal trykke på tallet han/hun mener er det riktige. Avspilling kan gjentas. Testen avsluttes etter 4 påfølgende feilsvar. Eleven får 1 poeng for riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 11 items. | .661 |
| Tallkunnskap | Oslo Spesial Pedagogikk- og LæringsLab (Oslo SPeLL) tallesing (Diamanti et al., 2021) | Digital test hvor eleven få presentert et tall skriftlig. Eleven skal si tallet høyt. Testen avsluttes etter 3 påfølgende feilsvar. Eleven får 1 poeng for riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 25 items. | .595 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Aritmetisk ferdighet addisjon | TOBANS addition 0-10 (Brigstocke et al., 2016) | Eleven får presentert skriftlige addisjonsstykker der svaret er i tallområdet 1-10. Eleven skal gi skriftlig svar på så mange oppgaver han/hun klarer på 1 minutt. Det gis 1 poeng for riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 60 items. | .879 |
| Aritmetisk ferdighet addisjon | Regnefakta-prøven addisjon 0-10 (Klausen & Reikerås, 2016) | Eleven får presentert skriftlige addisjonsstykker der svaret er i tallområdet 1-10. Eleven skal gi skriftlig svar på så mange oppgaver han/hun klarer på 2 minutter. Det gis 1 poeng for riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 45 items. | .857 |
| Aritmetisk ferdighet addisjon | Oslo Spesial Pedagogikk- og LæringsLab (Oslo SPeLL) addisjon 0-10 (Diamanti et al., 2021) | Digital test hvor eleven får presentert skriftlige addisjonsstykker der svaret er i tallområdet 1-10. Parallelt med oppgaven vises tallsymbolene fra 1-10 som eleven skal trykke på for å avgi svar. Eleven skal svare på så mange oppgaver som mulig på 1 minutt, men testen avsluttes etter 3 påfølgende feilsvar. Det gis 1 poeng for riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 70 items. | .919 |
| Aritmetisk ferdighet subtraksjon | TOBANS subtraction 0-10 (Brigstocke et al., 2016) | Eleven får presentert skriftlige subtraksjonstykker der svaret er i tallområdet 1-10. Eleven skal gi skriftlig svar på så mange oppgaver han/hun klarer på 1 minutt. Det gis 1 poeng for riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 60 items. | .356 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Aritmetisk ferdighet subtraksjon | Regnefakta-prøven subtraksjon 0-10 (Klausen & Reikerås, 2016) | Eleven får presentert skriftlige subtraksjonsstykker der svaret er i tallområdet 1-10. Eleven skal gi skriftlig svar på så mange oppgaver han/hun klarer på 2 minutter. Det gis 1 poeng for riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 45 items. | .645 |
| Aritmetisk ferdighet subtraksjon | Oslo Spesial Pedagogikk- og LæringsLab (Oslo SPeLL) subtraksjon 0-10 (Diamanti et al., 2021) | Eleven får presentert skriftlige subtraksjonsstykker der svaret er i tallområdet 1-10. Parallelt med oppgaven vises tallsymbolene fra 1-10 som eleven skal trykke på for å avgi svar. Eleven har 1 minutt på å gjøre så mange oppgaver som mulig, men testen avsluttes etter 3 påfølgende feilsvar. Det gis 1 poeng for riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 70 items. | .836 |
| Tekstoppgaver | Norsk versjon av Wechlser Intelligence Scale for Children – Fifth Edition (WISC-V) regning (Wechsler, 2017) | Oppgavene blir lest opp for eleven og eleven skal gi svaret muntlig. Eleven har ingen hjelpemidler som papir og blyant tilgjengelig. Hver oppgave må besvares innen 30 sekunder. Ved tre påfølgende feilsvar avsluttes testen. Eleven får 1 poeng riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 34 items. | .783 |
| Generelt evnenivå | The Raven Coloured Progressive Matrices (RAVEN) (Pearson, 2008). | Eleven blir presentert et mønster der han/hun skal peke ut riktig brikke for å fullføre mønsteret. Testen stiller ingen krav til språklige ferdigheter og har ingen tidsbegrensning. Testen skåres med 1 poeng for riktig svar og 0 poeng for feil svar. Testen består av 36 items. | .831 |

### 3.6.1.Parceling

Testbatteriet består av 12 tester, hvorav én er kontrollvariabel. Flere av testene måler samme fenomen og det har derfor blitt gjennomført «parceling» av dataene. Parceling handler om å samle større mengder med items som måler samme fenomen. Fordelen med parceling er at reliabiliteten øker ved at man reduserer tilfeldige målefeil når individenes skåringer relateres til flere målinger av samme fenomen (Little et al., 2002, s. 157). Dette betyr at hvis deltagerne for eksempel har vært ukonsentrert på ett item kan dette slå uheldig ut og bidra til målefeil. Hvis man derimot slår sammen alle resultatene som måler samme fenomen vil ikke disse målefeilene bli like avgjørende. Parceling er spesielt aktuelt for studier med små utvalg (Matsunaga, 2008 s. 274), men det er også noen utfordringer knyttet til bruk av parceling. Parceling kan føre til at de opprinnelige dataenes dimensjonalitet ikke kommer tydelig frem. Dette innebærer at man ikke får frem forskjellene i dataene, noe som kan bidra til skjevheter og systematiske målefeil i resultatene (Little et al., 2002, s. 162; Matsunaga, 2008, s. 275). I dette tilfellet er det derimot stor likhet i mange av testene og de fenomenene testene måler. I tillegg er det et lite utvalg, som styrker begrunnelsen for parceling. Fordelene med parceling overveies derfor å være større enn ulempene (Little et al., 2002, s. 162-163). Parceling i denne studien er vist i tabell 2. I denne studien betyr bruk av parceling at det blir 5 målevariabler fremfor 11.

**Tabell 2**

*Parceling av testene som inngår i studien.*

| Tester | Målevariabel |
|---|---|
| TOBANS tallsammenligning<br>Oslo SPeLL tallsammenligning | Symbolsk tallforståelse |
| Oslo SPeLL tallgjenkjenning<br>Oslo SPeLL tallesing | Tallkunnskap |
| TOBANS addisjon 0-10<br>Regnefaktaprøven addisjon 0-10<br>Oslo SPeLL addisjon 0-10 | Aritmetisk ferdighet addisjon |
| TOBANS subtraksjon 0-10<br>Regnefaktaprøven subtraksjon 0-10<br>Oslo SPeLL subtraksjon 0-10 | Aritmetisk ferdighet subtraksjon |
| WISC-V regning | Tekstoppgaver |

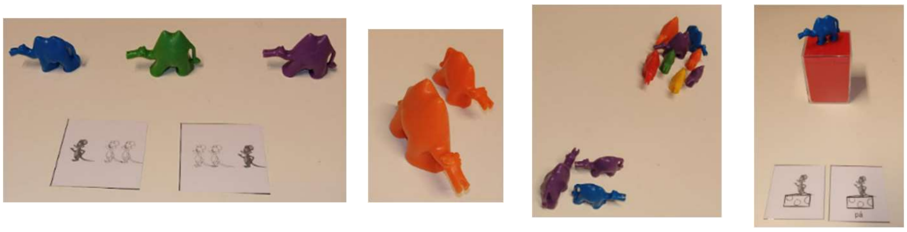
### 3.6.2.Beskrivelse av intervensjonsmaterialet

Intervensjonsmaterialet som er brukt i denne masterundersøkelsen ble utarbeidet etter grundig gjennomgang av både teoretiske modeller og empiriske funn fra tidligere undersøkelser. Innholdet i intervensjonen vil derfor omhandle følgende områder: matematiske begreper (Hooper et al, 2010; LeFevre et al., 2010; Purpura et al., 2011; Purpura, Napoli et al., 2017; Purpura & Reid, 2016), symbolsk tallforståelse (Chu et al., 2016; Geary, 2011a; Göbel et al., 2014), telling (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunola et al., 2004), tallkunnskap og aritmetiske ferdigheter med fokus på addisjon og subtraksjon (Jordan et al., 2009). Det prioriteres symbolsk tallforståelse fremfor ikke-symbolsk både ved testing og intervensjon i denne studien. Selv om noen studier viser at ikke-symbolsk tallforståelse, som approximate number system (ANS) predikerer senere matematikkferdigheter, viser flere undersøkelser at det er symbolsk tallforståelse som i større grad både predikerer utvikling og er påvirkelig for internvensjon (Chu et al., 2016; Geary, 2011a; Göbel et al., 2014). Det ble ellers lagt vekt på å inkludere prinsipper fra de teoretiske modellene til Dehaene (1992), LeFevre et al. (2010) og Rittle-Johnson et al. (2001). Dette innebærer at det ble lagt vekt på undervisningsformer som består av både prosedyrekunnskap og konseptuelle ferdigheter (Rittle-Johnson et al., 2001), språklige elementer og mengdeberegning (Dehaene, 1992; LeFevre et al., 2010) og kombinasjon av både muntlig og skriftlig representasjon av tall (Dehaene, 1992).

Undervisningsmetoder og organiseringsformer for selve gjennomføringen ble funnet i metaanalyser (Chodura et al., 2015; Dennis et al., 2016; Jitendra et al., 2021; Nelson & McMaster, 2019), randomiserte studier på matematikkintervensjoner i Norge (Bonesrønning et al., 2022; Lopez-Pedersen et al., 2023), faktorer for å unngå fadeout (Bailey et al, 2017; Bailey et al., 2020) og prinsipper for intervensjonsarbeid (Fuchs et al., 2008). Organiseringsformen ble derfor et tiltak på nivå 2 etter RtI-modellen (Bender & Shores, 2007, s. 22; Fuchs & Fuchs, 2007; Meld. St. 6 (2019-2020), s. 48-49) med en 8 ukers intervensjon med 4 ukentlige økter gitt i liten gruppe med 5 elever. Undervisningsøktene var på 45 minutter effektiv undervisning. Det ble lagt opp til eksplisitte instruksjoner med modellering og trening i form av skriftlige oppgaver, oppgaver på nettbrett og bruk av samtaler, utforsking og refleksjoner. Det ble lagt til rette for bruk av visuelle representasjoner for å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol og matematiske operasjoner. Det ble i tillegg forsøkt å redusere sjansen for fadeout-effekt ved å legge til rette for støttende miljø. Dette ble gjort ved å implementere visuelle representasjoner som blir brukt i matematikkundervisningen på trinnet, samt at det ble gitt informasjon til matematikklærerne på trinnet om innhold og arbeidsmetoder i etterkant av intervensjonen. Materialet som ble utarbeidet til intervensjonen hentet inspirasjon og oppgaver fra «Intervensjonsprogram for tidlig tallferdigheter» (ThinkMath, u.å), «Matematikk i barnehagen – Idéhefte og erfaringer fra et kompetansehevingsprosjekt» (Omland & Bones, u.å), applikasjonen «TELLA» (http://tella123.org) i tillegg til at det ble utarbeidet eget materiale og oppgaver. Det ble utarbeidet planer for alle øktene. Disse ligger vedlagt i vedlegg 7. Bildene gjengitt i figur 7 til figur 11 presenteres et utvalg av oppgaver innenfor de ulike områdene for å gi et inntrykk av innhold og arbeidsmetoder i intervensjonen.

**Figur 7**

*Eksempel på oppgaver som omhandler matematiske begreper.*

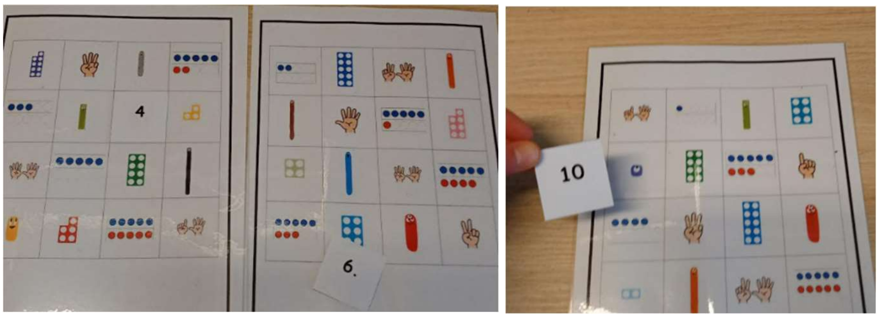


*Note.* [Fotografi], av Randi K. Solberg, 03.03.2023.

Matematiske begreper kan vise seg å være viktig for barns tidlige tilegnelse av matematisk innhold (Espinas & Fuchs, 2022, s. 72; Purpura & Reid, 2016, s. 263; Purpura, Napoli et al., 2017). Dette omhandler blant annet begreper om plassering, for eksempel før og etter, mengder, som flest, færrest, mye og lite, samt størrelser, som større enn, mindre enn. Figur 7 viser eksempler på aktiviteter knyttet til matematisk språk.

**Figur 8**

*Eksempel på oppgaver som omhandler symbolsk tallforståelse.*

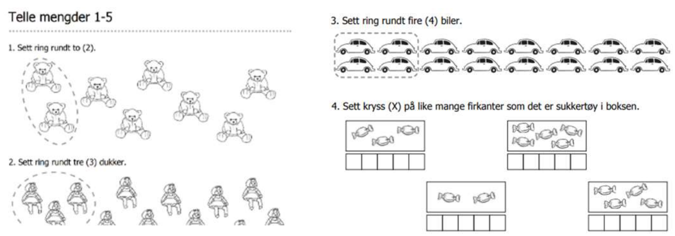



*Note.* [Fotografi], av Randi K. Solberg, 03.03.2023.

Symbolsk tallforståelse handler blant annet om å kunne anslå mengder og avgjøre om et tall eller mengde er mer enn et annet (National Research Council et al., 2009, s. 22-31). Det å jobbe med å koble en gitt mengde og skriftlig og muntlig presentasjon av mengden vil være aktuelle arbeidsformer for å trene symbolsk tallforståelse (Dehaene, 1992). Figur 8 viser eksempel på en slik aktivitet gjennom et selvutviklet memoryspill.

**Figur 9**

*Eksempel på oppgaver som omhandler telling.*

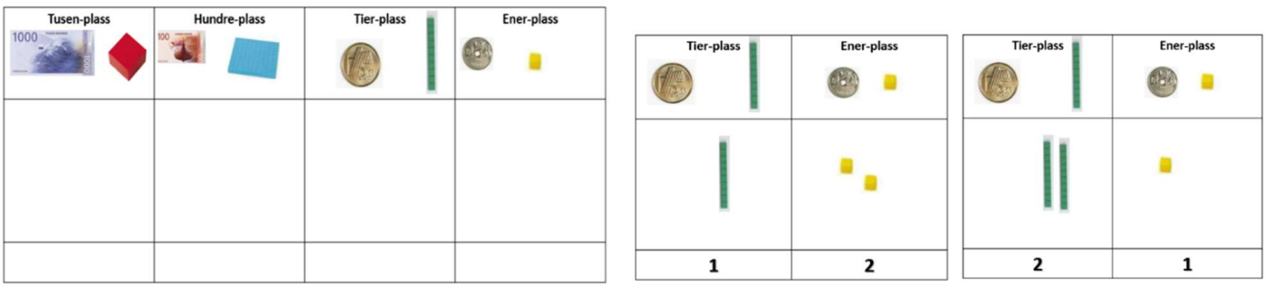



*Note.* Fra «Intervensjonsprogram for tidlige tallferdigheter - arbeidsark», av ThinkMath, u.å, (https://thinkmathglobal.files.wordpress.com/2019/08/arbeidsark_1-16-compressed.pdf). CC BY 4.0.

Figur 9 viser oppgaveark der elevene trener på å telle og gjenkjenne ulike mengder og tallsymbol. Det ble også jobbet med prinsipper for telling og effektive tellestrategier.

**Figur 10**

*Eksempel på oppgaver som omhandler tallkunnskap.*

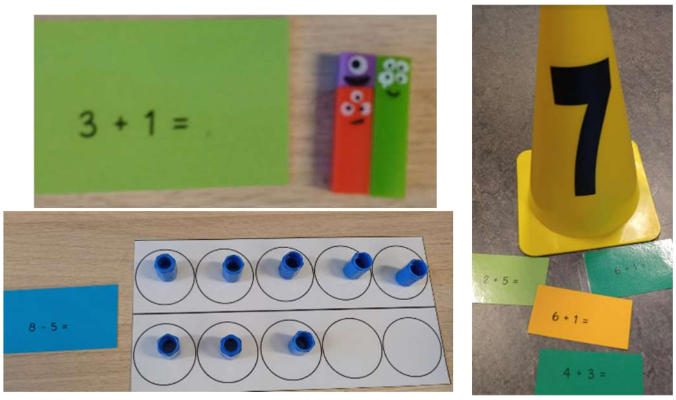



*Note.* [Fotografi], av Randi K. Solberg, 03.03.2023.

Tallkunnskap handler blant annet om forståelse av mengder og bruk av symboler, men også forståelse for posisjonssystemet og gjenkjenning av tall presentert muntlig og skriftlig. Figur 10 viser et eksempel på hvordan det gjennom et selvutviklet opplegg arbeides med kunnskap og forståelse for sifrenes plassering og verdi av tallene. I figur 10 vist med tallene 12 og 21.

**Figur 11**

*Eksempel på oppgaver som omhandler addisjon og subtraksjon.*




*Note.* [Fotografi], av Randi K. Solberg, 03.03.2023.

Det vektlegges trening i strategi og forståelse fremfor «pugging» av regnestykker og svar. I figur 11 vises det ulike strategier og tilnærminger til utregninger, sammenhenger og øvelser innen addisjon og subtraksjon.

## 3.7.Etiske perspektiver

Etiske perspektiver i forskning handler om å ivareta alle involverte parter, være ærlig og redelig av både datainnsamling og rapportering om funn, samt se både utfordringer og positive bidrag ved egen forskning. For å kunne foreta forskning som involverer studier av personer må det innhentes samtykke (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora [NESH], 2021, s. 18). Spesielt viktig er dette når studien involverer barn (NESH, 2021, s. 20). Elevene har rett til medvirkning og det som omhandler barnet skal være til barnets beste, jamfør FNs barnekonvensjon artikkel 12 og 3, samt Grunnloven §104 (gjengitt i NESH, 2021, s.20). Barna er involvert, og deres stemme er hørt, både gjennom eget avkrysningsskjema for hvert barn (se vedlegg 2) og gjennom oppfordring til foresatte å snakke med barnet før det gis samtykke. Det er innhentet skriftlig samtykke og blitt informert om at deltagelse er frivillig, at man har innsyn i data som gjelder seg selv/egne barn og at samtykket når som helst kan trekkes tilbake. I samme skriv ble det også informert om innhenting, oppbevaring, bruk og destruering av data (se vedlegg 3). Samtykket er dermed i tråd med retningslinjene (NESH, 2021, s. 18-21).

Et annet aspekt Sikt påpekte var ønske om barnefaglig kompetanse, slik også NESH (2021, s. 25) understreker. Den som skal gjennomføre prosjektet er utdannet adjunkt med tilleggsutdanning med undervisningskompetanse fra 1.-10.trinn og har 10 års erfaring med arbeid på alle alderstrinn i norsk grunnskole. Ønske om barnefaglig kompetanse vurderes derfor å være ivaretatt i denne undersøkelsen. Det var et ønske om å gjøre en blindet studie slik at foresatte og elever ikke fikk informasjon om de var i tiltaksgruppe eller kontrollgruppe. Tilbakemeldingen fra Sikt var at det var ønskelig at foresatte ble gitt innsyn i hvilken gruppe deres barn deltok i. Dette ble tatt til etterretning og foresatte fikk informasjon om hvilken gruppe deres barn ble en del av (se vedlegg 5 og 6). Elevene ble derimot ikke opplyst om at de deltok i noe særskilt opplegg, men at dette var undervisning på lik linje som annen tilrettelegging i skolens daglige praksis. Frykten for at prosjektet skulle være stigmatiserende ble derfor ansett som lav, men det ble gitt informasjon om hvis elever uttrykte mistrivsel, enten gjennom verbale utsagn eller kroppsspråk, ville det bli tatt kontakt med foresatte for å vurdere om eleven skulle være med å videre eller trekkes fra studien. Elevene var også informert om at deltagelse var på deres premisser. Elevene hadde når som helst mulighet til å trekke seg eller unnlate å delta i gruppeundervisningen. Endringer ble meldt Sikt og prosjektet fikk godkjenning til å bli gjennomført (se vedlegg 1). Studien er også registrert i Clinical Trials.gov (https://clinicaltrials.gov) og er godkjent og registrert med identifikasjonskode NCT05709418.

### Randomiseringens etiske dilemma

Ettersom studien er en randomisert kontrollstudie er det flere etiske aspekter som er viktig å være klar over. Elevene blir tilfeldig fordelt i to grupper der én gruppe får tilbud om intervensjon, mens den andre gruppen ikke får det. Det kan diskuteres om det er forsvarlig fordi man kan ende opp med å unnlate en gruppe elever et tiltak som kan gi økt læringsutbytte. Før prosjektet er gjennomført og dataene analysert kan man derimot ikke si om det er en fordel å være i tiltaksgruppen eller ikke. Samtidig må man stole på at det ordinære opplæringstilbudet som elevene i kontrollgruppen er en del av, er godt. Alle elever på 1.-4.trinn skal være ivaretatt innenfor det ordinære opplæringstilbudet med tanke på § 1-3 og § 1-4 i opplæringsloven (1998). Det som er viktig å presisere er at både tiltaksgruppen og kontrollgruppen vil jobbe med mål fra læreplanen, men at arbeidsmetoder, innlæring, vekting av mål og oppgaver kan bli noe ulikt. Grunnet metodefrihet i norsk skole vil dette være noe som uansett vil variere fra gruppe til gruppe og lærer til lærer. Intervensjonen ble gitt parallelt med trinnets matematikkundervisning og ble gjennomført på elevens skole i trygge omgivelser. For å ivareta kontrollgruppens interesser ble det informert om at disse elevene vil få tilsvarende tilbud som intervensjonsgruppen når alle data er samlet inn, noe som vil bli våren 2023. Foresatte og elever er velinformert om design og hva det innebærer både gjennom muntlig og skriftlig informasjon, samt mulighet for å ta kontakt når det måtte være via mail eller telefon. Når det gjelder begrunnelsen for RCT handler det om muligheten for å kunne måle effekt. Ved å kunne si om et tiltak har effekt må man minske andre årsaksforklaringer, og i så måte er et eksperimentelt design det foretrukne (Hamaker et al., 2020, s. 4; Travers et al., 2016, s. 196). Når man benytter RCT i utdanningsøyemed er det for å kunne finne kausale bevis for hva som fungerer best, såkalt evidensbasert praksis (Kvernbekk, 2018, s. 140). Derimot er det ikke nødvendigvis slik at evidens fra RCT er evidens for en generell hypotese (Cartwright, 2007, s. 12; Kvernbekk, 2018, s. 143). Alt skjer i kontekster, også forskning, og selv om man forsøker å «nøytralisere» kontekster ved bruk av RCT vil det ikke alltid lykkes i praksis (Kvernbekk, 2018, s. 151). Derimot er det kanskje det nærmeste man kommer i form av deduktiv metode for å fremskaffe evidens for sammenhenger mellom årsak og effekt, men at dette derimot må tolkes og vurderes med forsiktighet. Begrunnelsen for RCT i denne sammenheng er derfor å se om det er noen forskjell i de to gruppene og deretter drøfte hva som kan være årsaken til funnene. Dette for i større grad kunne vurdere ulike metoder for å ivareta til intensiv opplæring (Opplæringsloven, 1998, §1-4) og jobbe forebyggende (Meld. St .6 (2019-2020), s.12).

## 3.8.Oppsummering av viktige punkter fra metodekapittelet

Metodekapittelet har beskrevet studiens design og metodiske tilnærming. Studien har et eksperimentelt design med kvantitativ metodisk tilnærming. Studiens populasjon, utvalg og prosedyrer er redegjort for, og ulike validitets- og reliabilitetsaspekter er belyst. Dette vil bli drøftet nærmere i kapittel 5. Det er i denne studien ikke foretatt en vurdering av statistisk styrke. Dette begrunnes med studiens rammeforutsetning og hensikt. Studiens variabler er omtalt og informasjon og begrunnelser for parceling er beskrevet. Testbatteri og intervensjonsmaterialet er også presentert. Ettersom dette er en RCT som gjennomføres med barn, er det flere etiske perspektiv å ta stilling til. Disse er forsøkt belyst, og begrunnelse for bruk av RCT design er gitt. I neste kapittel blir analyseprosessen og funn fra masterundersøkelsen presentert.

# 4. Analyse og resultater

I dette kapittelet vil studiens analyse og resultater presenteres. Før resultatene presenteres redegjøres det for valg av analyse, effektstørrelse, p-verdi og justering av p-verdi. Diskusjoner og drøftinger av funnene vil bli løftet frem i kapittel 5. Alle analysene i denne undersøkelsen er gjennomført i statistikkprogrammet Jeffrey's Amazing Statistics Program (heretter forkortet JASP) (https://jasp-stats.org).

## 4.1. Valg av analyse

I mange tilfeller når gjennomsnittet til to uavhengige utvalg skal sammenlignes brukes den parametriske metoden t-test (Field, 2013, s. 364-365). T-test forutsetter en tilnærmet normalfordeling (Field, 2013, s. 214), og et utvalg på 30 er tilstrekkelig for å anta normalfordeling og bruk av parametriske metoder (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 78). I denne studien er utvalget 10 deltagere og dermed ikke tilstrekkelig til å anta normalfordeling. For å analysere dataene velges derfor en ikke-parametrisk metode kalt uparet Mann-Whitney U-test, også kalt bare Mann-Whitney (Field, 2013, s. 219). Mann-Whitney sammenligner rangerte skåringer mellom gruppene og JASP oppgir effekten ved rank-biserial korrelasjon (rrb). Det betyr at resultatene for alle deltagere i kontrollgruppen og intervensjonsgruppen rangeres etter skår deltagerne får på tester, og deretter sammenlignes totalskåren for hver av gruppene. Dette er den ikke-parametriske ekvivalenten til middelverdien for t-tester (Field, 2013, s. 219). Effektstørrelsene for Mann-Whitney er som følger:

- rrb < .3 = liten effekt
- rrb = .3-.5 = medium effekt
- rrb > .5 = stor effekt

(Field, 2013, s. 227).

U-verdien som beregnes med Mann-Whitney kan regnes om til en p-verdi for å kunne gjennomføre hypotesetesting og avgjøre om intervensjonen har hatt effekt. P-verdien gir informasjon om hvor sannsynlig det er at utfallene ikke skyldes tilfeldighet (Sullivan & Feinn, 2012, s. 279). Det settes et konfidensintervall for å si hvor stor feilmargin som aksepteres. Det er vanlig å bruke 99% eller 95% for konfidensintervall, og i dette tilfellet settes konfidensintervallet til 95%. $H_0$ er: Det er ingen forskjell i de målte matematikkferdighetene mellom kontrollgruppen og intervensjonsgruppen. $H_1$ blir dermed: Det er en forskjell i de målte matematikkferdighetene mellom kontrollgruppen og intervensjonsgruppen. Det er utarbeidet 5 forskningsspørsmål der effekten av 8 ukers intervensjon på 5 målevariabler for tidlige matematikkferdigheter undersøkes. Hvis analysen viser signifikant effekt på én eller flere målevariabler forkastes $H_0$. Hvis analysen ikke kan vise til noen signifikante funn på noen av målevariablene beholdes $H_0$. For å kunne si at forskjellen mellom gruppene er signifikant må oppgitt p-verdi i JASP være $\leq .05$.

## 4.2. Effektstørrelse og p-verdi

Effektstørrelse er et objektivt standardmål for størrelsen på den observerte effekten (Field, 2013, s. 79), og sier noe om størrelsen på forskjellen mellom gruppene som er studert (Sullivan & Feinn, 2012, s. 279). Fordelen med effektstørrelsen er at den ikke påvirkes av utvalgsstørrelsen, og kan derfor være et bedre mål for å sammenligne effekt på tvers av studier (Sullivan & Feinn, 2012, s. 279). I studier som undersøker intervensjoner gitt i skolesammenheng blir effektstørrelsen ofte oppgitt i Cohens's d (Panjeh et al., 2023, s. 1). Mens Cohen's d er effektstørrelsen for gruppeforskjeller i parametriske utvalg, er rrb tilsvarende verdi for ikke-parametriske utvalg. Studier viser at effektstørrelsen Cohen's d kan gi ulike verdier for effekt avhengig av fagområder, intervensjoner og populasjon (Panjeh et al., 2023a, s. 1; Panjeh et al., 2023b, s. 7843). Med dette menes at tommelfingerregelen som indikerer liten, medium og stor effekt for verdiene .2, .5 og .8 bør tolkes med forsiktighet, ettersom en ukritisk bruk kan føre til over- eller underestimering av effektstørrelsen (Panjeh et al., 2023a, s. 1; Panjeh et al., 2023b, s. 7843-7844). Det diskuteres at effektstørrelsen heller bør gjøres ut fra en fordeling i inndelingen liten, medium og stor etter 25.persentil, 50.persentil og 75.persentil (Panjeh et al., 2023a; Panjeh et al., 2023b). Omregninger av effektstørrelse sett i forhold til persentilene ga lavere verdier for lav, middels og stor effekt enn tradisjonell bruk av Cohen's d innenfor noen fagområder (Panjeh et al., 2023a; Panjeh et al., 2023b). Dette kan indikerer at verdier for effektstørrelse i visse tilfeller kan tilsi å ikke ha effekt når det har en klinisk effekt.

P-verdien gir informasjon om sannsynligheten for de utfallene studien gir, danner grunnlag for å gjennomføre hypotesetesting og kan rent statistisk være med på å gi en tallmessig begrunnelse for om en behandling eller tiltak har hatt effekt (Field, 2013, s. 62-65; Sullivan & Feinn, 2012, s. 279). Statistisk signifikans er derimot ikke det samme som klinisk signifikans (Field, 2013, s. 75; Nordahl-Hansen et al., 2018, s. 802). P-verdien er nemlig sensitiv for utvalgsstørrelsen, så et lite utvalg vil ha større vanskeligheter med å oppnå tilfredsstillende p-verdier enn et stort utvalg (Sullivan & Feinn, 2012, s. 280; Field, 2013, s. 73-74). Dette fører til at store utvalg kan tendere til å overestimere funn og tilsi signifikant effekt selv om det ikke er det, mens små utvalg kan rapportere at det ikke er noen signifikant effekt når det faktisk er det. Tilfredsstillende p-verdi er derfor ingen garanti for at et tiltak vil ha en klinisk effekt. Grunnet p-verdiens variasjon med utvalgsstørrelsen og det faktum at p-verdien alene ikke angir i hvilken grad behandlingen har effekt, taler flere for at effektstørrelse bør oppgis og tas med i vurdering av resultatene (Field, 2013, s. 79; Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 93; Pripp, 2015, s. 1463; Sullivan & Feinn, 2012, s. 279).

Kort oppsummert kan man si at effektstørrelse og p-verdi tjener to noe ulike formål. Effektstørrelsen oppgir hvor stor effekten av eventuelle forskjeller er, mens p-verdien angir sannsynligheten for om funnene er tilfeldige eller ikke. P-verdien kan forstås som en slags «screener» for å oppdage om funnene er tilfeldige eller ikke, og om det er grunnlag for å forkaste eller beholde $H_0$. Det er derimot verdt å merke seg at p-verdien er sensitiv for størrelsen på utvalget, slik at et stort utvalg i større grad vil kunne finne statistisk signifikante forskjeller selv om det klinisk sett er marginale forskjeller (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 80; Sullivan & Feinn, 2012, s. 280). Dette innebærer at det er større sannsynlighet for å begå type I-feil for et stort utvalg, og større sannsynlighet for å begå type II-feil for et lite utvalg. Effektstørrelsen påvirkes derimot ikke av utvalgsstørrelsen og kan dermed være til hjelp for å avgjøre i hvor stor grad en p-verdi gir faktisk effekt eller ikke (Field, 2013, s. 81).
En p-verdi $\leq .05$ kan nemlig ha lav effektstørrelse og derfor ikke ha noen klinisk betydning. Effektstørrelse og p-verdi bør derfor sees i sammenheng for å kunne avgjøre om tiltaket har hatt effekt, og i så fall hvor stor effekten av tiltaket er.

### 4.2.1. Hypotesetesting og justering av p-verdi

Det foretas ofte korreksjoner, eller justeringer, av p-verdi ved multiple hypoteser. Multiple hypoteser vil si hypoteser som undersøker flere hypoteser i én og samme studie, for eksempel ved å studere effekt på flere målevariabler (Lydersen, 2021). Denne masterundersøkelsen er et slikt tilfelle. Dette kan øke faren for å gjøre type I-feil, og det anbefales derforofte å gjøre en justering av p-verdien for å redusere sjansen for å forkaste en sann nullhypotese (Rothman, 1990, s. 43). Justering av p-verdi reduserer type I-feil, men kan samtidig øke sjansen for type II-feil (Field, 2013, s. 69; Lydersen, 2021; Rothman, 1990, s. 43). Samtidig stilles det spørsmålstegn til om en slik justering alltid vil være hensiktsmessig (Rothman, 1990, s. 43), og det finnes ingen allmenn enighet om når og hvordan slike justeringer bør foretas (Lydersen, 2021). Selv om det i denne studien ikke bare er én målevariabel, men fem, foretas det ingen justering av p-verdien og signifikansnivået beholdes på .05. For å unngå problemer knyttet til falske funn på grunn av flere vurderte utfall, er effektstørrelse og konfidensintervall også grunnleggende verdier i denne analysen.

## 4.3. Deskriptiv statistikk av dataene

I dette avsnittet presenteres deskriptiv statistikk av dataene. Det velges fremstilling både i tabellform og diagramform. Diagrammene inkluderes for å gjøre resultatene mer lesbare og lettere tilgjengelig for de som ikke er familiære med fremstilling i tabeller. Tabell 3 viser deskriptiv statistikk på gruppenivå målt på pretest, mens tabell 4 viser tilsvarende resultater målt på posttest. Diagram 1 viser utvikling på de ulike målevariablene fra pretest til posttest. Resultatene for variabelen generelt evnenivå er kun tatt med på pretest, fordi den fungerer som en kontrollvariabel for å si noe om forskjeller og likheter mellom de to gruppene. Det skal derfor ikke måles noe utvikling på denne variabelen.

**Tabell 3**

*Deskriptiv statistikk på gruppenivå av resultater på pretest (første målepunkt).*

| | Kontroll (n=5) | | Tiltak/intervensjon (n=5) | |
|---|---|---|---|---|
| | Gjennomsnitt | Standardavvik | Gjennomsnitt | Standardavvik |
| Symbolsk tallforståelse | 6.800 | 1.643 | 7.200 | 2.387 |
| Tallkunnskap | 20.400 | 4.393 | 16.800 | 5.357 |
| Aritmetisk ferdighet addisjon | 6.200 | 7.120 | 4.400 | 5.225 |
| Aritmetisk ferdighet subtraksjon | 1.600 | 1.673 | 3.00 | 2.828 |
| Tekstoppgaver | 6.800 | 1.304 | 5.600 | 2.608 |
| Generelt evnenivå | 16.600 | 2.608 | 15.600 | 5.367 |

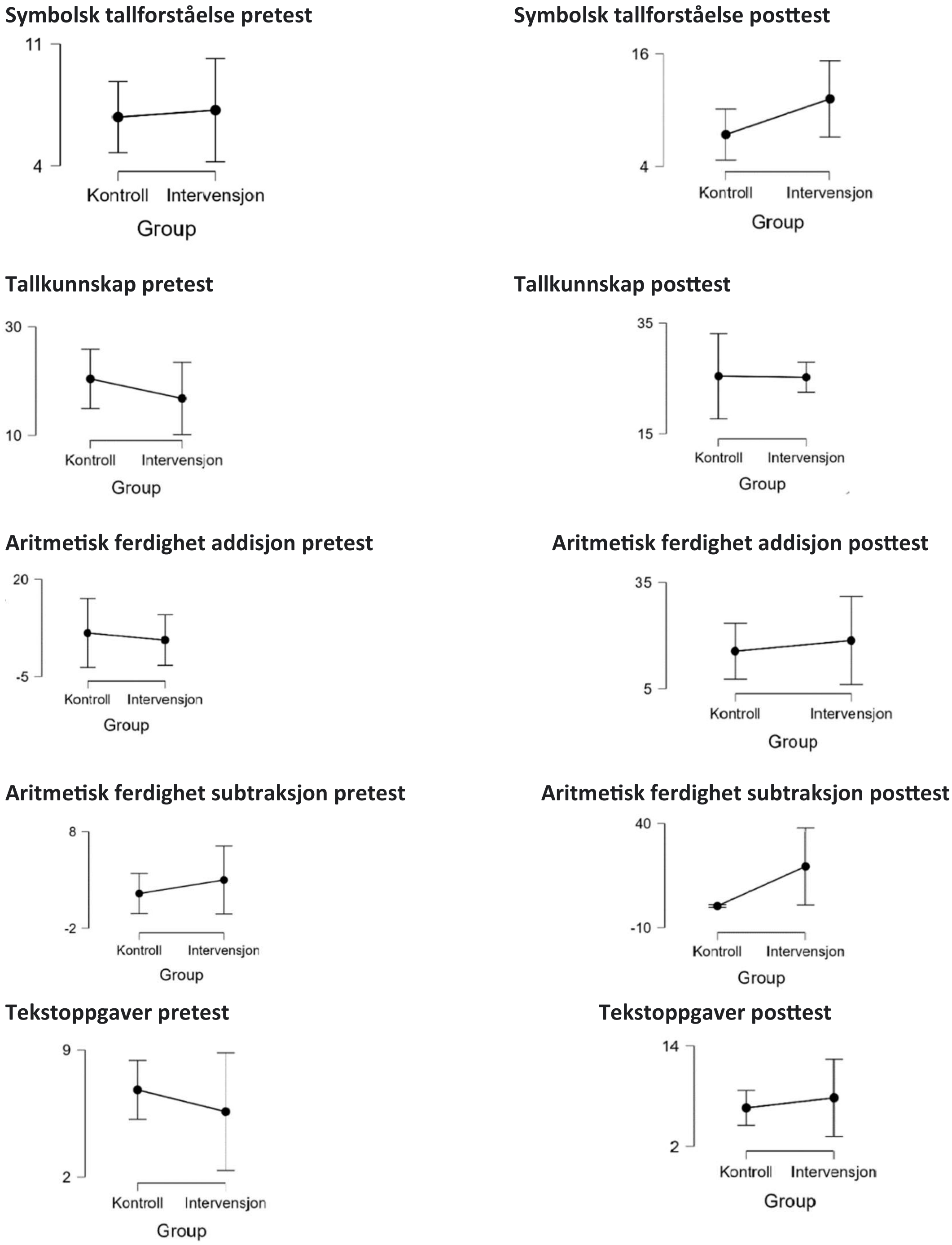
**Tabell 4**

*Deskriptiv statistikk på gruppenivå av resultater på posttest (andre målepunkt).*

| | Kontroll (n=5) | | Tiltak/intervensjon (n=5) | |
|---|---|---|---|---|
| | Gjennomsnitt | Standardavvik | Gjennomsnitt | Standardavvik |
| Symbolsk tallforståelse | 7.400 | 2.191 | 11.200 | 3.271 |
| Tallkunnskap | 25.400 | 6.189 | 25.200 | 2.168 |
| Aritmetisk ferdighet addisjon | 15.600 | 6.348 | 18.600 | 9.990 |
| Aritmetisk ferdighet subtraksjon | 0.400 | 0.548 | 19.400 | 14.876 |
| Tekstoppgaver | 6.600 | 1.673 | 7.800 | 3.701 |

## Diagram 1

*Utvikling på målevariablene og gjennomsnitt for gruppene.*




Resultatene fra pretest viser at kontrollgruppen og tiltaksgruppen har forholdsvis likt utgangspunkt både i de matematiske ferdighetene som måles og generelt evnenivå. Posttest indikerer at tiltaksgruppen presterer bedre på alle områder bortsett fra tallkunnskap, der kontrollgruppen har marginalt bedre resultat. Posttesten tallkunnskap viser mindre spredning i resultatene i tiltaksgruppen enn i kontrollgruppen. Dette er det området der standardavviket er forholdsvis lite i tiltaksgruppen. Standardavviket på de andre posttestene derimot varier mer i tiltaksgruppen enn kontrollgruppen. For å kunne avgjøre om forskjellen mellom gruppene er store nok til å si at tiltaket har hatt en effekt gjennomføres Mann-Whitney U-test for uavhengige utvalg.

## 4.4. Mann-Whitney U-test

I figur 12 følger en fremstilling av resultatene fra analysene gjort med Mann-Whitney U-test.

**Figur 12**

*Mann-Whitney U-test for uavhengige utvalg.*

| | | | | | 95% konfidensintervall for rank-biserial korrelasjon | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | W | p | Rank-biserial korrelasjon | Standardavvik for rank-biserial korrelasjon | Nedre | Øvre |
| Symbolsk tallforståelse | 3.500 | 0.071 | -0.720 | 0.365 | -0.930 | -0.156 |
| Tallkunnskap | 13.500 | 0.916 | 0.080 | 0.365 | -0.585 | 0.681 |
| Aritmetisk ferdighet addisjon 0-10 | 10.000 | 0.690 | -0.200 | 0.365 | -0.741 | 0.499 |
| Aritmetisk ferdighet subtraksjon 0-10 | 0.000 | 0.011 | -1.000 | 0.365 | -1.000 | -1.000 |
| Tekstoppgaver | 11.000 | 0.830 | -0.120 | 0.365 | -0.702 | 0.558 |

Minustegnet (-) foran verdiene i kolonnen rank-biserial korrelasjon viser at effekten er i favør tiltaksgruppen. Utregningen tar kontrollgruppens resultat minus tiltaksgruppens resultat, noe som gir negativt utfallstall så lenge resultatene til tiltaksgruppen er bedre enn kontrollgruppens. W referer til U-verdien for testen som brukes til å angi p-verdien. Konfidensintervallet sier noe om hvordan spredning i målene er fordelt og er en måte å angi feilmarginen av en beregning eller måling. Et konfidensintervall på 95% betyr at det er 95% sikkerhet for at de virkelige resultatene ligger innenfor den oppgitte verdien (Field, 2013, s. 59). Et konfidensintervall med liten differanse innebærer at det er lite spredning og indikerer sikre målinger for den målevariabelen i dette utvalget. Ettersom verdiene for konfidensintervallet henger sammen med verdiene for rank-biserial korrelasjon betyr minustegn foran tallet for øvre og nedre verdi at effekten er i favør tiltaksgruppen. Når konfidensintervallet er sentrert på den negative siden betyr det at funnet om effekt er å anta som sikre i favør tiltaksgruppen. Hvis konfidensintervallet krysser 0 er det knyttet usikkerhet til effektmålet.

Resultatene viser at målevariabelen aritmetisk ferdighet subtraksjon er statistisk signifikant ($p < .05$) samtidig som det oppdages effekt (rrb = -.1.000) i favør tiltaksgruppen. For de andre målevariablene mangler det evidens for p-verdiene ($p > .05$) og effektstørrelsen er som følger: nest størst effekt oppdages på målevariabel symbolsk tallforståelse (rrb = -.720), deretter følger aritmetisk ferdighet addisjon (rrb = -.200), tekstoppgaver (rrb = -.120) og tallkunnskap (rrb = .080). Dette innebærer at p-verdi, rank-biserial korrelasjon og konfidensintervallet viser at det er signifikant forskjell i favør tiltaksgruppen på målevariabelen subtraksjon. For de andre målevariablene er det ikke statistisk signifikante funn, men effektstørrelsen indikerer effekt i favør tiltaksgruppen på alle målevariabler unntatt tallkunnskap. Fordi konfidensintervallet krysser 0 på flere av målevariablene er det usikkerhet knyttet til effektstørrelsen på flere av målevariablene. P-verdien oppdaget på målevariabelen subtraksjon gir grunnlag for å forkaste $H_0$. Det innebærer at antagelsene for $H_1$ er styrket. Resultatene indikerer dermed at intervensjonen har hatt effekt på utfallsmålet subtraksjon.

## 4.5. Oppsummering av viktige punkter fra resultatkapittelet

Ettersom det ikke er realistisk å anta normalfordeling av utvalget i denne studien ble den ikke-parametrisk analysemetoden Mann-Whitney U-test valgt. Resultatene av analysen viser statistisk signifikans ($p < .05$) og effekt (rrb = -1.000) i favør tiltaksgruppen på målevariabelen aritmetisk ferdighet subtraksjon. De andre målevariablene kan ikke vise til statistisk signifikans ($p > .05$), og har også spredning i effektstørrelse. Den nest største effektstørrelsen oppdages på målevariabelen symbolsk tallforståelse (rrb = -.720), deretter følger aritmetisk ferdighet addisjon (rrb = -.200) og tekstoppgaver (rrb = -.120), som alle har effektstørrelse i favør tiltaksgruppen. Den siste målevariabelen, tallkunnskap, er den målevariabelen med minst effektstørrelse (rrb = .080), og også den eneste målevariabelen som er i favør kontrollgruppen. Disse resultatene vil drøftes ytterligere i kapittel 5. I forbindelse med drøfting av resultatene vil p-verdi og effektstørrelse være essensielt. Det er derfor gitt en redegjørelse for disse målene. En totalvurdering basert på studiens design, formål og utvalg konkluderer med at det i dette tilfellet ikke vil være hensiktsmessig med en justering av p-verdier til tross for en multippel hypotese. Funnene gir dermed grunnlag for å forkaste $H_0$, og $H_1$ er styrket.

# 5.Drøfting

I dette kapittelet vil studiens funn, gyldighet, begrensninger og implikasjoner for spesialpedagogisk praksis og forskning drøftes. Først problematiseres og diskuteres studiens utvalgsstørrelse før funnene drøftes opp mot teoretiske momenter. Deretter blir gyldighet og pålitelighet av funnene drøftet ved å se nærmere på validitet og reliabilitet. Avslutningsvis i kapittelet vil diskusjoner knyttet til sammenhenger mellom prediksjonsstudier, intervensjoner og effekt presenteres før studiens begrensninger belyses. Helt til slutt følger en oppsummering av viktige punkter fra drøftingskapittelet.

## 5.1.Drøftinger knyttet til studiens utvalg

I metodekapittelet ble det redegjort for manglende styrkeberegning grunnet utvalgsstørrelsen. Det at denne masterundersøkelsen har et lite utvalg vil påvirke både resultatene og tolkningen av disse. Ettersom utvalgsstørrelsen i stor grad legger føringer for presentasjon og tolkninger av resultatene, blir drøftinger knyttet til utvalgsstørrelsen presentert først.

### 5.1.1.Utvalgsstørrelsen og reliabilitetsmål for testbatteriet

Reliabilitet innen kvantitativ metode handler om pålitelighet til de målingene som er gjort og om et måleverktøy er konsistent (Clark et al., 2021, s. 154-155; Field, 2013, s. 13; Nyeng, 2012, s. 105-106). I denne studien er testenes indre konsistens vurdert ved hjelp av Cronbach's alpha (α). Hensikten med dette er å undersøke og vurdere testenes reliabilitet for utvalget som inngår i denne studien. En akseptabel verdi for Cronbach's alpha bør være $> .7$, og en verdi $< .7$ indikerer at målevertøyet ikke er konsistent (Field, 2013, s. 709). Dette avhenger derimot av blant annet utvalgsstørrelsen og antall items som inngår i analysen (Bartlett & Frost, 2008; Field, 2013, s. 709). Reliabilitetsverdiene for testene i denne studien varier fra $\alpha = .356$ til $\alpha = .919$, noe som indikerer lav pålitelighet for enkelte tester og høy pålitelighet for andre. I vurderingen av reliabilitetsverdien for denne studien er det viktig å ta i betraktning både antall deltagere, egenskaper ved deltagerne og antall items som inngår i analysen. Den lave utvalgsstørrelsen vil i stor grad påvirke α-verdien (Bartlett & Frost, 2008; Field, 2013, s. 709). I tillegg er deltagerne identifisert til å streve med matematikk, noe som innebærer at det er mindre spredning i utvalget. Det vil si at utvalget som gjennomfører testene som benyttes i reliabilitetsanalysen sentrerer seg i nederste del av normalfordelingskurven. Gruppen er med andre ord homogen på de ferdighetene det testes for, noe som får konsekvenser for resultatene. I tillegg har flere av testene tidsbegrensning.

På enkelte av testene rekker elevene å gjennomføre kun 2 items. Dette får konsekvenser for analysen, da det vil være maks 2 items som danner grunnlag for α-verdien. Indeksene må derfor leses med forsiktighet. Dette gjelder alle reliabilitetsverdiene, ikke bare de med lav verdi. Reliabilitetsverdiene inkluderes for å vise åpenhet i studien, jamfør retningslinjer fra NESH (2021). Med tanke på egenskaper ved utvalget, utvalgsstørrelsen og antall items som ligger til grunn for analysen anses testene som reliable for sitt formål. Det ble i tillegg gjennomført parceling av data for å for å redusere mulige målefeil. I denne sammenheng vurderes det at testene gir nyttig og riktig informasjon, men at det vil være behov for et større utvalg for å sikre statistiske resultater.

### 5.1.2.Utvalgsstørrelsen og analyse og tolkning av data

Oppgavens problemstilling er å undersøke effekten av tidlig, intensiv opplæring i matematikk for 1.trinnselever som identifiseres med svake ferdigheter i matematikk. I denne sammenheng er intensiv opplæring synonymt med intervensjon etter nivå 2 i RtI-modellen (Bender & Shores, 2007, s. 22, Fuchs & Fuchs, 2007; Meld. St. 6 (2019-2020), s. 48-49). For å kunne besvare problemstillingen ble det utarbeidet 5 forskningsspørsmål for å vurdere effekten av en 8 ukers intervensjon på 5 målevariabler som inngår i den avhengige variabelen tidlige matematikkferdigheter. $H_0$ i denne studien er at det ikke vil være noen forskjell i tidlige matematikkferdigheter mellom tiltaksgruppen og kontrollgruppen. Konfidensintervallet er satt til 95%, noe som innebærer at p-verdien må være $\leq .05$ for å kunne si at forskjellen mellom gruppene er statistisk signifikant. Resultatene fra analysen viser at det kun er statistisk signifikante funn på utfallsmålet for subtraksjon. Ettersom kontrollgruppen ikke hadde jobbet med subtraksjon da posttestene ble gjennomført, anses det som uetisk og misbruk av forskningsfunn å forkaste $H_0$. Det betyr at resultatene og effektstørrelsen fra denne masterundersøkelsen er usikre, og $H_0$ kan derfor ikke forkastes. Det betyr ikke det samme som å bevise $H_0$, men $H_1$ blir heller ikke forsterket.

Til forskjell fra andre studier (som for eksempel Bonesrønning et al., 2022; Gersten et al., 2015; Jitendra et al., 2021; Lopez-Pedersen et al., 2023 Aunio et al., 2021), kan ikke denne masterunderøkelsen si at det er mer effektivt å få opplæring organisert etter nivå 2 i RtI-modellen sammenlignet med det ordinære opplæringstilbudet. Dette kan henge sammen med den lave utvalgsstørrelsen, eller det kan bety at det ordinære opplæringstilbudet er godt tilrettelagt og tilpasset. Ettersom p-verdien er sensitiv for utvalgsstørrelsen, kan det heller ikke utelukkes at det er en fare for å gjøre type II-feil. Det betyr i så fall at $H_0$ beholdes når den skulle vært forkastet. Når funnene diskuteres videre er det med visshet om at funnene ikke er statistisk signifikante, men vurderinger til de resultatene som oppdages for utvalget er likevel relevant å kommentere. Resultatene viser noe om utviklingen av matematikkferdigheter for dette utvalget. Selv om det statistisk sett er knyttet usikkerhet til sannsynligheten for å få tilsvarende resultater i et utvalg blant andre 1.trinnselever, kan det gi en pekepinn på hva som kan være aktuelt å undersøke i senere studier. Erfaringer som ikke viser statistisk signifikans, kan også være med på å legge føringer for senere studier.

## 5.2.Effekt av intervensjonen

Oppgavens problemstilling er å undersøke effekten av tidlig, intensiv opplæring i matematikk for 1.trinnselever som identifiseres med svake ferdigheter i matematikk. For å kunne besvare problemstillingen ble det utarbeidet 5 forskningsspørsmål for å vurdere effekten av en 8 ukers intervensjon på 5 ulike områder som omhandler tidlige matematikkferdigheter. Videre følger drøftinger av funnene relatert til hver av de 5 målevariablene.

### 5.2.1.Effekt av intervensjonen på symbolsk tallforståelse

En mulig forklaring på funnene som oppdages på denne målevariabelen kan handle om hva slags oppgaver som inngikk i intervensjonen. Undervisning som ble gitt i tiltaksgruppen la vekt på undervisningsmetoder og arbeidsformer som viser å ha effekt for elever med svake matematikkferdigheter. Dette innebærer bruk av eksplisitte instruksjoner (Dennis et al., 2016; Jitendra et al., 2021; Nelson & McMaster, 2019), ferdighetstrening, konseptuell forståelse (Dennis et al., 2016; Fuchs et al., 2008; Rittle-Johnson et al., 2001), bruk av både muntlig språk, skriftlige symbol og representasjoner for mengder (Dehaene, 1992; LeFevre et al., 2010), overvåking og tilrettelegging av oppgaver etter nivå (Bailey et al., 2017; Dennis et al., 2016; Fuchs et al., 2008). I tillegg har alle elevene i tiltaksgruppen deltatt aktivt i samtaler og oppgaver som er gjort. Dette vil trolig være lettere å få til i en liten gruppe enn i hel klasse, slik som kontrollgruppen har vært en del av. Elevene i tiltaksgruppen kan rett og slett ha fått flere anledninger til å trene på ferdighetene, samtidig som de har fått større variasjon i undervisningsmetoder og oppgavetyper for å trene på ferdighetene. Dette er undervisningsmetoder som er gunstig for elever med svake ferdigheter i matematikk, så det kan være at elevene i tiltaksgruppen har profitert på organisering og arbeidsformer. Derimot kan det hende at innhold og oppgaver gitt i tiltaksgruppen var for enkle, noe som kan forklare at funnet ikke er signifikant. Med dette menes at oppgavene og aktivitetene som inngikk i intervensjonsmaterialet hadde en takeffekt, slik at elevene i tiltaksgruppen ikke fikk tilstrekkelig utfordringer, og stagnerte i utviklingen. Hvis det er tilfellet forsterker det prinsippet om at RtI-modellen ikke er statisk, og at intervensjoner og tiltak brukt i forebyggende arbeid må overvåkes nøye (Bender & Shores, 2007). Det innebærer at det kreves avveiing i hvilke elever som bør få tilbud utover nivå 1 i RtI-modellen, hvilke områder og ferdigheter elevene bør få tilpasninger i (Bailey et al., 2017) og vurdering av når elevene bør få tilrettelegginger enten oppover eller nedover i RtI-modellen.

### 5.2.2.Effekt av intervensjonen på tallkunnskap

Resultatene på denne variabelen kan handle om itemsene som inngikk i testene for å måle variabelen. I testene som ble brukt for å måle tallkunnskap økte vanskelighetsgraden på itemsene relativt raskt. Fra å omhandle tall med ett og to siffer på de tre første oppgavene ble det plutselig tre-, fire- og femsifrede tall. Dette kan ha ført til at testene har en gulveffekt. Det betyr at hvis det har vært en forskjell i ferdighetene mellom kontrollgruppen og tiltaksgruppen ble ikke det fanget opp fordi testene ikke hadde items som kunne skille godt nok mellom ferdighetene til deltagerne. Dette innebærer at en elev som er trygg på oppbygningen av tosifrede tall, som «tjue-tre» og «førti-seks» ikke fikk vist disse ferdighetene fullt ut fordi testen raskt inkluderte items som «ni-hundre-og-åtte». Kanskje ville det vært bedre å bruke andre tester for å måle denne variabelen. Tallkunnskap er et sammensatt område som krever flere ferdigheter innen både tallforståelse, begreper om mengder, forståelse av plassverdisystemet og logiske prinsipper rundt talloppbygning. Dette innebærer at tallkunnskap er utfordrende å måle, og senere studier bør vurdere nøye hvordan fenomenet best lar seg måle. Det viser samtidig hvor viktig tester er i en studie, og at dette også må tas til etterretning når man leser ulike studier. Bonesrønning et al. (2022, s.5) rapporterer for eksempel at effekt fra intervensjonen som ble gjennomført i deres studie viste tre ganger så høy effekt på posttest målt med en selvutviklet test sammenlignet med nasjonal prøve i regning. Dette viser at hvilke tester som benyttes til ulike formål og hvordan funnene rapporteres kan ha mye å si for resultatene som oppdages i en studie.

Et annet interessant funn relatert til variabelen tallkunnskap er standardavviket på gruppenivå mellom pretest og posttest. På pretest har tiltaksgruppens størst standardavvik på variabelen tallkunnskap, mens det på posttest er den variabelen med minst standardavvik.

Standardavviket går fra 5.357 på pretest til 2.168 på posttest. For kontrollgruppen er tilsvarende verdier 4.393 på pretest og 6.189 på posttest. Dette innebærer at spriket i ferdigheter som er målt med testene for denne variabelen har økt i kontrollgruppen, mens det er redusert i tiltaksgruppen. En mulig forklaring på forskjellene i standardavviket på pretest og posttest mellom gruppene er at kontrollgruppen har deltatt i undervisning med større faglige utfordringer. I ordinær klasseromsundervisning vil det være større variasjon i innhold og oppgaver med tanke på faglige utfordringer. På den måten kan elevene i kontrollgruppen ha hatt mulighet til å utfordre og utvikle sine ferdigheter i større grad enn elevene i intervensjonsgruppen. Spredningen i resultatene for tiltaksgruppen blir dermed mindre fordi gruppen oppnår samme ferdighetsnivå, mens det for kontrollgruppen kan bli større spredning i standardavviket fordi elevene i denne gruppen får flere utfordringer og utvikler seg i ulikt tempo. Hvis det er tilfellet viser det viktigheten av at tiltak som gis er riktig både med tanke på innhold og at det gis til rett tid, jamfør Bailey et al. (2017), og at et viktig prinsipp i intervensjonsarbeid å overvåke elevens utvikling og tilpasse deretter (Fuchs et al., 2008).

### 5.2.3.Effekt av intervensjonen på aritmetisk ferdighet addisjon

Både tiltaksgruppen og kontrollgruppen har jobbet med addisjon i tallområdet 0-10. Undervisningsmetoder og arbeidsformer på dette området kan ha vært noenlunde likt, og dermed har ferdighetsnivået til elevene målt med testene for denne variabelen også blitt relativt likt. Resultatene for variabelen addisjon kan derimot også henge sammen med testene som er benyttet for å måle ferdighetene. Testene elevene gjennomfører for å måle ferdigheter i addisjon har tidsbegrensning. Elevene som deltar i studien er elever som står i fare for å bli hengende etter i matematikkfaget, og elever som strever med matematikk har ofte tungvinte strategier (Geary, 2011b, s. 259-260; Geary & Hoard, 2005, s. 258). Det kan bety at tiltaksgruppen og kontrollgruppen er jevnbyrdige når det kommer til utførelse av prosedyrer knyttet til addisjon. Dette fører til at strategier og gjenhenting av tallfakta for å løse addisjonsoppgaver er nokså likt. Derimot kan det være at intervensjonsgruppen har fått større konseptuell forståelse (Rittle-Johnson et al., 2001). Det innebærer i så fall at tiltaksgruppen har en bedre forståelse av hva addisjon er og hvordan ulike addisjonsoppgaver kan løses. Hvis dette er tilfellet burde forskjellen mellom prosedyrekunnskap og konseptuell forståelse komme til syne på tester der elevene fikk benytte visuelle representasjoner på lik linje som det har vært benyttet i intervensjonen og eventuelt klasserommet. Denne studien burde derfor hatt en test som også la til rette for å kontrollere den konseptuelle forståelsen, ikke bare prosedyrekunnskap. Dette er en testform som bør vurderes om en lignende studie skal gjøres igjen. Det gir muligheten til å undersøke forskjeller på gruppenivå både med tanke på konseptuell forståelse og prosedyrekunnskap. Dette kan bidra med viktig informasjon om utvikling av ferdigheter og forståelse som igjen kan brukes i arbeidet for å forstå og hjelpe elever i utviklingen av matematikkferdigheter. Kanskje er det slik at elever som strever med tilegnelse av tidlige matematikkferdigheter trenger flere konseptuelle erfaringer for å utvikle trygge prosedyreferdigheter. Selv om resultatene målt på variabelen addisjon er usikre, bidrar funnene til å vurdere hvilke tester og ulike ferdigheter fremtidige studier bør inkludere for å få målinger som kan skille mellom ulike egenskaper hos deltagerne.

### 5.2.4.Effekt av intervensjonen på aritmetisk ferdighet subtraksjon

En mulig forklaring til resultatet målt på variabelen subtraksjon kan være innholdet i opplæringen gitt i kontrollgruppen og tiltaksgruppen. I perioden da intervensjonen pågikk jobbet tiltaksgruppen med områdene matematiske begreper, symbolsk tallforståelse, telling, tallkunnskap, addisjon og subtraksjon. Til sammenligning ble det i kontrollgruppen jobbet med områdene mengder, tallsymbol, relasjoner, addisjon og tallrekker i tallområdet 0-10. Det betyr at kontrollgruppen ikke har jobbet med subtraksjon i samme tidsperiode, noe som trolig er hovedårsaken til effekt med statistisk signifikans på dette utfallsmålet. Funnet er derimot interessant, fordi det viser at elever i fare for å bli hengende etter i matematikk, kan forstå og tilegne seg en god del kunnskap om subtraksjon relativt tidlig i skoleløpet. Dette funnet samsvarer med at opplæring i domenespesifikke ferdigheter har stor betydning for utviklingen av matematikkferdigheter (Chu et al., 2016; Malone et al., 2022), selv om det ligger biologiske og kognitive faktorer til grunn for denne utviklingen (Andersson & Lyxell, 2007; Bull et al., 2008; Cragg et al., 2017; Deary et al., 2007; Fuchs et al., 2005; Morton & Frith, 1995; Passolunghi & Lanfranchi, 2012; Purpura & Ganley, 2014; Vanbinst et al., 2020; Van der Ven et al., 2012). Tiltaksgruppen har fått opplæring i spesifikke ferdigheter som omhandler grunnleggende forståelse og prinsipper for subtraksjon, og har utviklet subtraksjonsferdighetene sine i mye større grad enn kontrollgruppen.

Intervensjonen har prioritert arbeidsformer som har til hensikt å øke elevenes forståelse for subtraksjon. Elevene har gjennom praktisk bruk av visuelle representasjoner og samtaler om sammenhenger mellom addisjon og subtraksjon jobbet med prinsipper for hva subtraksjon innebærer fremfor prosedyrekunnskap og «øv og drill». Likevel klarer elevene i tiltaksgruppen å ta i bruk prosedyreferdigheter knyttet til subtraksjon når de gjennomfører posttestene som måler variabelen subtraksjon. Dette gir grunnlag for å anta at konseptuell forståelse er viktig i tilegnelse av tidlige matematikkferdigheter, slik som Rittle-Johnson et al. (2001) hevder. Det kan stilles spørsmålstegn til hvorfor en tilsvarende arbeidsform ikke ga det samme utslaget for resultat målt på variabelen for addisjon. Det kunne være nærliggende å anta at en tilnærmet lik opplæring og bruk av konseptuell forståelse mellom addisjon og subtraksjon skulle resultert i nokså like funn på målevariablene, noe det ikke er her. En mulig forklaring er at kontrollgruppen har utviklet en del prosedyrekunnskap innen addisjon som de kan ta i bruk, mens tiltaksgruppen har mer konseptuell forståelse for addisjon og dermed mindre automatiserte ferdigheter. Når det kommer til subtraksjon har derimot ikke kontrollgruppen fått opplæring i dette, og de har ingen prosedyreferdigheter å lene seg på. Tiltaksgruppen kan ha en viss konseptuell forståelse som de klarer å omsette til prosedyreferdigheter på lik linje med addisjonsferdighetene, men fordi kontrollgruppen ikke har hatt noen formell opplæring i subtraksjon blir utfallet på målevariablene for addisjon og subtraksjon ulikt.

I resultatkapittelet ble det oppgitt at $H_0$ forkastes hvis det oppdages en forskjell i effekt mellom tiltaksgruppen og kontrollgruppen og p-verdi $\leq .05$ på én eller flere målevariabler. Analysen på variabelen subtraksjon gir dermed grunnlag for å forkaste $H_0$, og $H_1$ er forsterket. Dette innebærer at intervensjonen har hatt en effekt på de tidlige matematikkferdighetene til elevene som deltok i intervensjonen. Samtidig bør det rettes et kritisk og forskningsetisk blikk på dette resultatet. Ettersom kontrollgruppen ikke hadde fått opplæring i subtraksjon på tidspunktet posttestene ble gjennomført blir funnet for effekt basert på feil grunnlag. Formålet med intervensjonen er å se om det er noen forskjell mellom deltagelse i ordinært undervisningstilbud og intervensjon på nivå 2 i RtI-modellen (Bender & Shores, 2007, s. 22). Posttestene som er gjennomført på variabelen subtraksjon gir egentlig bare et mål på om tiltaksgruppen har hatt effekt av opplæring i subtraksjon, ikke om det har vært noen forskjell i læringsutbytte for de to gruppene. Det ville vært interessant å gjennomføre en studie der både kontrollgruppen og tiltaksgruppen får opplæring i subtraksjon. Kun ved at begge grupper har fått opplæring i subtraksjon kan man si noe om den ene eller andre undervisningsformen er mer effektiv. Resultatene som foreligger på variabelen subtraksjon er uansett interessant, fordi det viser to sentrale ting. Det ene er at elevers ferdigheter ikke må undervurderes og at forventingene ikke må legges for lavt, jamfør Bailey et al. (2017). Det andre er at subtraksjon trolig kan ha en større plass tidligere på 1.trinn enn hva det kan se ut til å ha i dag. Det betyr ikke at 1.trinnselever skal pugge subtraksjonsstykker eller kunne ramse opp svar, men å gjøre erfaringer og få trening i prinsipper om hva subtraksjon innebærer. I denne studien har kontrollgruppen lært om addisjon adskilt fra subtraksjon, og subtraksjon vil bli introdusert som et mer selvstendig område senere på året. Det kan føre til at elevene går glipp av muligheten til å se sammenhenger mellom addisjon og subtraksjon, og på den måten ikke få en konseptuell forståelse. Dette kan igjen bidra til dårligere utviklet prosedyreferdigheter og matematikkferdigheter gitt den iterative sammenhengen mellom de to komponentene (Rittle-Johnson et al., 2001). Sett i lys av resultatene fra posttest på variabelen subtraksjon i denne studien vil det være fordelaktig å introdusere subtraksjon på et tidlig tidspunkt i opplæringen.

### 5.2.5.Effekt av intervensjonen på tekstoppgaver

Effektstørrelsen for dette utfallsmålet skiller seg fra effektstørrelsen Lopez-Pedersen et al. (2023) har for samme utfallsmål. Studien til Lopez-Pedersen et al. (2023) viser moderat og signifikant effekt, mens det i denne studien ikke kan sies å være en effekt. Det å løse tekstoppgaver krever flere prosesser og større forståelse for abstrakte, matematiske konsepter enn det å løse oppgaver med krav til rene prosedyreferdigheter. Rittle-Johnson et al. (2001) sin modell for utvikling av matematikkferdigheter hevder prosedyrekunnskap og konseptuell forståelse utvikles parallelt og gjennom iterative prosesser. Det betyr at utvikling av prosedyreferdigheter og konseptuell forståelse er avhengig av hverandre, men utviklingen er ikke symmetrisk (Rittle-Johnson & Schneider, 2015, s. 1126). Selv om modellen til Rittle-Johnson et al. (2001) går bort fra at den ene formen for kunnskap utvikles før den andre kan det være tilfellet at det kreves noe prosedyrekunnskap for å kunne løse tekstoppgaver. Med dette menes at ettersom tekstoppgaver krever så mange prosesser vil automatikk i strategier og utregninger avlaste blant annet arbeidsminnet, og større kapasitet kan brukes på å tolke og forstå oppgavene som blir gitt. Det vil si at elever er avhengig av en viss prosedyrekunnskap før de kan bruke ferdighetene sine i andre sammenhenger og kontekster. Intervensjoner som har til hensikt å forbedre ferdigheter knyttet til tekstoppgaver bør kanskje forekomme noe senere på året. Dette kan være med å forklare den store forskjellen i effektstørrelse på utfallsmålet tekstoppgaver i Lopez-Pedersen et al. (2023) sin studie og denne studien, siden intervensjonen i studien til Lopez-Pedersen et al. (2023) ble gjennomført senere på året.

Ut fra kunnskap om at elever som strever med matematikk har dårligere tallforståelse og tallkunnskap (Geary, 2011b, s. 259-260; Geary & Hoard, 2005, s. 258) kan det også være tenkelig at elever som har svake matematikkferdigheter har større behov for eksplisitt trening innenfor området tekstoppgaver. Med dette menes at elevene må få trening i å bruke ulike ferdigheter innen matematikk i ulike settinger og forstå formuleringer knyttet til tekstoppgaver. Dette kan for eksempel innebære å forstå at når man skal finne ut hvor mye noen har til sammen er det ofte addisjon, når noen gir fra seg noe er det ofte subtraksjon, samt trening i å holde på flere informasjonsledd samtidig. Det at elever som har svake ferdigheter i matematikk kan ha behov for eksplisitt trening i å løse tekstoppgaver samsvarer med funnene til Chodura et al. (2015). Studien til Chodura et al. (2015) viser at elever som strever med matematikk har utbytte av intervensjoner som inkluderer opplæring i tekstoppgaver. Det betyr at lærer i større grad må modellere og vise måter å løse tekstoppgaver på, som elevene først øver på i fellesskap og deretter alene. Det har ikke vært gitt noen form for eksplisitt trening i løsning av tekstoppgaver i denne intervensjonen. Det har riktignok vært bruk av implisitt trening i tekstoppgaver gjennom samtaler og spørsmålsformuleringer som: «Hvor mange klosser har dere til sammen nå?», eller «Hvor mange klosser til trenger vi for å ha 5?», men elevene har ikke fått noen formell opplæring i hvordan slike oppgaver kan løses. Dette funnet kan derfor tyde på at elever som strever med matematikk har behov for mer strukturert trening i tekstoppgaver. Kanskje er tekstoppgaver et såpass komplekst område innenfor matematikk at det kreves egne studier og intervensjoner, slik blant annet Jitendra et al. (2021) trekker frem i sin studie.

## 5.3. Validitet og reliabilitet

En studie kan aldri sikre seg mot alle trusler knyttet til validitet og reliabiliteten. Derimot må rapporteringen av studien alltid belyse hvordan trusler mot validitet og reliabilitet er håndtert slik at leserne av studien også kan vurdere gyldigheten av de slutningene som trekkes. Videre følger drøftinger knyttet til studiens validitet og reliabilitet.

### 5.3.1. Drøftinger knyttet til begrepsvaliditet

Begrepsvaliditet handler om i hvor stor grad man lykkes med operasjonalisering av begreper, og i hvilken grad man mestrer å måle de begrepene man faktisk ønsker å måle (Clark et al., 2021, s. 157-158; Shadish et al., 2002, s. 65). Begrepsvaliditet handler altså om gyldigheten av de slutningene som trekkes relatert til begreper og fenomener som inngår i studien

(Shadish et al., 2002, s. 73). En av de største truslene mot begrepsvaliditet er feiloperasjonaliseringer (Shadish et al., 2002, s. 73). I denne studien er det mange begreper som er operasjonalisert, og mange teoretiske begreper som har måtte fylles med innhold.

**Drøftinger knyttet til operasjonalisering av målevariablene og testbatteri**

Gyldighetene av slutninger knyttet til operasjonalisering av flere av målevariablene og testene som benyttes for å måle utfallmålene oppleves som relativt valide. Med dette menes at flere av målevariablene måles med tester som i stor grad måler det de skal måle, som for eksempel målevariablene symbolsk tallforståelse, addisjon og subtraksjon. Slutninger som trekkes fra disse resultatene anses derfor som plausible. Derimot er tekstoppgaver og tallkunnskap to områder som er mer utfordrende å operasjonalisere. Dette innebærer at det kan være usikkerhet knyttet til hvilke fenomen ved disse variablene som faktisk måles. Tekstoppgaver stiller krav til både arbeidsminnet, språklige komponenter og matematikkferdigheter. Et forsøk på å redusere feilslutninger knyttet til målevariabelen tekstoppgaver var å sette et inklusjonskriterium om at deltagerne måtte forstå og snakke norsk tilnærmet flytende, samt test av generelt evnenivå ved baseline. Med bakgrunn i dette samt at det benyttes en standardisert test, WISC-V regning (Wechsler, 2017), anses slutningene som trekkes fra denne målevariabelen som gyldige. Når det gjelder utfallsmålet tallkunnskap krever det kunnskap og forståelse for flere ferdigheter som for eksempel tallforståelse, plassverdisystemet og logiske prinsipper rundt talloppbygning (Aunio & Räsänen, 2016; Jordan et al., 2009). I denne studien ble tallkunnskap målt med items der elevene skulle gjenkjenne tall presentert skriftlig og muntlig. Testen i seg måler ferdigheter som er relatert til tallkunnskap, men vanskelighetsgraden på itemsene som inngikk var muligens ikke godt nok tilpasset deltagerne. Selv om det ikke fremkommer tydelig av å se på resultatene på målevariabelen tallkunnskap, ble det under testing oppdaget at itemsene som inngikk i testene ikke i stor nok grad klarte å skille mellom elevenes ferdigheter. Dette gjør at resultatene på denne målevariabelen er usikre, og må tolkes med forsiktighet. Det kan altså forekomme en feilslutning ved å anta at dette utfallsmålet ikke har noen effekt, da testene ikke er godt nok operasjonalisert til å måle ferdighetene til deltagerne i utvalget. Bortsett fra usikkerhet knyttet til gyldigheten av resultatene på målevariabelen tallkunnskap anses slutningene knyttet til de andre målevariablene som valide.

**Drøftinger knyttet til deltagere og mangel på blinding**

Det var i utgangspunktet ønske om å gjøre en blindet studie, men etter tilbakemelding fra Sikt ble det besluttet å ikke gjøre studien blindet. Det vil si, elevene selv fikk nødvendigvis ikke noen tilbakemelding om at de var en del av tiltaksgruppe eller intervensjonsgruppe, men foresatte gjorde det. Dette vil trolig av flere anses som en begrensing, fordi studier viser til at de som deltar i en studie og vet de blir iakttatt vil gjøre det bedre, også kalt Hawthorne-effekten (Pripp, 2020). Denne teorien har senere blitt kritisert, og det stilles spørsmålstegn ved hvor stor vekt man bør tillegge denne effekten (Letrud & Hernes, 2019; McCambridge et al., 2014; Wickström & Bendix, 2000). Det kan også være slik at kontrollgruppen vil påvirkes av å vite at de ikke er en del av gruppen som får intervensjon. Med det menes at foresatte til elever i kontrollgruppen kan bli mer oppmerksomme på at deres barn har noen utfordringer, og dermed selv gå i gang med «opplæring» og aktiviteter for å stimulere tidlige matematikkferdigheter. På den måten kan denne trusselen være like relevant for begge grupper, og gyldighet av slutningene som trekkes fra studien anses i liten grad å være påvirket av en eventuell Hawthorne-effekt.

### 5.3.2.Drøftinger knyttet til indre validitet

Indre validitet avgjør i hvilken grad man kan trekke slutninger om at en variabel påvirker en annen (Clark et al., 2021, s. 44; Shadish et al., 2002, s. 53). Trusler mot indre validitet er fordeling av utvalget, frafall av deltagere, forhold ved måleinstrumentene, tolkning av statistisk signifikans som klinisk signifikans og sammenblanding av uavhengig- og avhengig variabel (Shadish et al., 2002, s. 55). I denne studien styrkes den indre validiteten gjennom det randomiserte designet og at det ikke er noe frafall av deltagere. Derimot er det noen trusler relatert til måleinstrumentene, gjennomføring av testene og tolkningen av analysen.

**Indre validitet og måleinstrumenter**

Når det gjelder måleinstrumentene er de avhengig av både tilfredsstillende operasjonalisering og høy reliabilitet for at man skal kunne trekke gyldige slutninger. I forrige delkapittel ble det redegjort for utfordringer knyttet til operasjonalisering av måleinstrumentene. Derimot må testenes reliabilitet diskuteres nærmere. Tidligere i dette kapittelet ble utfordringer knyttet til reliabilitetsmålene diskutert sett i lys av studiens utvalgsstørrelse. Det kom frem at studiens lave utvalg vil ha innvirkning på reliabilitetsverdiene. Sett i sammenheng med de psykometriske egenskapene til flere av testene (Brigstocke et al., 2016; Klausen & Reikerås, 2016; Wechsler, 2017) og α-verdier for testene i større utvalg (som for eksempel Malone, Verena et al., 2019) vurderes det at resultatene i denne studien er plausible. Samtidig er det gjort en tilpasning av testinstruksjoner for å redusere problematikken med at gjennomføring av en test én gang kan påvirke resultatene ved neste gjennomføring (Shadish et al., 2002, s. 55). Dette handler spesielt om deltesten «Regning» fra WISC-V (Wechsler, 2017). I instruksjonsboka for WISC-V (Wechsler, 2017) står det at testleder skal oppgi svar på oppgavene før neste oppgave blir gitt. Hvis elevene hadde blitt presentert svarene på pretest kunne dette påvirket resultatene på posttest. Svarene ble derfor utelatt ved gjennomføring av pretest. I tillegg ble testene gjennomført i ulik rekkefølge på pretest og posttest, for i størst mulig grad hindre repeterende svar eller gjenkjenning av oppgavene i en bestemt rekkefølge. Det betyr ikke at det ikke er en mulig feilkilde knyttet til test-retest, men det er gjort tilpasninger for å redusere det i så stor grad som det er mulig å påvirke. Hvis det skal være mulig å måle effekt må det nødvendigvis foretas de samme testene ved pretest og posttest, så fordelene ved bruk av testene på en slik måte er større enn ulempene.

### Gjennomføring av intervensjonen – en potensiell bias

Et annet aspekt ved den indre validiteten som er verdt å diskutere handler om hvem som planlegger, utformer og gjennomfører intervensjonen. Både kunnskap, kompetanse og erfaringer hos den som utformer og gjennomfører intervensjonen kan ha noe å si for utfallet. Læreren kan med andre ord være en konfunderende faktor (Hamaker et al., 2020, s. 7). En slik påvirkning vil ha betydning på den indre validiteten fordi det kan føre til feiltolkninger av korrelasjon og årsakssammenheng. En mulig effekt målt på målevariablene handler kanskje ikke om påvirkningen av den uavhengige variabelen på den avhengige variabelen, men påvirkning fra den læreren som har planlagt og gjennomført intervensjonen. Studier som involverer mennesker, vil alltid være sårbare for personlige egenskaper. I denne studien er intervensjonen utarbeidet og gitt av én og samme person som er lærerutdannet, og har fordypning i matematikk og spesialpedagogikk, og som har stor interesse og engasjement innenfor fagfeltet. Selv om intervensjonene har hatt detaljerte planer for innhold og organisering av hver økt, kan en potensiell bias være at egen motivasjon og engasjement for studien kan påvirke opplæringen utilsiktet. Flere av disse faktorene er også gjeldende for kontrollgruppen, men det er en viss risiko for at lærere kan påvirke resultatet ut fra hva slags kompetanse og interessefelt de har.

**Indre validitet og tolkning av analysen**

Når det gjelder tolkning av resultatene fra analysen er det viktig å vurdere hva resultatene viser og hvilke slutninger som kan trekkes. Resultatene fra analysen viser både stor og statistisk signifikant effekt på målevariabelen subtraksjon. Det gir grunnlag for forkasting av $H_0$ og at det er kausal årsakssammenheng mellom matematikkintervensjonen og den aritmetiske ferdigheten subtraksjon. Det er viktig å presisere at dette kun er statistisk signifikans, og med et konfidensintervall på 95% betyr det at man i 5 av 100 ganger ikke vil få det samme resultatet. I tillegg er det som diskutert tidligere i kapittelet noen utfordringer knyttet til funnet ettersom kontrollgruppen ikke har jobbet med subtraksjon ennå. Det er derimot interessant at elever med utfordringer knyttet til matematikk kan tilegne seg kunnskap og ferdigheter innen subtraksjon så tidlig. Gyldigheten for at matematikkintervensjon har større effekt på subtraksjonsferdigheter enn det ordinær undervisning ville hatt er mer usikkert.

### 5.3.3.Drøftinger knyttet til ytre validitet

Ytre validitet avgjør hvilke slutninger man kan trekke når det kommer til hvem og i hvilke tilfeller studiens funn er gyldige (Shadish et al., 2002, s. 83; Clark et al., 2021, s. 41). Faktorer som kan true den ytre validiteten er rekruttering eller valg av utvalget, størrelsen på utvalget og deltagelse i studien (Shadish et al., 2002, s. 86-87). I denne studien er en trussel mot den ytre validiteten bruk av bekvemmelighetsutvalg. Dette innebærer at utvalget ikke er trukket ut fra prinsippet om sannsynlighetsutvelging. Det vil si at det er umulig å generalisere resultatene fra denne studien til å gjelde alle 1.trinnselever i Norge. Derimot er studien gjennomført i naturlige settinger. Det vil si at intervensjonen er gitt som en del av det tilpassede opplæringstilbudet i elevenes skolehverdag. Dette styrker den ytre validitet fordi det sier noe om hvordan intervensjonen fungerer i et naturlig miljø.

### 5.3.4.Drøftinger knyttet til statistisk validitet

Statistisk validitet handler om å vurdere om det er samvariasjon mellom årsak og effekt, og hvor sterk samvariasjonen i så fall er (Shadish et al., 2002, s. 42). I eksperimentelle studier gjøres dette som regel med hypotesetesting (Shadish et al., 2002, s. 42). Typiske tusler mot statistisk validitet er type I-feil og type II-feil (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 85). Den største trusselen for studier med små utvalg er type II-feil. Det innebærer at $H_0$ feilaktig beholdes fordi det ikke er statistisk grunnlag for å forkaste den (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 85). I denne studien er $H_0$ at det ikke vil være forskjell på tidlige matematikkferdigheter mellom kontrollgruppen og intervensjonsgruppen etter matematikkintervensjonen. Resultatene fra analysen viser at intervensjonen har hatt statistisk signifikant effekt på området aritmetisk ferdighet subtraksjon. Dette gir grunnlag for å forkaste $H_0$. Samtidig er det betenkelig å konkludere med et slikt funn i denne studien fordi kontrollgruppen blir testet i et område de ikke har hatt opplæring i. Resultatene for utfallsmålet subtraksjon bidrar til at statistiske resultat må veies opp mot etiske vurderinger av resultatet. Det kan rent statistisk konkluderes med å forkaste $H_0$, men det oppleves uetisk fordi den ene gruppen ikke har fått opplæring i subtraksjon. Det vurderes derfor at $H_0$ ikke kan forkastes. Det statistisk signifikante funnet er likevel relevant, fordi det viser at elever som strever i matematikk kan tilegne seg ferdigheter innenfor subtraksjon tidlig på 1.trinn. Samtidig er det viktig å påpeke at den praktiske betydningen av effekt må vurderes parallelt med p-verdien. Inkluderer man et stort nok utvalg er det stor sjanse for at p-verdiene blir $\leq .05$, men det betyr ikke det samme som at tiltaket har en klinisk signifikans. Et tiltak kan ha klinisk signifikans selv om p-verdien ikke er statistisk signifikans. Det kan derfor ikke utelukkes at enkeltelever i denne studien har hatt effekt av intervensjonen. Dette er et viktig aspekt å ta inn over seg i arbeid med mennesker, fordi bedring i ferdigheter hos ett individ kan har stor betydning for den det gjelder.

### 5.3.5.Drøftinger knyttet til reliabilitet

Testene i denne studien er utført av samme person som både har planlagt og gjennomført intervensjonen. Det er derfor viktig å få frem at denne rolleblandingen er forsøkt holdt så profesjonell som mulig. Dette innebærer for eksempel at intervensjonsmaterialet ble utviklet før testbatteriet ble laget for å unngå at innholdet i intervensjonen ble lagt opp etter testene. Intervensjonen ble derimot planlagt etter screeningen, fordi innholdet i intervensjonen måtte bygge på elevenes ferdigheter. Testene som er benyttet kommer med tydelige instrukser til gjennomføring. Dette sikrer i større grad lik gjennomføring av testene. Rommet for gjennomføring var det samme for alle deltagerne og lå avskjermet til. Det var ingen opplevelse med at elevene synes testingen var ubehagelig, heller tvert imot. Flere av elevene etterspurte å få være med, og flere ville gjerne jobbe videre da testene var gjennomført.

## 5.4.Drøftinger om funn fra intervensjonen og prediksjonsstudier

Innhold og undervisningsmetoder i intervensjonen som er laget i forbindelse med denne masterundersøkelsen er utarbeidet etter funn fra både teori, prediksjonsstudier og empiriske funn, (som for eksempel Aunio & Räsänen, 2016; Bonesrønning et al., 2022; Dehaene, 1992; Geary, 2011a; Göbel et al., 2014; Jitendra et al., 2021; Jordan et al., 2009; Lopez-Pedersen et al., 2023). Det at analysen ikke finner statistisk signifikans er ingen overraskelse gitt utvalgsstørrelsen. Derimot var det forventing om å få effektstørrelser som tilsa at intervensjonsgruppen har hatt effekt av tiltaket. Flere mulige årsaker til resultatene er diskutert i foregående avsnitt, men det er samtidig relevant å diskutere betydningen av effektstørrelsen. Studier med større utvalg og mer robuste design enn denne masterundersøkelsen (som for eksempel Aunio et al., 2021; Fuchs et al., 2005; Gersten et al., 2015; Lopez-Pedersen et al., 2023) kan vise til statistisk signifikante funn, men effektstørrelsen er av varierende grad, og få studier har store effektstørrelser å vise til. Dette gjør det relevant å trekke frem studier som viser at en universell verdi for effektstørrelsen ikke nødvendigvis gir riktig verdi for den faktiske effekten (Panjeh et al., 2023a; Panjeh et al., 2023b). Studier innenfor matematikk og matematikkintervensjoner har utfordringer med å vise til stor effekt (Chodura et al., 2015; Dennis et al., 2016; Jitendra et al., 2021; Lopez-Pedersen et al., 2023), og studier som har benyttet forsinket posttest viser at effekten i stor grad reduseres og effektstørrelsen som oppdages er ofte lav (Bailey et al., 2016; Bailey et al., 2020; Lopez-Pedersen et al., 2023; Smith et al., 2013). Dette er ikke direkte tema i denne masterundersøkelsen, men visshet om at ulike fagfelt og disipliner viser til stor effekt når man regner ut effektstørrelsen opp mot persentiler og ikke bruker de universelle effektstørrelsene (Panjeh et al., 2023a; Panjeh et al., 2023b) gjør det relevant å nevne. Kanskje er det større effekt av matematikkintervensjoner enn det studier klarer å vise til gjennom bruk av tradisjonelle verdier for effektstørrelse? Dette er interessant og vil være relevant for videre studier innenfor matematikkfeltet, fordi det kan vise seg at matematikkintervensjoner har større effekt enn først antatt. Dette vil i så fall være med på å forklare noe av spriket det er mellom prediksjonsstudier og intervensjonsstudier i matematikk. Med dette menes at til tross for alt man vet om forebygging og utvikling av matematikkferdigheter ser det ikke ut til man greier å omsette det til praksis slik at tiltak og intervensjoner gir effekt. Hvis effektstørrelsene derimot må «justeres» vil det kanskje kunne være mulig å finne foretrukne intervensjoner og opplæringsmetoder i matematikk.

## 5.5.Studiens begrensninger

Validitetsvurderingen av en studie er avhengig av åpenhet om både styrker og svakheter, og at det tas hensyn til disse vurderingene i tolkning av resultatene. Dette prinsippet er forsøkt fulgt gjennom hele oppgaven. Så langt i drøftingskapittelet er det spesielt begrensninger knyttet til utvalg og statistisk generalisering som har vært drøftet. Ettersom studien benytter et bekvemmelighetsutvalg, vil det ikke være mulig å foreta noen statistiske generaliseringer av funnene i denne studien. I tillegg påvirker utvalgsstørrelsen reliabiliteten på testene som brukes og faren for type II-feil er større for et lite utvalg. Studien begrenser seg derfor til å være en innsamling av foreløpige data. En begrensning ved studien som ikke har vært drøftet frem til nå er mangelen på bruk av forsinket posttest for å vurdere langtidseffekter. Resultatene på posttest viser ingen umiddelbar effekt, men i mange studier med større utvalg finner forskerne en umiddelbar effekt (Aunio et al., 2021; Fuchs et al., 2005; Gersten et al., 2015; Lopez-Pedersen et al., 2023). I de tilfellene der det er foretatt forsinkede posttester (som for eksempel Bailey et al., 2016; Bailey et al., 2020; Lopez-Pedersen et al., 2023; Smith et al., 2013) viser resultatene at effekten avtar eller forsvinner, såkalt fadeout-effekt (Bailey et al., 2017, s. 10; Clements et al., 2013, s. 839). Det kunne derfor vært interessant og sett langtidseffekten for utvalget i denne studien. Kan det være mulig å oppnå en såkalt «sleeper-effekt», som vil si at effekten av tiltaket inntreffer først i etterkant av studien? Sett i sammenheng med studier som har hatt forsinket posttest, som for eksempel Bailey et al. (2016), Bailey et al. (2020), Lopez-Pedersen et al. (2023) og Smith et al. (2013) er det lite som antyder at det vil være tilfellet. Samtidig gis denne intervensjonen så tidlig på 1.trinn at det hadde vært interessant å undersøke en slik effekt nærmere. En av hensikten med intervensjonen er jo nettopp å gi tidlig hjelp for at elevene skal få et faglig påfyll for i større kunne følge det ordinære tilbudet. Sett i retrospektiv ville det med erfaringen og kunnskapen man har etter gjennomføring av denne studien, vært planlagt en studie med umiddelbar posttest og et mål for langtidseffekt ved å inkludere resultatene fra de valgfrie kartleggingsprøven i regning for 1.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2023). Dette hadde gitt informasjon og erfaringer både om korttids- og langtidseffekter for intervensjonen, og hvorvidt det intensive tiltaket virket forebyggende slik at elevene havner over oppfølgingsområdet på kartleggingsprøven i regning våren 1.trinn.

## 5.6.Oppsummering av viktige punkter fra drøftingskapittelet

Gyldigheten og påliteligheten av resultater og funn fra studien er diskutert. Med tanke på begrepsvaliditeten anses den som styrket gjennom bruk av teori og tidligere studier, samt klarhet for leseren for hva som ligger i de ulike begrepene og fenomenene som er studert. Det ene begrepet det knyttes noe usikkerhet til er tekstoppgaver fordi det kan måle andre ferdigheter enn kun matematikkferdigheter. Derimot er bruk av inklusjonskriterium om språkferdigheter og generelt evnenivå målt med nonverbal test en måte å imøtekomme disse truslene. Derimot bør slutninger trukket fra resultatet på målevariabelen tallkunnskap vurderes med forsiktighet fordi testene som måler dette fenomenet kan ha en gulveffekt. Studiens indre validitet er styrket grunnet design og det faktum at det ikke er noe frafall fra studien. Derimot er læreren som en konfunderende faktor en mulig trussel. Ytre validitet er begrenset grunnet bruk av bekvemmelighetsutvalg. Gitt studiens formål og bruk av ikke-sannsynlighetsutvalg er det ikke foretatt noen form for generalisering. Statistisk validitet er begrenset og det er stor sjanse for å gjøre type II-feil grunnet utvalgsstørrelsen. Effekten av den tidlige og intensive opplæringen har kun ett statistisk signifikant funn. Dette oppdages på målevariabelen subtraksjon, som er et område kontrollgruppen ikke har fått opplæring i. Det oppleves derfor både uetisk og misbruk av forskningsresultat å hevde at studien har noen statistisk signifikante funn, og $H_0$ beholdes. Verdien for effektstørrelse og det faktum at konfidensintervallet ikke krysser 0 på målevariablene symbolsk tallforståelse og subtraksjon, gir derimot grunnlag for å undersøke bruk av tidlig intervensjon i studier med mer robust design. Det kan heller ikke utelukkes at den intensive opplæringen har hatt klinisk effekt for enkeltelever. En endring på individnivå kan bety mye for den det gjelder, og selv om denne studien undersøker effekt på gruppenivå bør man ikke overse eller undervurdere effekter på individnivå. I tillegg er resultatet som oppdages på utfallsmålet subtraksjon spesielt interessant. Dette viser at elever identifisert med svake ferdigheter i matematikk er i stand til å lære prinsipper og tilegne seg en viss forståelse for subtraksjon tidlig i utdanningsløpet.

# 6.Avslutning

Målet med denne oppgaven har vært å undersøke problemstillingen: «Hva er effekten av tidlig, intensiv opplæring for 1.trinnselever som identifiseres med svake ferdigheter i matematikk?». Det ble utarbeidet fem forskningsspørsmål om hvilken effekt 8 ukers matematikkintervensjon har på symbolsk tallforståelse, tallkunnskap, aritmetisk ferdighet addisjon, aritmetisk ferdighet subtraksjon og tekstoppgaver. Funnene fra denne masterundersøkelsen viser at det er stor usikkerhet knyttet til funnene, ettersom det ikke er noen gyldige verdier for statistisk signifikans. Dessuten er det ikke mulig å foreta noen statistiske generaliseringer fordi det benyttes et ikke-sannsynlighetsutvalg. Resultatene gir derfor ingen tiltak med beviselig effekt som kan tas i bruk direkte av lærere på 1.trinn. Derimot kan studien muligens bidra med kunnskap og erfaringer som kan få praktisk betydning og brukes i videre forskning. Selv om studien ikke viser statistisk signifikante funn på gruppenivå, kan det ikke utelukkes at enkeltelever har hatt utbytte av intervensjonen. Gitt viktigheten av tidlige matematikkferdigheter bør ikke eventuelle effekter som oppstår på individnivå undervurderes. Intervensjonen gjør det også mulig å fange opp hvilke elever som strever, hva elevene strever med og i hvor stor grad elevene strever. Dette vil ha betydning for praksis, fordi lærerne i større grad vil få oversikt over hva elevene mestrer og ha mulighet til å hjelpe elevene ut fra det. Resultatene på målevariabelen subtraksjon viser at tiltaksgruppen har hatt utbytte av opplæringen. Dette er et funn som bør få betydning for praksis og som gjør det aktuelt å forske videre på effekt av tidlige tiltak i matematikk. Masteroppgaven avsluttes derfor med mulige implikasjoner for praksis og forskning innenfor spesialpedagogikk.

## 6.1.Implikasjoner for spesialpedagogisk praksis

I opplæringsloven (1998) står det at elever har rett på tilpasset opplæring (§ 1-3) og skolen plikter å gi støtte i form av intensiv opplæring til elever som står i fare for å bli hengende etter i lesing, skriving og regning (§ 1-4). Tidlige matematikkferdigheter predikerer senere akademiske prestasjoner (Duncan et al., 2007) og spriket i matematikkferdigheter øker med alderen (Sandsør et al., 2023). Elevene som starter skolen med lave kunnskaper i tidlige regneferdigheter står i fare for å bli hengende etter i matematikk gjennom hele skoleløpet (Geary, 2013; Jordan et al., 2009; Judge & Watson, 2011). Derfor bør skolen ta sikte på å identifisere og hjelpe elever så tidlig som mulig slik at elevene får kombinasjonen av tidlig og riktig hjelp for å avhjelpe og forebygge vansker. Det som skiller denne masterundersøkelsen fra andre tilsvarende studier gjort i Norge som det innehas kjennskap til, er at tiltak iverksettes tidlig på 1.trinn. Mulighetene til intensiv opplæring som er gitt i § 1-4 i opplæringsloven (1998) tas i bruk omtrent fra skolestart, noe som gjør at man har sjansen til å gi tidlig hjelp og muligens kan forebygge at elever blir hengende etter i matematikkfaget. Samtidig kan en slik organisering føre til at lærerne lettere fanger opp de elevene som har behov for spesialundervisning (Opplæringsloven, 1998, § 5-1). Dette var en erfaring som ble gjort under denne masterundersøkelsen. Testing og tett oppfølging i tiltaksgruppen gjorde det mulig å identifisere hvilke elever som vil ha behov for tilpasninger på nivå 3 i RtI-modellen (Bender & Shores, 2007), og hvilke elever som trolig vil ha utbytte av en veksling mellom nivå 2 og 1. Dette er en bieffekt som ikke lar seg måle eller vises i analysene, men som i den praktiske skolehverdagen kan ha stor betydning for elever og lærere. Bruk av tiltak og intervensjoner etter RtI-modellen gir muligheter for et opplæringstilbud som er tilpasset elevenes behov, og lærerne kan i større grad følge aktivt med på elevenes utvikling og gjøre tilpasninger opp eller ned i nivåene i RtI-modellen. Dette er i tråd med føringer og intensjoner gitt i Stortingsmelding 6 (2019-2020) og kan bidra til bedre tilrettelegginger både av det ordinærpedagogiske arbeidet og spesialpedagogiske arbeidet, noe som er etterlyst fra flere (som for eksempel Barneombudet, 2017; Meld. St. 6 (2019-2020), s. 48-51; Nilsen, 2017a, s. 62; Nordahl et al., 2018; NOU 2019:3, s.195-199). Samtidig viser funnene som oppdages på målevariabelen subtraksjon at subtraksjon med fordel kan introduseres allerede tidlig på høsten 1.trinn. Hvor utbredt det er å ha opplæring i subtraksjon tidlig på høsten 1.trinn har ikke denne studien undersøkt, men erfaring fra skoleverket og lærebøker er at det ofte ikke introduseres før etter jul. Funnene fra denne masterundersøkelsen tyder derimot på at elever selv med svake ferdigheter i matematikk har utbytte av å jobbe med forståelse og prinsipper knyttet til subtraksjon tidlig på 1.trinn. Ved å introdusere subtraksjon tidlig på 1.trinn kan det muligens bidra til å skape en større forståelse og evne til å se sammenhenger mellom addisjon og subtraksjon. Dette kan igjen være med på å utvikle bedre strategier innen addisjon og subtraksjon, men også forståelse for andre matematiske sammenhenger. Man vet mye om betydningen av tidlige matematikkferdigheter, at gapet i ferdigheter øker utover skoleløpet og at tidlig innsats er viktig. Det er derimot behov for å finne ut mer om hvordan tidlig innsats i form av tiltak og intervensjoner bør organiseres for å være effektive.

## 6.2.Implikasjoner for videre spesialpedagogisk forskning

Denne masterundersøkelsen har gitt en målrettet intervensjon tidlig på 1.trinn. Det vil si at elevene er valgt ut etter bestemte kjennetegn eller resultat fra en screening (Dodge, 2020). Dette er motsatsen til universelle intervensjoner, der man retter intervensjoner mot hele grupper av elever (Dodge, 2020). Studier fra Norge viser at både målrettet intervensjon (Lopez-Pedersen et al., 2023) og universell intervensjon (Bonesrønning et al., 2022) kan ha effekt. I fremtidige studier kunne det vært relevant å bruke erfaringer fra studiene til Bonesrønning et al., (2022) og Lopez-Pedersen et al. (2023) for å vurdere effekt av intervensjoner som kombinerer de to intervensjonsformene. Dette kan for eksempel gjøres ved å benytte målrettet intervensjon som strekker seg over 8-10 uker ved oppstart på 1.trinn, før man går over til en universell intervensjon der alle elevene på trinnet inkluderes. Da har man mulighet til å gi tidlig hjelp til de elevene som trenger det mest, samtidig som en universell intervensjon à la Bonesrønning et al. (2022), kan føre til at man skaper et opprettholdende miljø og reduserer faren for fadeout (Bailey et al., 2017). Det ville også vært interessant å vurdere andre design for fremtidige studier. Bruk av randomisert clusteredesign er én mulighet. Randomisert clusterdesign innebærer at grupper eller større enheter randomiseres fremfor individer (Dron et al., 2021, s. 701; Raudenbush, 1997, s. 173). Selv om randomisert clusterdesign ofte er avhengig av større utvalg enn klassisk RCT, kan det være kostnadseffektivt fordi opptrening og gjennomføring av tester og intervensjoner kan gjøres i ett område fremfor å spres over større områder (Dron et al., 2021, s. 701; Raudenbush, 1997, s. 173). I tillegg kan bruk av randomisert clusterdesign styrke den ytre validiteten med tanke på generalisering (Dron et al., 2021, s. 703). Det ville også være relevant for videre forskning å vurdere langtidseffekter av matematikkintervensjoner. En mulig studie kunne vært bruk av randomisert clusterdesign der man randomiserer på skolenivå og følger elever fra 1.trinn til 3.trinn. Her kunne en veksling mellom bruk av målrettet intervensjon og universell intervensjon som ble skissert tidligere i avsnittet vært relevant å benytte på 1.trinn og 2.trinn, før man foretok en forsinket posttest målt med kartleggingsprøve i regning på 3.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2023). Ut fra nye studier (Panjeh et al., 2023a; Panjeh et al., 2023b) kan det også være relevant for fremtidige studier å se på hvordan effektstørrelsen regnes ut og om det ville resultere i andre verdier for effekt hvis man regner ut fra persentiler, slik Panjeh et al. (2023a; 2023b) viser til.

## 6.3.Oppsummerende kommentar

Til tross for begrensninger med denne masterundersøkelsen har den noen funn som gir tro på at tidlig intervensjon kan gi utbytte for elever som identifiseres med svake matematikkferdigheter ved skolestart. Det er derimot behov for å undersøke dette ytterligere. Det oppfordres derfor til videre studier gjennomført i skolemiljøer for å gi kunnskap om evidensbasert praksis som lærerne kan ta i bruk for å imøtekomme utfordringene knyttet til norske elevers matematikkferdigheter.

# 7.Litteraturliste


Alarcón, M., Knopik, V. S. & DeFries, J. C. (2000). Covariation of Mathematics Achievement and General Cognitive Ability in Twins. *Journal of School Psychology, 38*(1), 63–77. https://doi.org/10.1016/S0022-4405(99)00037-0

American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders: DSM 5* (5 utg.). American Psychiatric Association.

Andersson, U. & Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: A general or specific deficit? *Journal of Experimental Child Psychology, 96*(3), 197–228. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2006.10.001

Au, J., Sheehan, E., Tsai, N., Duncan, G. J., Buschkuehl, M. & Jaeggi, S. M. (2015). Improving fluid intelligence with training on working memory: a meta-analysis. *Psychonomic Bulletin & Review, 22*(2), 366-377. https://doi.org/10.3758/s13423-014-0699-x

Aubrey, C., Dahl, S. & Godfrey, R. (2006). Early Mathematics Development and Later Achievement: Further Evidence. *Mathematics Education Research Journal, 18*(1), 27-46. https://doi.org/10.1007/BF03217428

Aunio, P., Hautamäki, J., Sajaniemi, N. & Van Luit, J.E. (2009). Early numeracy in low-performing young children. *British Educational Research Journal, 35*(1), 25-46.

Aunio, P., Korhonen, J., Ragpot, L., Törmänen, M. & Henning, E. (2021). An early numeracy intervention for first-graders at risk for mathematical learning difficulties. *Early Childhood Research Quarterly*, *55*, 252–262. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.12.002

Aunio, P. & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences, 20*, 427-435. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.06.003

Aunio, P. & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children five to eight years – A working model for educators. *European* Early Childhood Education *Research Journal, 24*(5), 684-704. https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424

Aunola, K., Leskinen, E., Lekkanen, M-K. & Nurmi, J-E. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology, Vol.96*(4), 699-713. https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699

Baddeley, A., Gathercole, S. & Papagno, C. (1998). The Phonological Loop as a Language Learning Device. *Psychological Review, 105*(1), 158-173. https://doi.org/10.1037/003-295X.105.1.158

Bailey, D., Ducan, G. J., Odgers, C. L. & Yu, W. (2017). Persistence and Fadeout in the Impacts of Child and Adolescent Interventions, J*ournal* of *Research* on Educational Effectiveness*, 10*(1), 7-39. https://doi.org/10.1080/19345747.2016.1232459

Bailey, D.H., Nguyen, T, Jenkins, J. D., Domina, T., Clements, D. H. & Samara, J.S. (2016). Fadeout in early mathematics intervention: Constraining content or preexisting differences. *Developmental Psychology*, *52*, 1457–1469. https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/dev0000188

Bailey, D. H., Duncan, G. J., Cunha, F., Foorman, B. R. & Yeager, D. S. (2020). Persistence and Fade-Out of Educational-Intervention Effects: Mechanisms and Potential Solution. *Psychological Science in the Public Interest, 21*(2), 55-97. https://doi.org/10.1177/1529100620915848

Barne- og likestillingsdepartementet. (2007). *Forebyggende innsats for barn og unge* (Q-16/2007) [Rundskriv]. Departementene. https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/bld/barn-og-ungdom/forbeyggende_rundskriv_q-16-2007.pdf

Barneombudet (2017). Barneombudets fagrapport 2017: «Uten mål og mening» – Elever med spesialundervisning i grunnskolen. https://www.barneombudet.no/uploads/documents/Publikasjoner/Fagrapporter/Uten-mal-og-mening.pdf

Baroody, A. J., Feil, Y., & Johnson, A. R. (2007). An Alternative Reconceptualization of Procedural and Conceptual Knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(2), 115–131. https://doi.org/10.2307/30034952

Bartlett, J. W: & Frost, C. (2008). Reliability, repeatability and reproducibility: analysis of measurement errors in continuous variables. *Ultrasound Obstetrics & Gynecology, 31*, 466-475.

Bender, W. N. & Shores, C. (2007). *Response to intervention: A Practical Guide for Every Teacher.* Corwin Press.

Bloom, L. & Lahey, M. (1978). *Language Development and Language Disorders.* John Wiley and Sons.

Bonesrønning, H., Finseraas, H., Hardoy, I., Iversen, J. M. V., Nyhus, O. H., Opheim, V., Salvanes, K. V., Sandsør, A. M. J. & Schøne, P. (2022). Small-group instruction to improve student performance in mathematics in early grades: Results from a randomized field experiment. *Journal of Public Economics, 216*, Artikkel 104765. https://doi.org/10.1016/j.jpubeco.2022.104765

Brigstocke, S., Moll, K. & Hume, C. (2016). *TOBANS: Test of Basic Arithmetic and Numeracy Skills.* Oxford University Press.

Bull, R., Espy, K. A. & Wiebe, A. S. (2008). Short-Term Memory, Working Memory, and Executive Functioning in Preschoolers: Longitudinal Predictors of Mathematical Achievement at Age 7 Years. *Developmental Neuropsychology, 33*(3), 205-228. https://doi.org/10.1080/87565640801982312

Bynner, J. & Parsons, S. (2006). *Does Numeracy matter more?* National Research and Development Centre for adult literacy and numeracy.

Cartwright, N. (2007). Are RCTs the Gold Standard? *BioSocieties, 2,* 11-20. https://doi.org/10.1017/S1745855207005029

Chodura, S., Kuhn, J.-T. & Holling, H. (2015). Interventions for children with mathematical difficulties: A meta-analysis**.** *Zeitschrift für Psychologie, 223*(2), 129–144. https://doi.org/10.1027/2151–2604/a000211

Chu, F. W., vanMarle, K. & Geary, D. C. (2016). Predicting Children's Reading and Mathematics Achievement from Early Quantitative Knowledge and Domain-General Cognitive Abilities. *Frontiers in Psychology, 7*, Artikkel 775. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00775

Clark, Foster, L., Sloan, L., & Bryman, A. (2021). *Bryman's social research methods* (6.utg.). Oxford University Press.

Clements, D. H., Sarama, J., Wolfe, C. B. & Spitler, M. E. (2013). Longitudinal Evaluation of a Scale-Up Model for Teaching Mathematics With Trajectories and Technologies: Persistence of Effects in the Third Year. *American Educational Research Journal, 50*(4), 812-850. http://www.jstor.org/stable/23526106

Cragg, L., Keeble S., Richardson, S., Roome, H. E. & Gilmore, C. (2017). Direct and indirect influences of executive functions on mathematics achievement. *Cognition, 162*, 12-26. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.01.014

Danielsson, H., Zottarel, V., Palmqvist, L. & Lanfranchi, S. (2015). The effectiveness of working memory training with individuals with intellectual disabilities - a meta-analytic review. *Frontiers in Psychology, 6*, Artikkel 1230. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01230

DelRett. (2019, 27.februar). *Hva menes med vitenskapelig fremstilling?* https://delrett.no/nb/sporsmal/hva-menes-med-vitenskapelig-fremstilling

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora* (5.utg.). https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition, 44*, 1-42.

Dehaene, S. & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition, 1*, 83-120.

de Jong, T. & Ferguson-Hessler, M. G. M. (1996). Types and qualities of knowledge. *Educational Psychologist, 31*(2), 105–113. https://doi.org/10.1207/s15326985ep3102_2

Deary, I. J., Strand, S., Smith, P. & Fernandes, C. (2007). Intelligence and educational achievement. *Intelligence (Norwood), 35*(1), 13–21. https://doi.org/10.1016/j.intell.2006.02.001

Dennis, M. S., Sharp, E., Chovanes, J., Thomas, A., Burns, R. M., Custer, B. & Park, J. (2016). A Meta-Analysis of Empirical Research on Teaching Students with Mathematics Learning Difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice, 31*(3), 156 - 168. https://doi.org/10.1111/ldrp.12107

Desoete, A. & Roeyers, H. (2009). Predicting Arithmetic Abilities: The Role of Preparatory Arithmetic Markers and Intelligence. *Journal of Psychoeducational Assessment, 27*(3), 237–251. https://doi.org/10.1177/0734282908330587

Diamanti, V., Lunde, A., Protpapas, T., Zachrisson, H. D. & Stadkleiv, K. (2021, 8. september). *teSTand: standardisering av språk-, lese-, og matematikk- og utøvende funksjonstester.* Universitetet i Oslo Institutt for spesialpedagogikk, Oslo Spesial Pedagogikk- og LæringsLab. Standardisering av språk-, lese-, matematikk- og utøvende funksjonstester for barn i Norge (teSTand) - Department of Special Needs Education (uio.no)

Diseth, Å. (2002). The Relationship between Intelligence, Approaches to Learning and Academic Achievement. *Scandinavian Journal of Educational Research, 46*(2), 219-230. https://doi.org/10.1080/00313830220142218

Dodge, K. A. (2020). Annual Research Review: Universal and targeted strategies for assigning interventions to achieve population impact. *The Journal of Child Psychology and Psychiatry, 61*(3), 255-267. https://doi.org/10.1111/jcpp.13141

Dowker, A. (2005). Early Identification and Intervention for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 324-332. https://doi.org/10.1177/00222194050380040801

Dragonbox (u.å). *DragonBox Skole.* DragonBox. https://www.dragonbox.no/

Dron, L., Taljaard, M., Cheung, Y. B., Grais, R., Ford, N., Thorlund, K., Jehan, F., Nakimuli-Mpungu, E., Xavier, D., Bhutta, Z. A., Park, J. J. H. & Mills, E. J. (2021). The role and challenges of cluster randomised trials for global health. *The Lancet Global Health*, *9*(5), Artikkel e710. https://doi.org/10.1016/S2214-109X(20)30541-6

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K. & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43*(6), 1428-1446. https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428

Embretson, S. E. (1995). The role of working memory capacity and general control processes in intelligence. *Intelligence (Norwood), 20*(2), 169–189. https://doi.org/10.1016/0160-2896(95)90031-4

Espinas, D. R. & Fuchs, L. S. (2022). The effects of language instruction on math development. *Child Development Perspectives, 16*(2), 69-75. https://doi.org/10.1111/cdep.12444

Field, A. (2013). *Discovering Statistics using IBM SPSS Statistics* (4.utg.). MobileStudy.

Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D. & Hamlett, C. L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology, 97*(3), 493–513. https://doi.org/10.1037/0022-0663.97.3.493

Fuchs, L. S. & Fuchs, D. (2007). A Model for Implementing Responsiveness to Intervention. *TEACHING Exceptional Children, 39* (5), 14-20. https://doi.org/10.1177/004005990703900503

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T. & Fletcher J. M. (2008). Intensive intervention for students with mathematics disabilities: Seven principles of effective practice. *Learning Disability Quarterly, 31*(2), 79-92. https://doi.org.10.2307/20528819

Fuchs, L. S., Geary, D.C., Compton, D. L., Fuchs, D., Hamlett, C. L., Seethaler, P. M. Bryant, J. D. & Schatschneider, C. (2010). Do Different Types of School Mathematics Development Depend on Different Constellations of Numerical versus General Cognitive Abilities? *Developmental Psychology, 46*(6), 1731-1746. https://doi.org/10.1037/a0020662

Garcia-Retamero, R., Andrade, A., Sharit, J. & Ruiz, J. G. (2015). Is Patients' Numeracy Related to Physical and Mental Health? *Medical Decision Making, 35*(4), 501-511. https://doi.org/10.1177/0272989X15578126

Geary, D. C. (2011a). Cognitive Predictors of Achievement Growth in Mathematics: A Five Year Longitudinal Study. *Developmental Psychology, 47*(6), 1539–1552. https://doi.org/10.1037/a0025510

Geary, D.C. (2011b). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics, 33*, 250-263. https://doi.org/10.1097/DBP.0b013e318209edef

Geary, D. C. (2013). Early foundations for mathematics learning and their relations to learning disabilities. *Current Directions in Psychological Science, 22*(1), 23–27. https://doi.org/10.1177/0963721412469398

Geary, D. C. & Hoard, M. K. (2005). Learning Disabilities in Arithmetic and Mathematics. Theoretical and Empirical Perspectives. I J. I. D. Campbell (red.), *Handbook of Mathematical Cognition* (s. 253-268). Psychology Press.

Gersten, R., Jordan, N. C. & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 293-304. https://doi.org/10.1177/00222194050380040301

Gersten, R., Rolfhus, E., Clarke, B., Decker, L. E., Wilkins, C. & Dimino, J. (2015). Intervention for First Graders With Limited Number Knowledge: Large-Scale Replication of a Randomized Controlled Trial. *American Educational Research Journal, 52*(3), 516–546. https://doi.org/10.3102/0002831214565787

Gundersen, T., Tveito, S. B. & Dokken, T. (2022). *Evaluering av Los-ordningen for Ungdom* (NOVA Rapport 3/22). Velferdsforskningsinstituttet NOVA. https://oda.oslomet.no/oda-xmlui/bitstream/handle/11250/3002736/NOVA-Rapport-3-2022.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Göbel, S. M., Watson, S. E., Lervåg, A. & Hulme, C. (2014). Children's Aritmetich Development: It Is Number Knowledge, Not the Approximate Number Sense, That Counts. *Psychological Science, 25*(3), 789-798. https://doi.org/10.1177/0956797613516471

Hamaker, E. L., Mulder, J. D: & van IJzendoorn, M. H. (2020). Description, prediction and causation: Methodological challenges of studying child and adolescent development. *Developmental Cognitive Neuroscience*, *46*, Artikkel 100867. https://doi.org/10.1016/j.dcn.2020.100867

Haug, P. (2011). God opplæring for alle – eit felles ansvar. *Norsk pedagogisk tidsskrift, 95*(2), 129-140. https://doi.org/10.18261/ISSN1504-2987-2011-02-05

Haug, P. (2017). Spesialundervisning, læringsmiljø og inkludering. *Tidsskriftet FoU i Praksis, 11*(1), 41-62.

Haug, P. (2020). Inclusion in Norwegian schools; pupils' experiences of their learning environment. *Education 3-13, 48*(3), 303-315. https://doi.org/10.1080/03004279.2019.1664406

Haworth, C. M. A., Kovas, Y., Harlaar, N., Hayiou-Thomas, M. E., Petrill, S. A., Dale, P. S. & Plomin, R. (2009). Generalist genes and learning disabilities: a multivariate genetic analysis of low performance in reading, mathematics, language and general cognitive ability in a sample of 8000 12-year-old twins. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 50*(10), 1318–1325. https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2009.02114.x

Heinzel, S., Schulte, S., Onken, J., Duong, Q. L., Riemer, T. G., Heinz, A. & Rapp, M. A. (2014). Working memory training improvements and gains in non-trained cognitive tasks in young and older adults. *Aging, Neuropsychology, and Cognition. A Journal on Normal and Dysfunctional Development, 21*(2), 146-173. https://doi.org/10.1080/13825585.2013.790338

Hooper, S. R., Roberts, J., Sideris, J., Burchibal, M. & Zeisel, S. (2010). Longitudinal predictors of reading and math trajectories through middle school for African American versus Caucasian students across two samples. Developmental Psychology, *46*(5), 1018–1029. https://doi.org/10.1037/a0018877

Hulme, C. & Snowling, M. J. (2009). *Developmental disorders of language learning and cognition.* Wiley-Blackwell.

Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S. & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 106*(25), 10382– 10385. https://doi.org/10.1073/pnas.0812142106

Jaeggi, S. M., Buschkuehl, M., Jonides, J. & Perrig, A. J. (2008). Improving fluid intelligence with training on working memory. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *105*(19), 6829-6833. https://doi.org/10.1073/pnas.0801268105

Jensen, A. R. (1984). Test validity: g versus the specificity doctrine. *Journal of Social and Biological Structures, 7*(2), 93-118. https://doi.org/10.1016/S0140-1750(84)80001-9

Jitendra, A. K., Alghamdi, A., Edmunds, R., McKevett, N. M., Mouanoutoua, J. & Roesslein, R. (2021). The Effects of Tier 2 Mathematics Interventions for Students With Mathematics Difficulties: A Meta-Analysis. *Exceptional Children, 87*(3), 307–325. https://doi.org/10.1177/0014402920969187

Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (4.utg.). Abstrakt forlag.

Jordan, N. C., Glutting, J., Dyson, N., Hassinger-Das, B. & Irwin, C. (2012). Building Kindergartner's Number Sense: A Randomized Controlled Study. *Journal of Educational Psychology, 104*, 647-660. https://www.doi.org/10.1037/a0029018

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineeni, C., Locuniak, M. N. & Ramineni, C. (2007). Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories. *Learning Disabilities Research and Practice, 22*(1), 36-46. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineeni, C. & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology, 45*(3), 850-867. https://doi.org/10.1037/a0014939

Judge, S. & Watson, S. M. (2011). Longitudinal outcomes for mathematics achievment for students with learning disabilities. *The Journal* of Educational *Research, 104,* 147-157. https://doi.org/10.1080/00220671003636729

Klausen, T og Reikerås, E. (2016). *Regnefaktaprøven*. Lesesenteret.

Klem, M., Melby-Lervåg, M., Hagtvet, B., Lyster, S-A. H., Gustafsson, J-E. & Hulme, C. (2015). Sentence repetition is a measure of children's language skills rather than working memory limitations. *Developmental Science, 18*(1), 146-154. https://doi.org/10.1111/desc.12202

Kleven, T.A. & Hjardemaal, F.R. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode. En hjelp til kritisk tolkning og vurdering* (3.utg.). Fagbokforlaget.

Klingberg, T., Forssberg, H. & Westerberg, H. (2002). Training of Working Memory in Children With ADHD. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology, 24*(6), 781-791. https://doi.org/10.1076/jcen.24.6.781.8395

Kovas, Y., Haworth, C. M. A., Petrill, S. A. & Plomin, R. (2007). Mathematical Ability of 10-Year-Old Boys and Girls: Genetic and Environmental Etiology of Typical and Low Performance. *Journal of Learning Disabilities*, *40*(6), 554–567. https://doi.org/10.1177/00222194070400060601

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction, 19*(6)*,* 513-526. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.10.002

Kroesbergen, E. H. & van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs: A meta-analysis. *Remedial and Special Education, 24*, 97–114. https://doi.org/10.1177%2F07419325030240020501

Kunnskapsdepartementet (2015). *Tett på realfag. Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnopplæringen (2015-2019).* https://www.regjeringen.no/contentassets/869faa81d1d740d297776740e67e3e65/kd_realfagsstrategi.pdf

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen.* Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-rinsipper-for-grunnopplaringen/jd2570003/

Kvernbekk, T. (2018). Evidensbasert pedagogisk praksis: Utvalgte kontroverser. *Nordisk tidsskrift for pedagogikk og kritikk, 4,* 136-153. https://dx.doi.org/10.23865/ntpk.v4.1153

Lassen, L. M. (2017). Inkludering ved å fokusere på elevers resiliens og «well-being». I S. Nilsen (red.), *Inkludering og mangfold – sett i spesialpedagogisk perspektiv* (s. 135-154). Universitetsforlaget.

Law, J. (2000). Children's communication: development and difficulties. I J. Law, A. Parkinson & R. Tamhane (red.), *Communication Difficulties in Childhood: A practical guide* (s.3-32). Radcliff Medical Press Ltd.

LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D. & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development, 81*(6), 1753–1767. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x

Lepola, J., Lynch, J., Laakkonen, E., Silvén, M. & Niemi, P. (2012). The Role of Inference Making and Other Language Skills in the Development of Narrative Listening Comprehension in 4-6-Year-Old Children. *Reading Research Quarterly, 47*(3), 259-282. https://doi.org/10.1002/RRQ.020

Letrud, K. & Hernes, S. (2019). Affirmative citation bias in scientific myth debunking: A three-in-one case study. *PLoS ONE, 14*(9), Artikkel e0222213. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0222213

Little, T. D., Cunningham, W. A., Shahar, G. & Widaman, F. (2002). To Parcel or Not to Parcel: Exploring the Question, Weighing the Merits. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 9*(2), 151-173. https://doi.org/10.1207/S15328007SEM0902_1

Lopez-Pedersen, A., Mononen, R., Aunio, P., Scherer, R. & Melby-Lervåg, M. (2023). Improving Numeracy Skills in First Graders with low performance in early numeracy: Randomized Controlled Trial. *Remedial and Special Education, 44*(2), 126-136. https://doi.org/10.1177/07419325221102537

Lopez-Pedersen, A., Mononen, R., Korhonen, J. & Aunio, P. (2021). Validation of an Early Numeracy Screener for First Graders. *Scandinavian Journal* of Educational *Research, 65*(3), 404-424. https://doi.org/10.1080/00313831.2019.1705901

Lydersen, S. (2021). Justering av p-verdier ved multiple hypoteser. *Tidsskrift for den Norske Lægeforening.* https://doi.org/10.4045/tidsskr.21.0357

Malone, S. A., Heron-Delaney, M., Burgoyne, K. & Hulme, C. (2019). Learning correspondences between magnitudes, symbols and words: Evidence for a triple code model of arithmetic development. *Cognition*, *187*, 1–9. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2018.11.016

Malone, S.A., Pritchard, V.E. & Hume, C. (2022). Domain-specific skills, but not fine-motor or executive function, predict later arithmetic and reading in children. *Learning and Individual Differences, 4*(95), 1-15. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2022.102141

Malone, S. A., Verena E. P., Heron-Delaney, M., Burgoyne, K., Lervåg, A. & Hulme, C. (2019). Data on numerosity, discrimination, inhibition and arithmetic during the early school years. *Data in Brief, 25*, Artikkel 104062. https://doi.org/10.1016/j.dib.2019.104062

Matsunaga, M. (2008). Item Parceling in Structural Equation Modeling: A Primer. *Communication Methods and Measure, 2*(4), 260-293. https://doi.org/10.1080/19312450802458934

Mazzocco, M., M., M. (2005). Challenges in Identifying Target Skills for Math Disability Screening and Intervention. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 318–323. https://doi.org/10.1177/00222194050380040701

McCambridge, J., Witton, J. & Elbourne, D. R. (2014). Systematic review of the Hawthorne effect: New concepts are needed to study research participation effects. *Journal of Clinical Epidemiology, 67*, 267-277. http://dx.doi.org/10.1016/j.jclinepi.2013.08.015

Melby-Lervåg, M. & Hulme, C. (2013). Is working memory training effective? A meta-analytic review. *Developmental psychology*, *49*(2), 270–291. https://doi.org/10.1037/a0028228

Meld. St. 6 (2019-2020). *Tett på – tidlig innsats og inkluderende fellesskap i barnehage, skole og SFO.* Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/3dacd48f7c94401ebefc91549a5d08cd/no/pdfs/stm201920200006000dddpdfs.pdf

Meld. St. 21 (2016-2017). *Lærelyst – tidlig innsats og kvalitet i skolen.* Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/71c018d2f5ee4f7da7df44a6aae265bc/no/pdfs/stm201620170021000dddpdfs.pdf

Mononen, R. & Lopez-Pedersen, A. (2019). Matematikkvansker. I E. Befring, K-A. B. Næss & R. Tangen (red.), *Spesialpedagogikk* (6.utg., s. 365-392). Cappelen Damm Akademisk.

Mononen, R., Niemivirta, M. & Korhonen, J. (2022). Predicting mathematical learning difficulties status: The role of domain-specific and domain-general skills. *International Electronic Journal of Elementary Education, 14*(3), 335–352. https://www.iejee.com/index.php/IEJEE/article/view/1731

Morton, J. & Frith, U. (1995). Causal modeling: A structural approach to developmental psychology. I D. Chicchetti & D. J. Cohen (red.), *Manual of developmental psychopathology* (s. 357-390). Wiley.

National Research Council, Division of Behavioral and Social Sciences and Education, Center for Education & Mathematics Learning Study Committee. (2009). Foundational Mathematics Content. I H. Schweingruber, T. A. Woods & C. T. Cross (red.), *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity* (s. 21-57). National Academies Press.

Nelson, G. & McMaster, K. L. (2019). The effects of early numeracy interventions for students in preschool and early elementary: A meta-analysis. *Journal* of Educational Psychology*, 111*(6), 1001–1022. https://doi.org/10.1037/edu0000334

Nilsen, S. (2017a). «Kom som du er, og bli som oss?». I S. Nilsen (red.), *Inkludering og mangfold – sett i spesialpedagogisk perspektiv* (s. 38-64). Universitetsforlaget.

Nilsen, S. (2017b). Å møte mangfold og utvikle fellesskap. I S. Nilsen (red.), *Inkludering og mangfold – sett i spesialpedagogisk perspektiv* (s. 15-37). Universitetsforlaget.

Nordahl, T., Person, B., Hennestad, B.W., Dyssegaard, C.B., Vold, E.K., Martinsen, J.E., Wang, M.V., Paulsrud, P. & Johnsen, T. (2018). *Inkluderende fellesskap for barn og unge. Ekspertgruppen for barn og unge med behov for særskilt tilrettelegging.* Fagbokforlaget.

Nordahl-Hansen, A. & Kvernbekk, T. (2020). Construct Validity in Scientific Representation: A Philosophical Tour. *Nordic journal of pedagogy and critique, 6*, 88-99. http://dx.doi.org/10.23865/ntpk.v6.1704

Nordahl-Hansen, A., Øien, R. A., Volkmar, F., Shic, F. & Cicchetti, D. V. (2018). Enhancing the understanding of clinically meaningful results: A clinical research perspective. *Psychiatry research*, *270*, 801–806. https://doi.org/10.1016/j.psychres.2018.10.069

NOU 2009: 18 (2009). *Rett til læring.* Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/45e9a9eca3a447f39451d1abfb4053cf/no/pdfs/nou200920090018000dddpdfs.pdf

NOU 2019: 3 (2019). *Nye sjanser – bedre læring. Kjønnsforskjeller i skoleprestasjoner og utdanningsløp.* Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/8b06e9565c9e403497cc79b9fdf5e177/no/pdfs/nou201920190003000dddpdfs.pdf

Nyeng, F. (2012). *Nøkkelbegreper i forskingsmetode og vitenskapsteori.* Fagbokforlaget.

Omland, K. & Bones, G. Å. (u.å). *Matematikk i barnehagen. Idéhefte og erfaringer fra et kompetansehevingsprosjekt.* Matematikksenteret. Hentet 22.august 2022 fra https://www.matematikksenteret.no/nettbutikk/matematikk-i-barnehagen-idehefte-og-erfaringer-fra-et-kompetansehevingsprosjekt

Opplæringsloven (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa* (LOV-1998 07-17-61). https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61/KAPITTEL_6#%C2% A75-7

Panjeh. S. Nordahl-Hansen, A. & Cogo-Moreira, H. (2023a). Establishing new cutoffs for Cohen's d: An application using known effect sizes from trials for improving sleep quality on composite mental health. *International Journal of Methods in Psychiatric Research,* Artikkel e1969. https://doi.org/10.1002/mpr.1969

Panjeh. S. Nordahl-Hansen, A. & Cogo-Moreira, H. (2023b). Moving Forward to a World Beyond 0.2, 0.5, and 0.8 Effect Sizes: New Cutoffs for School-Based Anti-Bullying Interventions. *Journal of Interpersonal Violence, 38*(11-12), 7843-7851. https://doi.org/10.1177/08862605221147065

Passolunghi, M. C. & Lanfranchi, S. (2012). Domain-specific and domain-general precursors of mathematical achievement: A longitudinal study from kindergarten to first grade. *British Journal of Educational Psychology, 82*(1), 42–63. https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02039.x

Pearson (2008). *Coloured Progressive Matrices Sets A, $A_B$, B*. PEARSON.

Pinto, G., Bigozzi, L., Tarchi, C., Vezzeni, C. & Gamannossi, B. A. (2016). Predicting reading, spelling, and mathematical skills: A longitudinal study from kindergarten through first grade. *Psychological Reports, 118*(2), 413–440. https://doi.org/10.1177/0033294116633357

Price, G., & Ansari, D. (2013). Dyscalculia: Characteristics, Causes, and Treatments. *Numeracy, 6*(1), Artikkel 2. https://doi.org/10.5038/1936-4660.6.1.2

Pripp, A. H. (2015). Hvorfor p-verdien er signifikant. *Tidsskrift for den Norske Lægeforenining, 135*(16), 1462-1464. https://doi.org/10.4045/tidsskr.15.0493

Pripp, A. H. (2020). Hawthorne-effekten. *Tidsskrift for den Norske Lægeforening.* https://doi.org/10.4045/tidsskr.20.0395

Pripp, A. H. (2021). Metaanalyse: publikasjonsskjevhet. *Tidsskrift for den Norske Lægeforening*. https://doi.org/10.4045/tidsskr.21.0388

Purpura, D. J., Baroody, A. J. & Lonigan, C. J. (2013). The Transition From Informal to Formal Mathematical Knowledge: Mediation by Numeral Knowledge. *Journal of Educational Psychology, 105*(2), 453-464. https://doi.org/10.1037/a0031753

Purpura, D. J. & Ganley, C- M. (2014). Working memory and language: Skill-specific or domain-general relations to mathematics? *Journal of Experimental Child Psychology, 122*, 104-121. http://dx.doi.org/10.1016/j.jecp.2013.12.009 0022-0965/ 2014

Purpura, D. J., Hume, L. E., Sims, D. M., & Lonigan, C. J. (2011). Early literacy and early numeracy: The value of including early literacy skills in the prediction of Numeracy development. *Journal of Experimental Child* Psychology*, 110*, 647–658. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.07.004

Purpura, D. J. & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly, 36,* 259-268. http://dx.doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.12.020

Purpura, D. J., Day, E., Napoli, A. R. & Hart, S. A. (2017). Identifying Domain-General and Domain-Specific Predictors of Low Mathematics Performance: A Classification and Regression Tree Analysis. *Journal of Numerical Cognition, 3*(2), 365-399. https://doi.org/10.5964/jnc.v3i2.53

Purpura, D. J., Napoli, A. R., Wherspann, E. A. & Gold, Z. S. (2017). Causal Connections Between Mathematical Language and Mathematical Knowledge: A Dialogic Reading Intervention. *Journal of Research on Educational Effectiveness, 10*(1), 116-137. http://dx.doi.org/10.1080/19345747.2016.1204639

Raghubar, K. P. & Barnes, M. A. (2017). Early numeracy skills in preschool-aged children: A review of neurocognitive findings and implications for assessment and intervention. *Clinical Neuropsychologist*, *31*(2), 329–351. https://doi.org/10.1080/13854046.2016.1259387

Raudenbush, S. W. (1997). Statistical Analysis and Optimal Design for Cluster Randmoized Trials. *Psychological Methods, 2*(2), 173-185.

Ringdal, K. (2018). *Enhet og mangfold. Samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode* (4.utg.). Fagbokforlaget.

Rittle-Johnson, B. & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. I R. C. Kadosh & A. Dowker (red.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (s.1118-1134). Oxford University Press.

Rittle-Johnson, B., Schneider, M. & Star, J. R. (2015). Not a One-Way Street: Bidirectional Relations Between Procedural and Conceptual Knowledge of Mathematics. *Educational Psychology Review, 27*(4), 587–597. https://doi.org/10.1007/s10648-015-9302-x

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S. & Alibali, M. W. (2001). Developing Conceptual Understanding and Procedural Skill in Mathematics: An Iterative Process. *Journal of Educational Psychology, 93*(2), 346-362. https://doi.org/10.1037//0022-0663.93.2.346

Rothman, K. J. (1990). No Adjustments Are Needed for Multiple Comparisons. *Epidemiology, 1*(1), 43-46.

Sala, G. & Gobet, F. (2020). Working memory training in typically developing children: A multilevel meta-analysis. *Psychonomic Bulletin & Review, 27*, 423-434. https://doi.org/10.3758/s13423-019-01681-y

Sandsør, A. M. J., Zachrisson, H. D., Karoly, L. A. & Dearing, E. (2023). The Widening Achievement Gap Between Rich and Poor in a Nordic Country. *Educational Researcher, 52*(4), 195-205. https://doi.org/10.3102/0013189X221142596

Sarama, J. & Clements, D. H. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children.* Routledge.

Schmithorst, V. J. & Brown, R. D. (2004). Empirical validation of the triple-code model of numerical processing for complex math operations using functional MRI and group Independent Component Analysis of the mental addition and subtraction of fractions. *NeuroImage*, *22*(3), 1414–1420. https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2004.03.021

Schulz, K. F., Altman, D. G., Moher, D. & CONSORT Group (2010). CONSORT 2010 Statement: updated guidelines for reporting parallel group randomised trials. *PLoS medicine, 7*(3), Artikkel 8. https://doi.org/10.1371/journal.pmed.1000251

Skeide, M. A., Wehrmann, K., Emami, Z., Kirsten, H., Hartmann, A. M., Rujescu, D., Kraft, I., Schaadt, G., Neef, N., Brauer, J., Dörr, L., Czepezauer, I., Müller, B., Wilcke, A., Boltze, J., Emmrich, F. & Friederici, A. D. (2020). Neurobiological origins of individual differences in mathematical ability. *PLoS Biology, 18*(10), Artikkel e3000871. https://doi.org/10.1371/journal.pbio.3000871

Smith, T. M, Cobb, P, Farran, D. C., Cordray, D. S. & Munter, C. (2013). Evaluating Math Recovery: Assessing the Causal Impact of a Diagnostic Tutoring Program on Student Achievement. *American Educational Research Journal, 50*(2), 397-428. https://doi.org/10.3102/0002831212469045

Song, K-H. & Porath, M. (2005). Common and domain-specific cognitive characteristics of gifted students: an integrated model of human abilities. *High Ability Studies, 16*(2), 229-246. https://doi.org/10.1080/13598130600618256

Shadish, W. R., Cook, T. D. & Campbell, D. T. (2002). *Experimental and Quasi-Experimental Design for Generalized Causal Inference.* Wadsworth Cengage Learning.

Statistisk sentralbyrå (u.å). *07502: Elever fordelt på standpunktkarakterer, etter statistikkvariabel, fag og år* [Statistikk]. Hentet 23.01.2023 fra https://www.ssb.no/statbank/table/07502/tableViewLayout1/

Sullivan, G. M. & Feinn, R. (2012). Using Effect Size – or Why the P Value Is Not Enough. *Journal of Graduate Medical Education, 4*(3), 279-282. https://doi.org/10.4300/JGME-D-12-00156.1

Swedberg, R. (2014). *The Art of Social Theory.* Princeton University Press.

Taub, G. E., Keith, T. Z, Floyd, R. G. & McGrew, K. S. (2008). Effects of General and Broad Cognitive Abilities on Mathematics Achievement. *School Psychology Querterly, 23*(2), 187-198). https://doi.org/10.1037/1045-3830.23.2.187

ThinkMath (u.å). *Intervensjonsprogram for tidlig tallferdigheter.* Hentet 10.august 2022 fra https://thinkmathglobal.wordpress.com/norsk/materialer/

Toll, S. W. M. & Van Luit, E. H. (2014). The Developmental Realtionship Between Language and Low Early Numeracy Skills Throughout Kindergarten. *Exceptional Children, 81*, 64-78. https://www.doi.org/10.1177/0033-295X.101.1.80

Travers, J. C., Cook, B. G., Therrien, W. J. & Coyne, M. D. (2016). Replication Research and Special Education. *Remedial and Special Education, 37*(4), 195-204. https://doi.org/10.1177/0741932516648462

Tricot, A. & Sweller, J. (2014). Domain-Specific Knowledge and Why Teaching Generic Skills Does Not Work. *Educational Psychology Review, 26*(2), 265-283. https://doi.org/10.1007/s10648-013-9243-1

Utdanningsdirektoratet (2023, 7.mars). *Kartleggingsprøver.* https://www.udir.no/eksamen-og-prover/prover/hva-er-kartleggingsprover/

Utdanningsdirektoratet (2018, 1.august). *Intensiv opplæring for elever fra 1.-4.årstrinn.* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/intensiv-opplaring/2/#2.2

Vanbinst, K., van Bergen, E., Ghesquiére, P. & De Smedt, B. (2020). Cross-domain associations of key cognitive correlates of early reading and early arithmetic in 5-year-olds. *Early Childhood Research Quarterly, 51,* 144-152. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2019.10.009

Van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., Boom, J. & Leseman, P. P. M. (2012). The development of executive functions and early mathematics: A dynamic relationship. *British Journal of Educational Psychology, 82*(1), 100–119. https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02035.x

von Simonsen, K. (2014). Frafall i videregående skole og lokale arbeidsmarkedsforhold. *Søkelys på arbeidslivet, Vol.31*(1-2), 42-59. https://doi.org/10.18261/ISSN1504-7989-2014-01-02-03

Wechsler, D. (2017). *Wechsler intelligence scale for children–Fifth Edition (WISC-V), Norsk versjon.* Pearson Assessment.

Wickström, G. & Bendix, T. (2000). The "Hawthrone effect" – what did the original Hawthrone studies actually show? *Scandinavian Journal of Work, Environment & Health, 26*(4), 363-367. https://doi.org/10.5271/sjweh.55

Wilhelm, O., Hildebrandt, A. & Oberauer K. (2013). What is working memory capacity, and how can we measure it? *Frontiers in Psychology, 4*(433), Artikkel 433. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00433

World Health Organization. (2019). *ICD-10: Den internasjonale statistiske klassifikasjonen av sykdommer og beslektede helseproblemer 2019.* Direktoratet for e-helse. https://ehelse.no/kodeverk/kodeverket-icd-10-og-icd-11

World Health Organization. (2022). *ICD-11: International statistical classification of diseases and related health problems* (utg.11). https://icd.who.int/

Xenidou-Dervou, I., van Luit, J. E. H., Kroesbergen, E. H., Friso-van den Bos, I., Jonkman, L. M., van der Schoot, M. & van Lieshout, E. C. D. M. (2018). Cognitive predictors of children's development in mathematics achievement: A latent growth modeling approach. *Developmental Science*, *21*(6), Artikkel e12671. https://doi.org/10.1111/desc.12671

Åndsverksloven (2018). *Lov om opphavsrett til åndsverk mv.* (LOV-2018-06-15-40). Lovdata. https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2018-06-15-40

# Vedlegg

## Vedlegg 1: Godkjenning fra Sikt

Meldeskjema / «Intervensjoner og tilpasninger etter §1-4 innenfor matematikk fra høs... / Vurdering

### Vurdering

| Referansenummer | Type | Dato |
|---|---|---|
| 429700 | Standard | 07.09.2022 |

**Prosjekttittel**
«Intervensjoner og tilpasninger etter §1-4 innenfor matematikk fra høsten på 1.trinn – kan det utgjøre en forskjell?»

**Behandlingsansvarlig institusjon**
Høgskolen i Østfold / Fakultet for lærerutdanninger og språk / Institutt for pedagogikk, IKT og læring

**Prosjektansvarlig**
Anita Lopez-Pedersen

**Student**
Randi Karoline Solberg

**Prosjektperiode**
15.08.2022 - 30.06.2023

**Kategorier personopplysninger**
Alminnelige
Særlige

**Rettslig grunnlag**
Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)
Uttrykkelig samtykke (art. 9 nr. 2 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene kan starte så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det rettslige grunnlaget gjelder til 30.06.2023.

Meldeskjema

**Kommentar**
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige personopplysninger, og særlige kategorier av personopplysninger om helseopplysninger frem til 30.06.2023.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være de foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

Behandlingen av særlige kategorier av personopplysninger er basert på uttrykkelig samtykke fra de foresatte, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 a og art. 9 nr. 2 a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen:

• om lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
• formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
• dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
• lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet.

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Vi vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte/foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring eller videosamtale) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må prosjektansvarlig følge interne retningslinjer/rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilken type endringer det er nødvendig å melde:
https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema

Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Sturla Herfindal

Lykke til med prosjektet!

# Vedlegg 2: Skjema for å ivareta barnets stemme

Navn:___________________________

Jeg har fått informasjon av Randi om prosjektet og jeg:

Har lyst til å være med.

Har ikke lyst til å være med.

# Vedlegg 3: Informasjon- og samtykkeskjema til foresatte

Høgskolen i Østfold

September 2022

**Til foresatte på 1.trinn**

## Forespørsel om å delta i forskningsprosjektet «Intervensjoner og tilpasninger etter §1-4 innenfor matematikk fra høsten på 1.trinn – kan det utgjøre en forskjell?»

Viser til muntlig presentasjon holdt på foreldremøte 31.08.2022.

Dette er et spørsmål til deg/dere og ditt/deres barn om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se hvordan tidlig og systematisk tilrettelegging i matematikk påvirker utviklingen av matematikkferdigheter for elever som står i fare for å bli hengende etter i faget. Dette skrivet vil gi deg/dere informasjon om målene for prosjektet og hva en eventuell deltakelse innebærer. Har du/dere ytterligere spørsmål må du/dere ikke nøle med å ta kontakt.

**Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**
Høgskolen i Østfold er ansvarlig for prosjektet. Anita Lopez-Pedersen er veileder, mens Randi Karoline Solberg er student/forsker.

**Formål**
I forbindelse med min masteroppgave ønsker jeg å gjennomføre et prosjekt som omhandler hvordan man kan jobbe forebyggende med matematikkvansker innenfor det ordinære opplæringstilbudet. Jeg ønsker å finne ut om et undervisningsopplegg i matematikk som kombinerer tiltakspakken «ThinkMath[1]» (systematisk opplæring i grunnleggende matematikkferdigheter) og egenkombinerte oppgaver fra høsten på 1.trinn kan virke forebyggende for elever som står i fare for å bli hengende etter i matematikkfaget.

**Hvorfor får du/dere spørsmål om å delta?**
Ditt/deres barn starter denne høsten på 1.trinn, noe som gjør at ditt/deres barn er i aldersgruppen jeg ønsker å rette tiltak mot.

**Hva innebærer det for dere å delta?**
Hvis du/dere velger å delta innebærer det at eleven skal gjennomføre et gitt antall matematikkoppgaver innenfor ulike områder av matematikkfaget. Dette blir gjort i hel klasse. Ut fra resultatene på disse oppgavene vil det plukkes ut en andel elever som skal gjennomføre ytterligere matematikkoppgaver og oppgaver som omhandler logisk sans og resonnering. Disse oppgavene vil gjøres individuelt. Deretter vil de elevene som har gjennomført individuelle oppgaver deles i to tilfeldige grupper – én tiltaksgruppe og én kontrollgruppe. Tiltaksgruppa vil motta matematikkundervisning i liten gruppe med andre elever på tilsvarende nivå fra samme trinn. Tiltaksgruppa vil jobbe med et undervisningsopplegg der man bruker en kombinasjon av «ThinkMath» og egenkomponerte oppgaver. Kontrollgruppa følger ordinær opplæring i egen klasse.

---

[1] Mer informasjon om «ThinkMath» kan du finne her: https://forskning.no/matematikk-pedagogiske-fag-barn-og-ungdom/finsk-metode-hjelper-norske-forsteklassinger-som-sliter-med-tall/265502

Begge tilbud følger kompetansemålene for læreplanen i matematikk og ivaretar opplæringsloven §1-4 der det står at elever på 1.-4.trinn som står i fare for å bli hengende etter i lesing, skriving eller regning skal få «(…) eigna intensiv opplæring slik at forventa progresjon blir nådd» (Opplæringsloven, 1998, §1-4).

Gjennomføring av undervisningsøktene vil foregå innenfor tidsrommet 10.oktober 2022 til 16.desember 2022.

Når elevene er fordelt i tiltaksgruppe og kontrollgruppe vil du/dere få informasjon om hvilken gruppe ditt/deres barn tilhører. Det vil ikke være noe fokus på denne inndelingen overfor elevene. De som har vært en del av kontrollgruppa vil få tilbud om å motta tilsvarende opplæringen som det tiltaksgruppa har fått. Dette vil tilbys våren 2023. Det vil komme et eget skriv om dette når det nærmer seg.

Det bes om samtykke til at veileder og jeg selv vet navn, alder og kjenner til elevene når vi skal vurdere oppgavene, plukke ut elever og vurdere resultater underveis i arbeidet. Resultatene fra prosjektet skal presenteres i en masteroppgave som skal leveres våren 2023. Når resultatene presenteres, er alle elever anonymisert. Dette innebærer at eleven får et nummer som vil bli brukt som «navn» i oppgaven. På den måten vil det kun være jeg og veileder som kjenner identiteten til elevene og vi er underlagt taushetsplikt. I oppgaven vil det kun bli aktuelt å bruke nummer og kjønn, samt oppgi hvilket trinn og aldersgruppe eleven hører til. De innsamlede dataene i form av undervisningsmateriell, oppgaveark og annet elevarbeid vil slettes når oppgaven er levert. Makulering av data settes til 30.juni 2023.

**Barnets medbestemmelse og retten til å bli hørt**
Siden dette prosjektet retter seg mot elever som er 5-7 år gamle kreves det samtykke fra foresatt(e) med foreldreansvar. Elevens stemme skal likevel ivaretas og lyttes til. Dette er i tråd med Barnekonvensjonens artikkel 12. Ditt/deres barn har blitt informert om prosjektet og han/hun var positiv til å delta. Jeg oppfordrer deg/dere gjerne til å ta en ekstra prat med ditt/deres barn om deltagelse.

**Det er frivillig å delta**
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du/dere velger å la ditt/deres barn delta, kan du/dere når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine/deres personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg/dere hvis du/dere eller ditt/deres barn ikke vil delta eller senere velger å trekke deg/dere.

**Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**
Opplysningene om ditt/deres barn vil kun bli brukt til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

**Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt/deres barn?**
Vi behandler opplysninger om ditt/deres barn basert på ditt/deres samtykke.

På oppdrag fra Høgskolen i Østfold har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

**Rettigheter**
Så lenge ditt/deres barn kan identifiseres i datamaterialet, har du/dere rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om ditt/deres barn, og å få utlevert en kopi av opplysningene.
- å få rettet opplysninger om ditt/deres barn som er feil eller misvisende.
- å få slettet personopplysninger om ditt/deres barn.
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av ditt/deres barns personopplysninger.

Hvis du/dere har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg/dere av dine/deres rettigheter, ta kontakt med Høgskolen i Østfold ved:

- Veileder: Anita Lopez-Pedersen, mail: anita.lopez-pedersen@hiof.no , tlf: 91830469.
- Student/forsker: Randi Karoline Solberg, mail: randiks@hiof.no , tlf: 97017011.
- Personvernombud: Line Mostad Samuelsen, mail: personvern@hiof.no , tlf: 69608000.

Hvis du/dere har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du/dere ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Hvis du/dere velger å signere samtykkeerklæringen nedenfor ber jeg om at den legges tilbake i konvolutten og returneres skolen så raskt som mulig. På forhånd takk.

Med vennlig hilsen

| | |
|---|---|
| Anita Lopez-Pedersen<br>(Veileder) | Randi Karoline Solberg<br>(Student/forsker) |

---

## Samtykkeerklæring

Jeg/vi har mottatt og forstått informasjon om forskningsprosjektet «Intervensjoner og tilpasninger etter §1-4 innenfor matematikk fra høsten på 1.trinn – kan det utgjøre en forskjell?» og har fått anledning til å stille spørsmål.

☐ Jeg/vi samtykker til at mitt/vårt barn kan delta i forskningsprosjektet og godtar behandling av datainnsamling og materiale.

☐ Jeg/vi samtykker ikke til at mitt/vårt barn kan delta i forskningsprosjektet og godtar behandling av datainnsamling og materiale.

Elevens fulle navn: ____________________________________________

____________________________________________
(Signatur av foresatt, dato)

# Vedlegg 4: Randomisering av deltagerne

There were 10 items in your list. Here they are in random order:

1. Kontroll
2. Kontroll
3. Kontroll
4. Kontroll
5. Tiltak
6. Tiltak
7. Tiltak
8. Kontroll
9. Tiltak
10. Tiltak

IP: 46.212.199.75

Timestamp: 2022-10-16 18:17:36 UTC

**Don't use this service for giveaways! Use Multi-Round Giveaways instead** More Info

Again! Go Back



There were 10 items in your list. Here they are in random order:

1. 110
2. 215
3. 321
4. 302
5. 111
6. 203
7. 320
8. 109
9. 100
10. 218

IP: 46.212.199.75

Timestamp: 2022-10-16 18:20:26 UTC

**Don't use this service for giveaways! Use Multi-Round Giveaways instead** More Info

Again! Go Back



| Fordeling av utvalget etter randomisering | | |
|---|---|---|
| | **Gruppe** | **Id** |
| 1. | Kontroll | 110 |
| 2. | Kontroll | 215 |
| 3. | Kontroll | 321 |
| 4. | Kontroll | 302 |
| 5. | Tiltak | 111 |
| 6. | Tiltak | 203 |
| 7. | Tiltak | 320 |
| 8. | Kontroll | 109 |
| 9. | Tiltak | 100 |
| 10. | Tiltak | 218 |

# Vedlegg 5: Informasjon til foresatte med elever i kontrollgruppen

Høgskolen i Østfold

16.10.2022

**Til** ____________________

**Informasjon om gruppeinndeling og deltagelse i forskningsprosjektet «Intervensjoner og tilpasninger etter §1-4 innenfor matematikk fra høsten på 1.trinn – kan det utgjøre en forskjell?»**

Viser til samtykkeskjema der du/dere takket ja til ditt/deres barn deltar i forskningsprosjektet nevnt ovenfor.

Dette er en kort tilbakemelding om at ditt/deres barn er plukket ut til å være en del av prosjektet, og at ditt/deres barn er en del av kontrollgruppa. Det vil si at ditt/deres barn skal følge klassens undervisning.

Har du/dere spørsmål er det bare å ta kontakt med undertegnende, eller lese informasjon gitt i informasjon- og samtykkeskrivet.

Med vennlig hilsen

Randi Karoline Solberg
mail: randiks@hiof.no
tlf: 97017011

# Vedlegg 6: Informasjon til foresatte med elever i tiltaksgruppen

Høgskolen i Østfold

16.10.2022

**Til** ____________

**Informasjon om gruppeinndeling og deltagelse i forskningsprosjektet «Intervensjoner og tilpasninger etter §1-4 innenfor matematikk fra høsten på 1.trinn – kan det utgjøre en forskjell?»**

Viser til samtykkeskjema der du/dere takket ja til ditt/deres barn deltar i forskningsprosjektet nevnt ovenfor.

Dette er en kort tilbakemelding om at ditt/deres barn er plukket ut til å være en del av prosjektet, og at ditt/deres barn er en del av tiltaksgruppa. Det vil si at ditt/deres barn skal få matematikkundervisning i liten gruppe.

Har du/dere spørsmål er det bare å ta kontakt med undertegnende, eller lese informasjon gitt i informasjon- og samtykkeskrivet.

Med vennlig hilsen

Randi Karoline Solberg
mail: randiks@hiof.no
tlf: 97017011

# Vedlegg 7: Øktplaner for tiltaksgruppen for uke 42-49, 2022

**Uke 1 – økt 1**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Opplegg 3 og 4 henter fra «Matematikk i barnehagen – Idéhefte fra et kompetanse-hevingsprosjekt». Fokus for denne økta er posisjonsbegrepene foran, bak, inni, oppå, lokalisering i form av høyre, venstre, øverste rute, nederste rute. I tillegg vil det blir jobbet med relasjonsbegreper som lik vekt, like store, færre, flere, mer, mindre, tyngre og lettere. | Lærer presenterer målene for dagens økt som er å kunne plassere en gjenstand foran, bak, inni og oppå en annen gjenstand, kunne plassere en gjenstand ut fra gitte instrukser og selv gi instrukser de andre kan følge, samt lære om vekt og se på ting som veier det samme/likt og forskjellig/ulikt.<br><br>Lærer presenterer gjenstanden som skal plasseres på ulike vis og boksen den skal plasseres i forhold til. Det stilles spørsmål som elevene skal få tenke over selv først før de sammen i par ellet trioer skal presentere sine forslag. Elevene presenterer sine forslag før lærer styrer samtalen videre. Ulike svar skaper grunnlag for ny diskusjon. Like svar gir lærer anledning til å bekrefte eller stille videre spørsmål. Hvis svaret er feil kan f.eks. lærer si: «Hvis jeg sier at (svaret til elevene) er slik (viser med sin figur og boks) har dere et annet forslag da? Når lærer har modellert én eller to ganger får elevene i oppgave og sammen plassere figuren slik de tror den skal være etter instruksjon fra lærer. Lærer må påse at alle elever deltar slik at det ikke er noen | Forskning viser til at det er en kobling mellom tidlige språkferdigheter og utvikling av tidlig tallforståelse (Hooper et al, 2010, s. 108; LeFevre et al., 2010, s.1761-1762; Purpura et al., 2011, s. 649; Purpura & Reid, 2016, s.259), og spesielt mellom *matematiske* språkferdigheter og tidlig tallforståelse (Purpura & Reid, 2016, s. 263). Det oppleves derfor som hensiktsmessig å fokusere på begreper som er viktige med tanke på kjerneområder i tidlige tallferdigheter, som er telling, tallforståelse, relasjonelle ferdigheter og aritmetikk (Aunio & Räsänen, 2016, s. 16). Forskning kan også tyde på at det å fokusere på matematiske begreper som større enn, forskjell, mer, mange og få kan være viktig for barns tidlige tilegnelse av matematisk innhold (Espinas & Fuchs, 2022, s. 72). |

| | | |
|---|---|---|
| | som dominerer mer enn andre i paret/gruppa.Deretter legges det et rutenett på gulvet der alle rutene har ulik farge. Læreren sier at figuren skal settes i den ….. ruta. Elevene gjennomfører. Dette gjøres helt til lærer er sikker på at alle elever mestrer dette. Deretter legges det et hvitt rutenett på gulvet. Lærer spør elevene hvordan man nå kan vite hvilken rute man skal settes figuren i. Diskusjon rundt dette. Til slutt leder lærer samtalen inn på at det kan brukes benevninger for retning (øverste rute til høyre, den midterste ruta osv.). Lærer og elever plasserer gjenstander sammen.  Oppsummer og gjør elevene oppmerksomme på det de har jobbet med før man går videre til arbeid med vekt.<br><br>Spør elevene: «Hvis dere ser og kjenner nøye på gjenstandene dere har foran dere; er det noen forskjeller?». Her kan det komme ulike svar som farge, hva de representerer, ligner på osv. Etter en idémyldring spør lærer: «Hva med vekten?» og viser samtidig med hånden hva vekt er. Hver elev får en gjenstand i hver hånd som veier ulikt. Hva kjenner de? Finne fram en skålvekt og legge oppi ulike ting på hver side. Jobbe med begreper som hvor mange flere trenger man for at det skal bli likt? Kan dere få vekta til å være «rett» - altså like mye på hver side? La elevene utforske | Forskningsresultatene på effekten av bruk av visuelle representasjoner er varierende, men det kan tyde på at riktig bruk kan gi økt læring (Laski et al., 2015, s. 7). Det å bruk visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner kan bruk av visuelle representasjoner øke læringen for elevene (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). Det å involvere elevene i diskusjoner og samtaler rundt matematikk kan gi elevene større forståelse og gjøre matematikk mer meningsfullt |

| | | |
|---|---|---|
| | med spørsmål og refleksjon underveis. Vis gjerne samtidig at vi kan skrive slike ulikheter ved hjelp av <, =, >. I tillegg har vi et tegn som skrives ≠. Kanskje noen av dere har sett noen av disse tegnene før? Disse skal vi ta med oss og bruke senere. Oppsummering av timen: Sette kryss på smilefjes av hvordan de synes timen har vært (lærer samler inn arket) og fortelle én ting de har lært høyt for hverandre. | sammenlignet med «tradisjonell» undervisning (Jansen, 2006, s. 409). Læringsmål tydeliggjør hva formålet med økta og læringsaktivitetene er, noe som kan bidra til økt læringsutbytte (Hiebert et al., 2007, s.50-51). |

**Uke 1 – økt 2**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Repetisjon av forrige økt, samt opplegg 1 og 2 henter fra «Matematikk i barnehagen – Idéhefte fra et kompetanse-hevingsprosjekt». Fokus for denne økta er sortering | Lærer repeterer innhold fra forrige time ved at elevene skal gjøre noen av oppgavene de gjorde sist. F.eks. plassere en gjenstand ut fra instruksjon, gi instruksjon og kontrollere om de andre gjør rett, repetere posisjoner og oppgaver relatert til vekt og begreper som like mange/like mye/, mer, mindre og ulikt. Deretter starter dagens økt der målet er å sortere og lage mønster. Målene presenteres for elevene. Lærer finner så frem visuelle representasjoner med ulik størrelse og farger; i dette tilfelle plastkameler i tre ulike størrelser og med seks ulike farger. Elevene skal få velge seg 5 kameler hver etter eget ønske. Snakke om egenskaper ved kamelene de har valgt gjennom å stille spørsmål som: «Hva er forskjellen på kamelene dere har | Forskning viser at det å vektlegge språk i kan være fordelaktig med tanke på tidlig tallforståelse (Hooper et al, 2010, s. 108; LeFevre et al., 2010, s.1761-1762; Purpura et al., 2011, s. 649; Purpura & Reid, 2016, s.263). Det oppleves derfor som hensiktsmessig å fokusere på begreper som er viktige med tanke på kjerneområder i tidlige tallferdigheter, som er telling, tallforståelse og |

| | | |
|---|---|---|
| og telling.<br>Begrepene flere, færre, minst, mest, forskjellen mellom, tallord, lik og ulik. | valgt?», «Hva er likt?», «Er det noen som har valgt to like figurer?», «Hvor mange farger har vi?», «Hvor mange størrelser har vi?».<br><br>Deretter ta frem ark eller skål i én av fargene til kamelene. Be alle om å legge figuren sin med lik farge på arket/skåla. Hvor mange av den fargen? Ta frem tallkort som elevene får se på. Hvordan skrives det tallet? Forslag og diskusjoner. Til slutt legges riktig kort frem. Slik gjøres til alle figurene er sortert.<br><br>Deretter snakke om hvor det er flest, færrest, noen som er like mange. Hvis det f.eks. er 2 røde kameler, hvor mange flere trenger man for å få 3? Snakke om det er andre måter enn farger for å sortere. Eventuelt sortere etter størrelse.<br><br>Deretter snakke mer om ulik størrelse og farge. Lage mønster og finne neste. Bruke figurkort der en figur mangler. Elevene setter opp figurene og finner neste. Elevene forteller hverandre om hvorfor de har plassert figurene slik de har gjort og sier noe om hvordan mønsteret deres er. Hvis tid kan en elev trekke et kort og prøve å beskrive mønsteret for de andre slik at de setter opp sine forslag. Lærer modellerer første gang. | relasjonelle ferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 699).<br>Bruk av visuelle representasjoner brukt på en hensiktsmessig måte kan bidra til en større forståelse for elevene (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 148; Stein & Bovalino, 2001, s. 359).<br>Læringsmål tydeliggjør hva formålet med økta og læringsaktivitetene er, noe som kan bidra til økt læringsutbytte (Hiebert et al., 2007, s.50-51). |

**Uke 1 – økt 3**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Repetisjon av forrige økt, samt opplegg 5 og 6 henter fra «Matematikk i barnehagen – Idéhefte fra et kompetanse-hevingsprosjekt». Fokus for denne økta tall og mengder. | Målene presenteres for elevene, som er å repetere begrepene færrest, flest, trene på å finne ulike mengder og telle. Lærer repeterer innhold fra forrige time ved at det settes ut sorterte mengder. Begrepene flest og færrest repeteres, og det forsøkes å telle hvor mange det er av hver gjenstand og forsøke å finne tallkort.<br><br>Deretter deles elevene inn i par/trio og får hver sin sorteringssirkel som legges på gulvet. Lærer gir instruks om hvor mange fingre, figurer, kroppsdeler e.l. som skal presenteres i sirkelen. Etter denne oppvarmingsaktiviteten setter elevene seg ved bordet der de får utdelt mellom 5 og 10 tellebrikker hver. Det gis ulik mengde med hensikt for å observere om elevene kun «gjetter» på samme antall som sidemannen, eller om de blir oppmerksom på forskjellene. Dette skaper grunnlag for samtaler om hvor mange hver elev har, hvem som har mest, hvem som har minst og hvor mange som mangler for at de skal ha 10. Alle elevene får deretter telle opp at de har 10 brikker. før lærer samler inn tellebrikkene. Brikkene samles inn ved å telle 10-9-8-…-0. Lærer finner frem en stor terning og kaster terningen. Hvor mange prikker ser vi? Klarer vi å gjenkjenne mengde uten å telle? Teller | Forskning viser at det å vektlegge språk i kan være fordelaktig med tanke på tidlig tallforståelse (Hooper et al, 2010, s. 108; LeFevre et al., 2010, s.1761-1762; Purpura et al., 2011, s. 649; Purpura & Reid, 2016, s.263). Det oppleves derfor som hensiktsmessig å fokusere på begreper som er viktige med tanke på kjerneområder i tidlige tallferdigheter, som er telling, tallforståelse og relasjonelle ferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 699).<br><br>Bruk av visuelle representasjoner brukt på en hensiktsmessig måte kan bidra til en større forståelse for elevene (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 148; Stein & Bovalino, 2001, s. 359). |

| | | |
|---|---|---|
| | gjennom mengdene og deretter viser lærer en mengde på terningen som elevene skal forsøke å gjenkjenne. Oppsummering av innhold i økta; tall og mengder. | Læringsmål tydeliggjør hva formålet med økta og læringsaktivitetene er, noe som kan bidra til økt læringsutbytte (Hiebert et al., 2007, s.50-51). |

Uke **1 – økt 4**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Repetisjon av forrige økt, samt opplegg 7 og 8 henter fra «Matematikk i barnehagen – Idéhefte fra et kompetanse-hevingsprosjekt». Fokus for denne økta er antall, tallsymboler og tallorden. | Lærer repeterer innhold fra forrige time ved at elevene skal gjøre noen av oppgavene de gjorde sist. F.eks. plassere en gjenstand ut fra instruksjon, gi instruksjon og kontrollere om de andre gjør rett, repetere posisjoner og oppgaver relatert til vekt og begreper som like mange/like mye/, mer, mindre og ulikt.<br>Deretter starter dagens økt der målet er å sortere og lage mønster. Målene presenteres for elevene. Lærer finner så frem visuelle representasjoner med ulik størrelse og farger; i dette tilfelle plastkameler i tre ulike størrelser og med seks ulike farger. Elevene skal få velge seg 5 kameler hver etter eget ønske. Snakke om egenskaper ved kamelene de har valgt gjennom å stille spørsmål som: «Hva er forskjellen på kamelene dere har valgt?», «Hva er likt?», «Er det noen som | Forskning viser at det å vektlegge språk i kan være fordelaktig med tanke på tidlig tallforståelse (Hooper et al, 2010, s. 108; LeFevre et al., 2010, s.1761-1762; Purpura et al., 2011, s. 649; Purpura & Reid, 2016, s.263). Det oppleves derfor som hensiktsmessig å fokusere på begreper som er viktige med tanke på kjerneområder i tidlige tallferdigheter, som er telling, tallforståelse og relasjonelle ferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 699).<br><br>Bruk av visuelle representasjoner brukt på en hensiktsmessig måte kan bidra til en større forståelse for elevene (National Research Council et al., 2001b, |

| | | |
|---|---|---|
| | har valgt to like figurer?», «Hvor mange farger har vi?», «Hvor mange størrelser har vi?». Deretter ta frem ark eller skål i én av fargene til kamelene. Be alle om å legge figuren sin med lik farge på arket/skåla. Hvor mange av den fargen? Ta frem tallkort som elevene får se på. Hvordan skrives det tallet? Forslag og diskusjoner. Til slutt legges riktig kort frem. Slik gjøres til alle figurene er sortert. Deretter snakke om hvor det er flest, færrest, noen som er like mange. Hvis det f.eks. er 2 røde kameler, hvor mange flere trenger man for å få 3? Snakke om det er andre måter enn farger for å sortere. Eventuelt sortere etter størrelse.<br><br>Deretter snakke mer om ulik størrelse og farge. Lage mønster og finne neste. Bruke figurkort der en figur mangler. Elevene setter opp figurene og finner neste. Elevene forteller hverandre om hvorfor de har plassert figurene slik de har gjort og sier noe om hvordan mønsteret deres er. Hvis tid kan en elev trekke et kort og prøve å beskrive mønsteret for de andre slik at de setter opp sine forslag. Lærer modellerer første gang. | s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 148; Stein & Bovalino, 2001, s. 359).<br>I arbeid med matematikk vil man møte ulike representasjoner, som symbolske, visuelle, verbale, kontekster og visuelle representasjoner (National Research Council et al., 2001a, s. 94). Det å se sammenhenger mellom de ulike representasjonene er en viktig del av det å lære seg matematikk. Dette kan man trene på gjennom å bearbeide eller konvertere de ulike representasjonene (Duval, 2006, s. 128). Når man bearbeider representasjonene jobber man innenfor samme representasjon, mens når man skifter mellom ulike representasjoner konverterer man mellom dem (Duval, 2006, s. 128). Her benyttes både flere representasjoner (visuelle, visuelle representasjoner, symbolske og verbale). I tillegg jobber man både med bearbeiding og konvertering f.eks. gjennom at antallet man teller og finner fram har et tallsymbol.<br>Læringsmål tydeliggjør hva formålet med økta og læringsaktivitetene er, noe som kan bidra til økt læringsutbytte (Hiebert et al., 2007, s.50-51). |

**Uke 2 – økt 1**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Opplegg 1 og 3 henter fra «ThinkMath – håndbok for smågrupper». Innhold i denne økta er verbal telling 0-10, sammenheng mellom tallord og mengde, kunne vise mengder opp til 10 med fingrene. | Lærer presenterer målene for dagens økt som er å trene på begrepene (til) høyre, (til) venstre og like mange. I tillegg skal det trenes på å telle til 10 på ulike måter, prøve å telle videre fra en mengde (lærer viser/gir et eksempel), gjøre skriftlige oppgaver der vi skal finne en mengde og øve på samarbeid og gjenkjenne mengder gjennom å spille spill.<br><br>Økt 1: Bruk beskrivelsen av øktene fra ThinkMath-heftet. Det første spillet spilles etter prinsippet «best av tre». Deretter skal elevene gjøre arket individuelt arbeid som heter «Telle mengder 1-5». Det kan være fornuftig å ha et arbeidsark der elevene kan jobbe med å spore tall slik at de har noe å jobbe med hvis de blir ferdig til ulike tidspunkt. Før man går videre oppsummeres det ved å spørre elevene «Hva har vi lært nå?».<br><br>Økt 3: Deretter fortsetter arbeidet med økt 3 fra heftet. Spille bingo-spillet. Lærer er tett på for å veilede og «tvinge» elevene til å se større helheter enn å telle én og én. Etter å ha spilt bingo én runde gjøres det individuelle oppgavearket med tittel «Telle mengder 1-5». Tegn opp den første oppgaven (eller tilsvarende) på tavla og be elevene tenke hvordan man kan løse den. Anerkjenn alle svar, men veiled elevene inn på fordelen med å kunne telle | Forskning viser at telleferdigheter kan predikere senere matematikkferdigheter (Aubrey & Godfrey, 2003, s. 838; Aunola et al., 2004, s. 711). Telling og tallforståelse er to områder som er viktig for tidlige tallferdigheter i alderen 5-8 år (Aunio & Räsänen, 2016, s. 695-697). Gjennom disse aktivitetene får eleven trening i disse områdene.<br><br>Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede |

| | | |
|---|---|---|
| | videre og se 5-mengde ved avkrysning. Hvis svaret om å telle én og én kommer opp kan man spørre: «Hvis jeg vil slippe å telle alle sammen, kan jeg gjøre det på en annen måte?». Vis ev. ulike løsninger. Gjør det samme med fargelegging. «Hvor mange ruter er det øverst?» - 5 – «Hvis jeg setter kryss i alle de rutene, hvor mange har jeg satt kryss i da? – 5 - Kan jeg prøve å telle videre fra 5 så jeg slipper å telle alle når jeg skal sette kryss?». Elevene løser oppgavene mens lærer går rundt og observerer og spør om forklaring på løsningene deres.<br><br>Oppsummer timen med å spørre om hver elev kan si en ting de har lært. Til slutt oppsummerer lærer arbeidet i timen opp mot målene. F.eks.: «I dag skulle vi telle til 10. Har vi gjort det?», osv. | på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). Samtale og engasjement – motivasjon og mestring |

**Uke 2 – økt 2**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Repetisjon av forrige økt, samt opplegg 2 fra «ThinkMath – håndbok for smågrupper». Målet for denne økta er sammenligne mengder, | Lærer repeterer innhold fra forrige time ved at elevene skal forsøke å telle videre fra en gitt mengde. Deretter formidles målene for denne økta og hektes på øktene fra forrige uke der begreper som mer enn, færre enn, like mange ble gjennomgått. | Forskning viser til at det er en link mellom tidlige språkferdigheter og utvikling av tidlig tallforståelse (Hooper et al, 2010, s. 108; LeFevre et al., 2010, s.1761-1762; Purpura et al., 2011, s. 649; Purpura & Reid, 2016, s.259), og spesielt mellom *matematiske* språkferdigheter og tidlig tallforståelse (Purpura & |

| | | |
|---|---|---|
| bruke begrepen mer enn, mindre enn/færre enn, like mange og bli kjent med tegnene <, > og =. | Elevene skal bygge tårn som har mer enn et gitt antall brikker og mindre enn et gitt antall brikker. Deretter fortelles en historie om en grådig krokodille som alltid ville spise av fatet der det var flest. Elevene får deretter utdelt krokodillehoder som de skal plassere riktig i forhold til to mengder. Antall brikker avgjøres ut fra terning; eleven får trent på å telle opp riktig mengde før hen skal avgjøre hvilket krokodilletegn som skal brukes. Hva skjer når det blir like mange? Da introduseres likhetstegnet. Hvis ikke dette skjer tilfeldig må læreren si: «Hva gjør jeg hvis det er fem her og fem her?». La elevene komme med forslag. Til slutt gjøres arket fra den individuelle økta med tittel «Sammenligne mengder».<br><br>Avslutt timen med at elevene får fortelle én ting de har lært og spør om innspill på aktiviteter de kunne tenke seg å gjøre igjen eller endre på. Lærer gjentar målene og viser til aktivitetene man har gjort for å nå det målet. | Reid, 2016, s. 263). Det oppleves derfor som hensiktsmessig å fokusere på begreper som er viktige med tanke på kjerneområder i tidlige tallferdigheter, som er telling, tallforståelse og relasjonelle ferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 699). Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). Samtale og engasjement – motivasjon og mestring. |

**Uke 2 – økt 3**

| Hva? | Hvordan? | Hvorfor? |
|---|---|---|
| Repetisjon av forrige økt, samt opplegg 4 fra «ThinkMath – håndbok for smågrupper». Målet for denne økta er å trene på tallord-mengde korrespondanse med tallene 5-10, vise mengder med fingrene, telle mengder av gjenstander, styrke én-til-én korrespondansen og kardinaltall. Trene på å gjenkjenne og finne tilhørende mengde-tallsymbol, samt bruke begrepene mest, minst, mer og mindre/færre. | Lærer bruker oppvarmingsaktivitet til å koble tidligere ferdigheter med telling opp mot dagens økt ved at elevene skal vise gitte mengder med fingrene fra bingobrettene fra ThinkMath-økt 3. Fortell av vi i dag skal jobbe videre med telling og det å finne tallsymbolet som hører til en mengde. Elevene får i oppgave å sortere ulike gjenstander og deretter finne antallet. Når antallet er funnet skal riktig tallkort plasseres på gjenstanden. Samtale om hvilken gjenstand det er flest av, hvilken er det færrest av? Hvilke grupper har mer enn 5 gjenstander?<br><br>Deretter repeteres tegnene fra forrige økt og regler for spill presenteres. Elevene trekker ett kort hver, finner mengden og plasserer på tallerkenen. Deretter må spillerne bli enig om hvilket tegn som passer mellom tallerkenene. Den spilleren som har mengden med flest brikker får kortene og ett | Forskning viser til at det er en link mellom tidlige språkferdigheter og utvikling av tidlig tallforståelse (Hooper et al, 2010, s. 108; LeFevre et al., 2010, s.1761-1762; Purpura et al., 2011, s. 649; Purpura & Reid, 2016, s.259), og spesielt mellom *matematiske* språkferdigheter og tidlig tallforståelse (Purpura & Reid, 2016, s. 263). Det oppleves derfor som hensiktsmessig å fokusere på begreper som er viktige med tanke på kjerneområder i tidlige tallferdigheter, som er telling, tallforståelse og relasjonelle ferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 699).<br><br>Trygge tellestrategier er en viktig komponent i grunnleggende aritmetiske ferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 428; Aunio & Räsänen, 2016, s. 695-696; Fuson, 1988, s. 411- 413). Trening i telling og det å telle videre vil trolig være fordelaktig for å styrke matematiske ferdigheter. Tallord-mengde korrespondanse er en ferdigheter som ser ut til å kunne gjøre aritmetikk enklere (Johansson, 2005, s. 157). I starten vil man ofte nyttiggjøre seg av objekter, mens |

| | | |
|---|---|---|
| | poeng. Spill til alle kortene er brukt opp. Til slutt gjøres det individuelle arbeidsarket med tittel «Mengde-tallsymbol 6-10A».<br>Avslutt timen med at elevene får fortelle én ting de har lært og spør om innspill på aktiviteter de kunne tenke seg å gjøre igjen eller endre på. Lærer gjentar målene og viser til aktivitetene man har gjort for å nå det målet. | behovet for objekter avtar når telleferdigheter og tallforståelsen øker (Johansson, 2005, s. 158).<br><br>Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). |

**Uke 2 – økt 4**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Repetisjon av forrige økt, samt telling og arbeid med antall og mengder ved bruk av Numicon og Noomer. Fokus for økta er at elevene skal gjenkjenne ulike representasjoner og styrke overføring fra aktiviteter og kunnskap i grupper til hel klasse. | Lærer tar opp igjen det som ble jobbet med forrige økt – «Forrige gang jobbet vi med å telle og finne riktig tallsymbol. Har noen et forslag til hvor mange det er her? (viser et antall). Hvordan ser tallet til den mengden ut?». Deretter vise frem Numicon og Noomer. «I dag skal vi prøve å finne likheter mellom disse brikkene, mengde og tallsymbol». Elevene får Numicon-brikker, mengdekort og tallkort som de skal forsøke å koble sammen. Snakke om forslagene de lager. Deretter vise «fasit» slik at elevene kan sjekke og ev. kopiere. Hvilke Noomer hører til hvilket tall? Plassere Noomene også.<br>Til slutt legges Numicon-brikkene i en følepose. Elevene trekker et tallkort og skal prøve å finne riktig brikke. Hva gjør de når de leter? La elevene prøve én gang først før lærer gir tips og modellerer. Deretter en runde elevene skal forsøke å beskrive brikken de har og de andre elevene skal finne fram Noome, mengde i form av Numicon-plugger og tallkort til det tallet de mener blir forklart. Bytt på rollene slik at alle får gjette og forklare.  Avslutt økte med en | Trygge tellestrategier er en viktig komponent i grunnleggende aritmetiske ferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 428; Aunio & Räsänen, 2016, s. 695-696; Fuson, 1988, s. 411- 413). Trening i telling og det å telle videre vil trolig være fordelaktig for å styrke matematiske ferdigheter. Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98). Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & |

| | | |
|---|---|---|
| | oppsummering der man viser at samme mengde og tall kan presentere på ulike måter, men er like mye. La elevene få komme med tilbakemelding om hvilke(t) konkret(er) de synes det er best å jobbe med. | Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). I et forsøk på å forebygge fadeout og legge til rette for støttende miljø (Bailey et al., 2017; Bailey et al., 2020) legges det opp til visuelle representasjoner elevene benytter i ordinær undervisning. |

**Uke 3 – økt 1**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Økt 5 hentet fra «ThinkMath»-heftet for smågrupper. Fokus i denne økta er tallrekkefølge, verbal telling forlengs og baklengs, se mønster i tallrekkefølger og telle med to av gangen. | Lærer henter opp igjen Noomer og Numicon-brikker fra forrige økt. Lærer sier: «Kan dere plassere disse brikkene i stigende rekkefølge? Den minste her (vis) og den største her (vis)». Hvis elevene har utfordringer med å komme i gang plasser den minste og største slik at elevene i større grad kan se at de skal bygge oppover. Legg deretter disse brikkene bort, men behold et «lærereksemplar» som dere kan bruke senere. Be deretter elevene bygge tårn på samme måte, fra 1 til 10. Be elevene lukke øynene og ta bort et tårn. «Hvilket tårn er borte?». Deretter legges det tallkort under tårnene – elevene får trekke et tallkort og plassere det på riktig tårn. Når alle kortene er plassert skal tallrekka leses. Lærer teller først, deretter elevene. Ta bort tårnene og snu tallkortene. Snu et tallkort slik at tallet | Forskning viser at telleferdigheter kan predikere senere matematikkferdigheter (Aubrey & Godfrey, 2003, s. 838; Aunola et al., 2004, s. 711). Telling og tallforståelse er to områder som er viktig for tidlige tallferdigheter i alderen 5-8 år (Aunio & Räsänen, 2016, s. 695-697). Gjennom disse aktivitetene får eleven trening i disse områdene.<br><br>Selv om intervensjoner kan gi langvarige effekter er det vanlig at effektene avtar eller til og med viskes ut over tid; et fenomen kalt fadeout (Bailey et al., 2017, s. 9-11; Bailey et al., 2020, s. 55). Bailey et al. (2016, s. 1466) trekker frem en teori om at effekten av |

| | | |
|---|---|---|
| | kommer til syne. Hvilket tall er dette? Hvilket tall kommer før/etter? Når alle elevene har fått svare på en slik oppgave klistres tallkortene på en tallinje. Lærer leser tallene fra 1-10 og fra 10-1. Syng «Indiandersangen» og pek på tallene på tallinja. Deretter synge en gang til der elevene skal være med å synge og man bruker fingrene til å telle opp og ned på: «Husker dere vi telte musene på fingrene? Nå skal vi telle på samme måte». Numicon-brikkene legges til tilhørende tall (dette kan elevene få i oppgave å gjøre). Se på formen til brikkene – hva er likt/ulikt. Annenhver brikke har en «tapp». Vi kaller det partall og oddetall. Legg ut tallkort i rød og blå farge (oddetall på rødt papir og partall på blått papir). Deretter telle de røde lappene og de blå lappene både forlengs og baklengs. Til slutt får elevene utdelt tallkort fra 1-10 som de skal sortere og lese ut fra gitte instrukser. Alle elevene forbereder svar, men kun én svarer av gangen. Pass på at alle gjør oppgaven og at alle får svare høyt. Avslutt med å spørre hver elev på vei ut om de kan fortelle hvilket tall som kommer etter eller før et annet tall som et «passord» for å forlate timen. Lag oppgaven og gjennomfør på en slik måte at du vet alle vil mestre. | tidlige intervensjoner muligens kan vare lengre hvis intervensjonene blir integrert med læreplanmål. I dette tilfellet får ikke jeg påvirket undervisningen videre, men ettersom jeg vet at trinnet bruker DragonBox som læreverk og benytter seg av Noomer og Numicon som konkretiseringsmateriell kan jeg forsøke å vise elevene en sammenheng mellom disse objektene slik at de kanskje vil få større overføringseffekt til klasserommet.<br>Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). |

**Uke 3 – økt 2**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Økt 6 hentet fra «ThinkMath»-heftet for smågrupper. Fokus i denne økta er ordinaltallene fra 1.-10. og telling ved hjelp av tierrammer for å trene på å telle videre. Målet er å styrke én-til-én korrespondansen og kardinalitet. | Lærer skriver tallene 1-10 med og uten punktum bak på tavla. Ser elevene noen forskjell mellom skrivemåtene? Lærer poengterer at den lille prikken bak tallet sier noe om rekkefølgen på tallet – første, andre, tredje osv.<br><br>Deretter får elevene brikker som de skal bygge til tårn. Tårnene blir satt sammen til en trapp. En lekefigur blir plassert på første «trinn» og deretter stilles spørsmål om hvilket trinn figuren står på. Elevene plasserer og sier hvilket trinn figuren står på én gang hver. Lekefiguren og tårnene legges til side. Ta så fram 10 brikker i samme farge og legg ved ettersom av hverandre. Forklar for eleven at nr.1/den første er den som ligger lengst til venstre for elevene. Elevene får deretter i oppgave å bytte ut f.eks. den sjette klossen med en rød kloss, den første klossen med en blå kloss osv.<br><br>Når alle har gjort dette en gang forteller du elevene at dere i dag skal trene på å bli effektive tellere. «Vi skal øve på at man ikke alltid trenger å telle alle brikkene, men telle videre. La meg vise dere». Elevene får en tierramme foran seg der det er gjort en markering på | Forkortet telling regnes som det høyeste nivået i telleferdigheter, og handler om å kunne telle videre fra en større mengde, f.eks. se mengden 5 og telle videre (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 428). Trygge tellestrategier er en viktig komponent i grunnleggende aritmetiske ferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 428; Aunio & Räsänen, 2016, s. 695-696; Fuson, 1988, s. 411- 413). Trening i telling og det å telle videre vil trolig være fordelaktig for å styrke matematiske ferdigheter.<br><br>Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98). |

| | | |
|---|---|---|
| | sirkelen øverst til venstre. Forklar elevene at vi alltid skal starte med å telle herfra. Legg inn brikker og tell samtidig. Deretter gjøre elevene oppmerksom på hvor mange det er i øverste ramme, nemlig 5. «Hvis jeg vet at det er 5 her, og legger til 1 brikke. Må jeg telle alle brikkene på nytt for å vite hvor mange det er? Nei, jeg kan si 5 og en til, det blir 6». Her kan man modellere med fingrene samtidig. La elevene prøve. Etter hvert teller elevene antall brikker på brettet og angir hvor mange til det er plass til. Deretter gjennomføres paraktivitet der elevene snur et tallkort, legger antall brikker i tierrammen og finner ut hvem som har flest gjenstander. Den med flest gjenstander får kortene og ett poeng. Spill til kortene tar slutt.<br><br>Som oppsummering av timen gjøres arbeidsarket fra den individuelle økta: «Mengder 6-10» og en samtale om elevene har fått trent på effektive måter å telle på, samt om noen kan forklare hva en prikk bak et tall betyr. | Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). |

**Uke 3 – økt 3**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Økt 7 hentet fra «ThinkMath»-heftet for smågrupper.<br>Fokus i denne økta er å forbedre tellestrategier som innebærer å telle videre og trene på å gjenkjenne mengder. | Målene presenteres for elevene, som er å gjenkjenne mengder og finne tilhørende tall og Noome.<br><br>Elevene får prikkekort i numerisk rekkefølge og i oppgave å angi mengden. Husk å veilede om å se større mengder. Elevene får deretter utdelt prikkekort, tallkort og Noomer og skal koble riktige mengder og symbolder sammen. Få elevene til å si: «Tri er det samme som tre», «Uno er det samme som en» osv. Deretter fordeles tallkort og prikkekort i to hauger. Elevene trekker kort fra tallkortstokken og angir tallet. Lærer snur kort med prikker, og hvis det er likhet skal elevene si «pang!». Den som sier pang først får poeng, hvis | Forkortet telling regnes som det høyeste nivået i telleferdigheter, og handler om å kunne telle videre fra en større mengde, f.eks. se mengden 5 og telle videre (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 428). Trygge tellestrategier er en viktig komponent i grunnleggende aritmetiske ferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 428; Aunio & Räsänen, 2016, s. 695-696; Fuson, 1988, s. 411- 413). Trening i telling og det å telle videre vil trolig være fordelaktig for å styrke matematiske ferdigheter.<br><br>Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98).<br><br>Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research |

| | | |
|---|---|---|
| | det sies pang uten at det er likt legges kortene i bunnen og spillet går videre. Dette gjøres i 5 minutter. Deretter spilles det memory der man skal finne korresponderende prikkekort og tallkort. Avslutningsvis gjøres arket fra de individuelle øktene «Mengde-tallsymbol 6-10B». Hvis det er tid nok kan det være fint å gjøre oppgavene sammen med elevene og la noen jobbe med oppgaver på nettbrett som omhandler det samme (f.eks. salaby, 1-2, matematikk, tall og telling, drillmester), mens lærer har mulighet til å veilede og observere oppgaveløsningen til elevene. | Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148).<br>Selv om intervensjoner kan gi langvarige effekter er det vanlig at effektene avtar eller til og med viskes ut over tid; et fenomen kalt fadeout (Bailey et al., 2017, s. 9-11; Bailey et al., 2020, s. 55). Bailey et al. (2016) trekker frem en teori om at effekten av tidlige intervensjoner muligens kan vare lengre hvis intervensjonene blir integrert med læreplanmål (s. 1466). I dette tilfellet får ikke jeg påvirket undervisningen videre, men ettersom jeg vet at trinnet bruker DragonBox som læreverk og benytter seg av Noomer og Numicon som konkretiseringsmateriell kan jeg forsøke å vise elevene en sammenheng mellom disse objektene slik at de kanskje vil få større overføringseffekt til klasserommet. Det kan argumenteres med at dette strider mot forskningen som viser viktigheten av å gjenkjenne arabiske tall (De Smedt et al., 2013, s. 50; Schneider et al., 2017, s. 9), men samtidig kan det samme argumentet da brukes for å forsvare hvorfor man bruker Noomene; at elevene skal ha kjennskap til at Noomene representerer tall og hvordan de tallene leses, skrives og hvilken mengde de angir.<br><br>I tillegg hevder Duval (2006) at det å ha evnen til å se sammenhenger i matematikk meget utfordrende, men samtidig veldig viktig for å kunne mestre faget på sikt. Dette er noe matematikkundervisning må ta inn over seg og undervise elevene i for at de skal kunne beherske (Duval, 2006, s. 128). |

**Uke 3 – økt 4**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Økt 8 hentet fra «ThinkMath»-heftet for smågrupper. Fokus i denne økta er tallrekkefølge, verbal telling forlengs og baklengs, se mønster i tallrekkefølger og telle med to av gangen. | Lærer forteller at forrige gang ble det jobbet med å gjenkjenne mengder og telle videre. I dag skal vi øve på å få enda mer forståelse for tallene ved å finne tall etter forklaringer. Vis med et eksempel: «Hvis jeg f.eks. sier hvilket tall kommer rett før 10, er svaret 9 (vis på tallinje). For å være enda tryggere på tallene før vi starter skal vi repetere både tall, mengder, Numicon-brikker og Noomer på tallinja». Lærer plasserer tallene 0 og 10. Elevene trekker et tallkort de skal prøve å plassere, deretter prikkekort, Numicon-brikke og Noome. Bruk også de røde og blå tallkortene for å repetere oddetall og partall.<br>Når dette er repetert får elevene en muntlig oppgave hver, f.eks. «Finn | Trygge tellestrategier er en viktig komponent i grunnleggende aritmetiske ferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 428; Aunio & Räsänen, 2016, s. 695-696; Fuson, 1988, s. 411- 413). Trening i telling og det å telle videre vil trolig være fordelaktig for å styrke matematiske ferdigheter.<br><br>Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98).<br><br>Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). |

| | | |
|---|---|---|
| | Noomen som tilsvarer dette tallet (gi eleven et tallkort)». Gjenstandene og tallkortene ligger spredt på avgrenset område i gangen slik at elevene må lete etter det de skal finne. De kommer tilbake til lærer og får ny oppgave. Dette gjøres i 5 minutter.<br><br>Elevene gjør arket fra individuell økt: «Mengde-tallsymbol 1-10». Kopier opp flere tilsvarende oppgaver elevene kan jobbe med hvis de blir fort ferdig.<br>Oppsummering av målene og at eleven forteller en ting de har lært. | Selv om intervensjoner kan gi langvarige effekter er det vanlig at effektene avtar eller til og med viskes ut over tid; et fenomen kalt fadeout (Bailey et al., 2017, s. 9-11; Bailey et al., 2020, s. 55). Bailey et al. (2016) trekker frem en teori om at effekten av tidlige intervensjoner muligens kan vare lengre hvis intervensjonene blir integrert med læreplanmål (s. 1466). I dette tilfellet får ikke jeg påvirket undervisningen videre, men ettersom jeg vet at trinnet bruker DragonBox som læreverk og benytter seg av Noomer og Numicon som konkretiseringsmateriell kan jeg forsøke å vise elevene en sammenheng mellom disse objektene slik at de kanskje vil få større overføringseffekt til klasserommet. Det kan argumenteres med at dette strider mot forskningen som viser viktigheten av å gjenkjenne arabiske tall (De Smedt et al., 2013, s. 50; Schneider et al., 2017, s. 9), men samtidig kan det samme argumentet da brukes for å forsvare hvorfor man bruker Noomene; at elevene skal ha kjennskap til at Noomene representerer tall og hvordan de tallene leses, skrives og hvilken mengde de angir.<br><br>I tillegg hevder Duval (2006) at det å ha evnen til å se sammenhenger i matematikk meget utfordrende, men samtidig veldig viktig for å kunne mestre faget på sikt. Dette er noe matematikkundervisning må ta inn over seg og undervise elevene i for at de skal kunne beherske (Duval, 2006, s. 128). |

**Uke 4 – økt 1**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Repetisjon av telling og tallene fra 0-10. | Lærer repeterer ulike oppgaver elevene har jobbet så langt. I dag skal vi jobbe med å bruke det vi har lært på ulike måter. Det skal jobbes på 4 ulike stasjoner i ca. 12 minutter. Det er oppgaver om telling, tallene 1-3, tallene 4-6 og tallene 7-10. Lærer har plukket ut oppgaver det skal jobbes med.<br><br>Oppsummering av hva slags arbeidsmetoder elevene har likt å jobbe med så langt og at alle viser/forteller hvilken oppgavetype de synes det var morsomst å jobbe med.<br>. | Kjerneområder i matematisk utvikling i alderen 5-8 år er telling, tallforståelse, relasjonelle ferdigheter og aritmetikk (Aunio & Räsänen, 2016, s. 699). Det å ha god forståelse av mengder, tallsymbol og tallstørrelser vil gjøre forståelsen for aritmetikk bedre (Göbel et al., 2014, s. 795-797). Det å bruke oppgaver og visuelle representasjoner digitalt har gjennom kvalitative evidens vist seg å være fordelaktig (Sarama & Clements, 2009a, s.147). Dette fordi det er både enklere og raskere for elevene å bruke, samt at de får umiddelbar respons på det de gjør (Sarama & Clements, 2009a, s.147). I tillegg er det studier som hevder å se bedre ferdigheter i klassifisering og logisk tenking når man kombinerer bruk av digitale visuelle representasjoner og fysiske visuelle representasjoner enn kun bruk av fysiske (Olson, 1988, i Sarama & Clements, 2009a, s.147). |

**Uke 4 – økt 2**

| Hva? | Hvordan? | Hvorfor? |
|---|---|---|
| Økt 9 fra «ThinkMath»-heftet for smågrupper. Fokus er tallene 0-20 og det å starte å telle midt i tallrekka og telle videre fra et vilkårlig tall. | Lærer forteller at vi nå har jobbet mye tallene fra 0-10. Nå skal vi lære mer om tallene opp til 20. «Vi skal starte med å telle sammen muntlig». Lærer teller gjenstander og elever teller og gjør etter. Deretter viser lærer tallene på tallinja med tallkort. Lærer peker og sier tallet, elevene hermer. Deretter trekker lærer et kort og sier: «Nå skal vi prøve å telle videre fra dette tallet (viser elevene). Jeg finner tallet på tallinja og så teller jeg videre». Elevene gjentar. Deretter teller lærer bakover på samme måte. Elevene prøver etter tur med støtte fra medelever og lærer.<br><br>Deretter sier lærer: «Nå skal vi øve på ulike måter å telle på». Det legges mellom 16-20 gjenstander på bordet gjerne litt oppå hverandre, tett inntil og noen gjenstander spredt. Deretter skal elevene prøve å finne ut hvor mange det er bare med å telle ved å se. Refleksjonssamtale om hvordan det var å telle bare gjennom å se. Snakk om utfordringer med å ha kontroll på hva man har telt og ikke osv.<br><br>I neste tellemetode kan elevene få peke, men ikke flytte på objektene. Ha en tilsvarende samtale etter denne runden. | Tidlig tallforståelse, telling og relasjonelle ferdigheter ser ut til å være viktige elementer for grunnleggende ferdigheter i addisjon og subtraksjon (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 427-428; National Research Council, 2009, s. 22-34), og til sammen ser det ut til disse fire områdene er essensielle for matematisk utvikling i alderen 5-8 år (Aunio & Räsänen, 2016, s. 699). Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98). |

| | | |
|---|---|---|
| | Neste måte å telle på er ved å flytte objekter. Fordel med at det er enklere å huske/vite hvilke man har telt, men fortsatt utfordrende hvis man kommer ut av tellingen; da må man starte helt på nytt.<br><br>Siste metode er å gruppere. Snakke om fordeler med dette; trenger ikke telle alt på nytt, men kun telle grupper. Det er hensiktsmessig å ta utgangspunkt i fememrrammer og tierrammer elevene har jobbet med tidligere.<br><br>Deretter gis elevene oppgavearket fra individuelle økter med tittel «Telle mengder 11-19» som de jobber med ut timen.<br><br>Oppsummer timen ved å ta opp igjen målene og snakke om man har jobbet med det som var meningen å jobbe med, og hvilke aktiviteter man har gjort for å nå målene. Økta avsluttes med at lærer spør elevene om tips til hvordan hen mest effektivt og riktig kan telle f.eks. 16. | Det å involvere elevene i diskusjoner og samtaler rundt matematikk kan gi elevene større forståelse og gjøre matematikk mer meningsfullt sammenlignet med «tradisjonell» undervisning (Jansen, 2006, s. 409).<br><br>Læringsmål tydeliggjør hva formålet med økta og læringsaktivitetene er, noe som kan bidra til økt læringsutbytte (Hiebert et al., 2007, s.50-51). |

**Uke 4 – økt 3**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Økt 10 fra «ThinkMath»-heftet for smågrupper. Fokus er tallene 0-20 og det å starte å telle midt i tallrekka og telle videre fra et vilkårlig tall både oppover og nedover. | Lærer repeterer det man jobbet med i forrige økt og sier at i dag skal vi trene mer på å telle og forstå tallene opp til 20. Elevene får trekke to tallkort og skal telle både forlengs og baklengs i tallområdet. Etterpå skal elevene trene på å telle gjenstander og lage mengden med tall. Lærer gir elevene en mengde, f.eks. 11. Elevene teller og plasserer dem i tierramme. Ser at det er 10 i den ene rammen og finner fram tallkortet med 10. «Hvor mange til har vi?». Det er 1 til. Finner fram tallkortet med 1. «Legg kortet med tallet 1 oppå tallkortet med 10 slik at de svarte trekantene ligger på hverandre. Hvilket tall er det? 11». Elevene fortsetter slik med alle tallene opp til 20.<br><br>Når dette er gjort jobber elevene med arbeidsarket «Telle mengder 11-20» før dere spiller «Terningspillet» der elevene skal kaste to terninger, finne tallet i riktig koordinat, lese tallet og bruke «sin» farge til å sette et kryss på tallet hvis de leser det korrekt. Spillet er over når alle rutene er dekket. Den med flest ruter avkrysset i «sin» farge vinner. | Tidlig tallforståelse, telling og relasjonelle ferdigheter ser ut til å være viktige elementer for grunnleggende ferdigheter i addisjon og subtraksjon (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 427-428; National Research Council, 2009, s. 22-34), og til sammen ser det ut til disse fire områdene er essensielle for matematisk utvikling i alderen 5-8 år (Aunio & Räsänen, 2016, s. 699). Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98).<br><br>Det å involvere elevene i diskusjoner og samtaler rundt matematikk kan gi elevene større forståelse og gjøre matematikk mer meningsfullt sammenlignet med «tradisjonell» undervisning (Jansen, 2006, s. 409). |

| | | |
|---|---|---|
| | Bevisstgjør elevene på tallmønsteret fra 1-20 før de forlater gruppa. | Læringsmål tydeliggjør hva formålet med økta og læringsaktivitetene er, noe som kan bidra til økt læringsutbytte (Hiebert et al., 2007, s.50-51). |

**Uke 4 – økt 4**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Økt 11 fra «ThinkMath»-heftet for smågrupper. Fokus er å gjenkjenne, finne og lage tallene fra 11-20 ved hjelp av tallkort og prikkekort. | Lærer tar opp igjen det som ble jobbet med forrige økt. Deretter presenteres øktas mål som er å trene på å lage tallene fra 11-20.<br><br>Legg 10-kortet med bildesiden opp på bordet og kortene 1-9 ved siden av med bildesiden ned. Elevene trekker «ener»-kort etter tur og legger på 10-kortet slik at tallet blir 11, 12…19. Hvis også elevene tallet 20 og forklar tierovergang, uten å vektlegge dette for mye. Elevene skal si tallet høyt. Deretter får elevene i oppgave å lage et tall mellom 11 og 19, f.eks. 15.<br><br>Deretter legges prikkekortene i en tilfeldig rekkefølge med bildesiden ned. Lærer sier: «Nå skal vi prøve å si hvor mange prikker vi ser så raskt vi klarer». Lærer trekker et kort og dekker til «enerne» på kortet og spør: «Hvor mange er det her (viser til full tierramme)?». Får eller gir svaret 10. Deretter holdes det over tieren og det spørres: «Hvor | Tidlig tallforståelse, telling og relasjonelle ferdigheter ser ut til å være viktige elementer for grunnleggende ferdigheter i addisjon og subtraksjon (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 427-428; National Research Council, 2009, s. 22-34), og til sammen ser det ut til disse fire områdene er essensielle for matematisk utvikling i alderen 5-8 år (Aunio & Räsänen, 2016, s. 699). Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98). |

| | | |
|---|---|---|
| | mange har vi her (viser til «enerne»)?». Får eller gir svar 5, deretter 10 og 5 som er 15. Forklar elevene at de nå skal bruke samme strategi når du skal vise kortene. De får kun se de en kort stund. Når riktig svar er gitt vises kortet en gang til og tallet formes også med tallkortene 10 og 5. Deretter gjøres aktiviteten med prikkekort igjen, men denne gangen skal elevene prøve å finne riktig tallkort – 10-kortet først, deretter «eneren».<br><br>Gjør deretter oppgavearket «Mengde-tall 11-20». Når elevene har gjort dette arket jobbes det med oppgave med å finne riktig tallkort og prikkekort i rekkefølge. Prikkekortene legges langs tallinja og elevene får utdelt noen tallkort hver. Den som har tallkortet som tilsvarer prikkekort skal legge det på riktig sted og si tallet. Slik plasseres tallene fra 0-20. Som avslutning leser alle elevene tallinja fra 0-20 og deretter 20-0 mens de beveger seg langs linja. | Det å involvere elevene i diskusjoner og samtaler rundt matematikk kan gi elevene større forståelse og gjøre matematikk mer meningsfullt sammenlignet med «tradisjonell» undervisning (Jansen, 2006, s. 409).<br><br>Læringsmål tydeliggjør hva formålet med økta og læringsaktivitetene er, noe som kan bidra til økt læringsutbytte (Hiebert et al., 2007, s.50-51). |

**Uke 5 – økt 1**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Økt 12 hentet fra «ThinkMath» undervisnings-økter for smågrupper. Fokus for denne økta er å finne ut hvilket tall som mangler i en tallrekke og sammenligne tallstørrelser. | Lærer forteller elevene at de i dag skal få være detektiver og finne ut hvilke tall som mangler i en tallrekke. Lærer ber elevene lukke øynene mens hen legger ut seks tallkort i rekkefølge der ett mangler (f.eks. 3-4-6-7-8). Elevene lukker opp øynene og hver elev skal få mulighet til å si hvilket tall som mangler. Dette gjøres med ulike tall både i stigende og synkende rekkefølge. Elever kan også legge fram kort etter tur med hjelp fra lærer. Hvis elevene synes det er vanskelig å lukke øynene eller er fristet til å se kan lærer ha et teppe som legges over kortene mens man ordner dem.<br><br>Lærer forteller hva som er målet med neste aktivitet: «Nå har vi lekt detektiver og funnet hvilket tall som mangler i tallrekka. Nå skal vi trene på å telle videre fra 10». Lærer modellerer oppgaven. Elevene får et bingobrett hver med tall fra 11-20. Deretter stokkes prikkekort med mengden 11-20. Lærer sier: «Nå skal jeg vise dere et kort. Dere får kun se det en liten stund, så dere må se nøye. Målet er å finne ut hvilket tall prikkene representerer». Lærer modellerer/gjør oppgaven sammen med elevene et par ganger først. Tilpass med veiledning, visuelle representasjoner og annen hjelp hvis man ser at det behov. Den som først får fire på rad vinner. | Forkortet telling regnes som det høyeste nivået i telleferdigheter, og handler om å kunne telle videre fra en større mengde, f.eks. se mengden 5 og telle videre (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 428). Trygge tellestrategier er en viktig komponent i grunnleggende aritmetiske ferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 428; Aunio & Räsänen, 2016, s. 695-696; Fuson, 1988, s. 411- 413). Trening i telling og det å telle videre vil trolig være fordelaktig for å styrke matematiske ferdigheter.<br><br>Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98). |

| | | |
|---|---|---|
| | Økte avsluttes med elevene får én oppgave med å finne hvilket tall som mangler og én oppgaver med å finne hvilket tallkort som hører til prikkekortet de får utdelt. Når elevene har svart gjøre lærer oppmerksom på at alle har nådd dagens mål. | Læringsmål tydeliggjør hva formålet med økta og læringsaktivitetene er, noe som kan bidra til økt læringsutbytte (Hiebert et al., 2007, s.50-51). |

**Uke 5 – økt 2**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Jobbe grundig med tallene 0-20 gjennom stasjonsarbeid for at elevene skal få tid til å fordøye og ev. ha mulighet til repetisjon og grundigere gjennomgang hvis noen av elevene har behov for det. | Lærer forteller at elevene nå har jobbet på mange ulike måter med tallene opp til 20. I dag skal vi bruke alt vi har lært på forskjellige oppgaver. Det blir fire stasjoner der én stasjon er memory med tallsymbol og prikkekort der det er om å gjøre å finne kortene som hører sammen, praktiske oppgaver med å plassere tall og mengder fra 0-20 på tallinje, telle og talloppgaver på iPad (applikasjonen TELLA) og oppgaveark med sammenligningsoppgaver med mengder og tall.<br><br>Timen avsluttes med at elevene skal vurdere hvilke oppgaver de lærte mest av, hvilke oppgaver de synes var morsomt og om de føler seg tryggere på tallene fra 0-20 ved timens slutt enn da de startet. | Fuchs et al. (2008) har kommet frem til syv prinsipper for effektiv praksis når det gjelder intervensjoner for elever med matematikkvansker. Ett av disse prinsippene er «overvåking (eng. progress monitoring) (Fuchs et al., 2008, s.85). Det handler om at man som ansvarlig kursholder må følge med på hvordan hver enkelt elev tilegner seg kunnskap underveis, og vurdere individuelle tilrettelegginger hvis tiltaket ikke har forventet effekt (Fuchs et al., 2008, s. 86-87). Ved å ha en slik «oppsummeringsøkt» kan man få tid til å overvåke, tilrettelegge og hjelpe enkelte elever i større grad. |

**Uke 5 – økt 3**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Dekomponere tall fra 0-10 med brikker, Noomer og Numicon. Målet for denne økta er at elevene skal se sammenhenger og får større forståelse for tallene fra 0-10 gjennom bruk av ulike representasjoner, samt forsterke tallforståelsen deres. | Lærer informerer om at elevene i denne økta skal bruke ulike hjelpemidler til å se hvilke tall man kan finne i større tall. Lærer modellerer for elevene ved å vise dem et ark med en tabell hvor øverste rad kun har én kolonne, mens det under denne er to kolonner. De tre cellene i tabellen henger derfor sammen. I den øverste raden legges en mengde, f.eks. 7, Multilink-klosser eller tilsvarende. Deretter sier lærer: «Hvordan kan jeg dele opp disse brikkene? Jo, jeg kan legge 1 her (tar en kloss og legger i den ene cellen under) og 6 her (legger i den andre cellen). Kan jeg gjøre det samme med Numicon? Da må jeg finne fram brikken 7, finne 1 og 6, ja, det ble likt. Hva med Noomer? Jeg finner Sept, og prøver å se om Uno og Heks passer til. Ja, det ble også det samme! Kan jeg finne andre kombinasjoner som blir 7?». Elevene prøver ut mens lærer veileder. La elevene utforske sammenhenger og la alle vise et «funn» de har gjort. Lærer kan gjerne skrive ned 1 og 6 er det samme som 7 gjennom notasjonen 1+6=7 bare for å gjøre elevene oppmerksom på at det de finner ut kan skrives ned.<br><br>Timen avsluttes med å snakke om at ett tall kan settes sammen på mange ulike måter. Kanskje har noen av elevene funnet ut at 7 kan være 1+1+1+1+1+1+1, eller 5+1+1. Alle disse oppdagelsene skal sees på som et positivt bidrag i elevenes tallforståelse. | Trygg tallforståelse handler om samhandling mellom ulike komponenter som verbal, skriftlig og visuelle representasjoner, jf. «Triple code model» av Dehaene (1992). Gjennom disse aktivitetene får elevene trening i å se, si og finne tall. Dette vil også gi trening i elevenes konseptuelle forståelse (Rittle-Johnson et al., 2001). Gjennom å sette ord på det elevene har gjort og bruke språket aktivt får elevene trening i de språklige komponentene og begrepene som også er viktig i tilegnelsen av matematiske ferdigheter (Purpura & Reid, 2016; Purpura, Napoli et al., 2017; Purpura, Day et al., 2017; Toll & Van Luit, 2014) |

**Uke 5 – økt 4**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Dekomponere tall fra 10-20 med brikker, Noomer og Numicon. Målet for denne økta er at elevene skal se sammenhenger og får større forståelse for tallene fra 0-10 gjennom bruk av ulike representasjoner, samt forsterke tallforståelsen deres. | Lærer repeterer oppgaver fra forrige time. I dag skal elevene få gjøre det samme, men med høyere tall. I dag skal det jobbes med tallene 10-20. Lærer modellerer og viser noen sammenhenger før elevene får utforske selv. Lærer kan være sekretær, veileder og oppmuntre elevene til å dele og vise hverandre sine funn. Hvis elevene har utfordringer med å finne sammenhenger bør lærer først og fremst fokusere på 10+X, altså at tallene er 10 og et annet tall. Snakk med elevene om tierrammen og det å telle videre fra 10.<br><br>Avslutt timen med å gjøre elevene oppmerksom på alle kombinasjonene de har funnet på de to øktene. Vis også notasjon av regnestykker og si til elevene at neste gang skal vi lære mer om hva dette betyr. | Trygg tallforståelse handler om samhandling mellom ulike komponenter som verbal, skriftlig og visuelle representasjoner, jf. «Triple code model» av Dehaene (1992). Gjennom disse aktivitetene får elevene trening i å se, si og finne tall. Dette vil også gi trening i elevenes konseptuelle forståelse (Rittle-Johnson et al., 2001).<br><br>Gjennom å sette ord på det elevene har gjort og bruke språket aktivt får elevene trening i de språklige komponentene og begrepene som også er viktig i tilegnelsen av matematiske ferdigheter (Purpura & Reid, 2016; Purpura, Napoli et al., 2017; Purpura, Day et al., 2017; Toll & Van Luit, 2014) |

**Uke 6 – økt 1**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Økt 13 hentet fra «ThinkMath» undervisningsøkter for smågrupper. Fokus for denne økta er å gi elevene erfaring med at addisjon handler om å øke en mengde, samt gjennom praktiske oppgaver med hjelp av visuelle representasjoner blir kjent med det kommutative prinsipp. | Lærer repeterer innhold fra forrige time ved å vise oppgaven med å finne prikkekort og tallkort som hører sammen ved å telle videre fra 10. Deretter løses oppgavene på arbeidsarket «Tellehistorier» fra de individuelle øktene sammen. Gjør deretter elevene oppmerksom på at de i dag skal jobbe med å finne ut hvor mye to tall blir til sammen ved å jobbe med noe som heter addisjon. Elevene får utdelt 8 brikker som kan bygges sammen i to farger; fire av hver. Lærer leser historien fra «ThinkMath»-økta og ber én av elevene legge frem antallet som leses i historien.  Lærer leser videre og ber en annen elev finne fram antall biler som kommer til i den andre fargen. Stopp og spør: «Hvor mange biler er det på parkeringsplassen nå? Hvordan kan vi finne ut det?». Deretter skrives dette ned som et regnestykke på tavla. Lærer leser ny historie, men da i omvendt rekkefølge. Snakk om hvor mange biler det er til sammen nå og skrive ned regnestykket på tavla. Snakk om at uansett hvilken rekkefølge bilene kommer i til parkeringsplassen blir antallet det samme til sammen. Deretter skal elevene løse og forklare tilsvarende regnestykker og sammenhenger som lærer leser opp. Etter denne økta skal elevene spille «Skattespillet» fra «ThinkMath»-heftet. Når de har gjort det gjennomgås arket «Kommutative prinsipper i | Aritmetiske ferdigheter er ett av områdene forskning viser til har mye å si for senere matematikkferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 697; Göbel et al., 2014, s. 795-797). Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98). Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og |

| | | |
|---|---|---|
| | addisjon» og elevene løser oppgavene. Lærer oppsummerer økta ved å gjøre elevene oppmerksom på hvilke fordeler det kommutative prinsipp kan ha og spør om elevene kan lage regnestykke fra gitte bilder/klosser de blir presentert. | operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). |

**Uke 6 – økt 2**

| Hva? | Hvordan? | Hvorfor? |
|---|---|---|
| Trening i å forstå at addisjon handler om å legge sammen. | Lærer repeterer innhold fra forrige time. Elevene får vite at de i dag skal jobbe videre med å bruke addisjon i oppgaver. Lærer viser et regnestykke på tavla i tallområdet 0-5, f.eks. 2+3=_____. Forklar elevene at målet med denne oppgaven er å finne ut hvor mye 2 og 3 er til sammen. Vis tierrammen og finn fram klosser i ulik farge. Legg på 2 brikker i en farge og 3 brikker i en annen farge. Deretter oppfordre elevene til å se mengden 5 for å finne svaret (hvis det er vanskelig kan det telles). Si til elevene at de nå skal få noen slike oppgaver de skal løse. Elevene jobber med oppgaveark.<br><br>Deretter gjøres en aktivitet der lærer har hengt opp tall i tallområdet 0-5 i gangen. Elevene får utdelt et kort med addisjonsstykke og skal finne riktig tallkort blant tallene i gangen. Etterpå byttes det på slik at regnestykkene henger i gangen og elevene får «svaret». Elevene skal lese regnestykke høyt for hver gang: «2 pluss 3 er det samme som 5». Legg vekt på bruk av det samme som fremfor er lik (fordi elevene senere i | Aritmetiske ferdigheter er ett av områdene forskning viser til har mye å si for senere matematikkferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 697; Göbel et al., 2014, s. 795-797). Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., |

| | | |
|---|---|---|
| | skoleløpet skal ha større forståelse for regnestykker av typen 8+3=10+____. Dette kan være vanskeligere om man tenker at «er lik-tegnet» skal gi et svar).<br><br>Timen avsluttes med at lærer gir hver elev individuell tilbakemelding på i hvilken grad eleven har nådd dagens mål med en kort begrunnelse. | 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98). |

**Uke 6 – økt 3**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Økt 14 hentet fra «ThinkMath» undervisningsøkter for smågrupper. Fokus for denne økta er at elevene skal gjenkjenne addisjonsstykker og svar i tallområdet 0-5. | Økta starter med at lærer sier at elevene skal repetere det de jobbet med i forrige økt. Lærer spør om noen husker hva de jobbet med sist, hvis ingen elever ønsker å dele forteller lærer kort. Deretter sier lærer: «Nå skal vi spille et lite spill for å se hvor godt vi husker regnestykkene vi jobbet med sist». Lærer har kopiert opp «Addisjonsfakta flash kort» fra «ThinkMath»-materialet. Kortene legges i en bunke med bildesiden ned og elevene snur ett kort etter tur og skal gi svar på oppgaven. Har de rett får de kortet, svarer de feil mister de ett av kortene de allerede har samlet (hvis de har samlet noen) og kortene legges nederst i bunken. Spill gjennom bunken. Legg vekt på at det viktigste her ikke er å ha flest kort, men at man får trent på addisjonsstykkene. Målet er å trene. | Aritmetiske ferdigheter er ett av områdene forskning viser til har mye å si for senere matematikkferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 697; Göbel et al., 2014, s. 795-797). Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98). |

| | | |
|---|---|---|
| | Deretter spilles spillet «Skattøya» før elevene skal gjøre arbeidsarket «Hvilket nummer blir 3, 4 eller 5?». Det kan være fornuftig å ha noen arbeidsark med addisjonsoppgaver i tallområdet 0-5 på tierramme liggende slik at de som blir fort ferdig kan jobbe videre med dette. Alternativt kan man også ha noen ark med høyere addisjonsstykker for elever som er raskt ferdig og har forstått konseptet om addisjon. | |

**Uke 6 – økt 4**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Elevene trener på addisjonsoppgaver i tallområdet opp til 10. | Lærer snakker med elevene om hvordan de har jobbet med addisjon fra 0-5. Repeterer det kommutative prinsipp, viser noen eksempler gjennom samtale med elevene og skriver så et regnestykke 2+7=_____ og spør om forslag til hvordan man kan løse regnestykket. Lærer får frem at det er lurt å tenke 7+2 og viser hvordan elevene kan løse oppgaven med visuelle representasjoner og hvordan man kan tenke uten visuelle representasjoner. Fortell elevene at de i dag skal få jobbe med slike regnestykker på iPad. Mens elevene jobber går lærer rundt og ber elevene forklare | Aritmetiske ferdigheter er ett av områdene forskning viser til har mye å si for senere matematikkferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 697; Göbel et al., 2014, s. 795-797). Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98).<br><br>Det å bruke oppgaver og visuelle representasjoner digitalt har gjennom kvalitative evidens vist seg å være fordelaktig (Sarama & Clements, 2009a, s.147). Dette fordi det er både enklere og raskere for elevene å bruke, samt at de får umiddelbar respons |

| | | |
|---|---|---|
| | løsningsforslagene sine, veileder i bruk av strategier og fremgangsmetoder og påser at elevene ikke bruke «gjette-strategier».<br><br>Avslutt økta med at alle elevene får fortelle en ting de har lært eller jobbet med denne økta. | på det de gjør (Sarama & Clements, 2009a, s.147). I tillegg er det studier som hevder å se bedre ferdigheter i klassifisering og logisk tenking når man kombinerer bruk av digitale visuelle representasjoner og fysiske visuelle representasjoner enn kun bruk av fysiske (Olson, 1988, i Sarama & Clements, 2009a, s.147). |

**Uke 7 – økt 1**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Økt 15 fra «ThinkMath»-materiellet beregnet på smågrupper. I denne økta er det subtraksjon som er tema. | Lærer viser et addisjonstykke og repeterer at addisjonstegnet gir oss informasjon om at vi skal legge sammen tallen – finne ut hvor mye de to tallene er til sammen. «I dag skal vi jobbe med dette tegnet (skriver minustegnet). Det heter subtraksjon, eller minus, og er det motsatte av addisjon. Dette tegnet betyr at vi skal «plukke» bort en viss mengde fra det første tallet». Vis deretter med et eksempel som innebærer elevene. «X har 5 viskelær i pennalet. Så mister hen 2. Hvor mange viskelær har X igjen da?». Vis det først med konkrete viskelær, deretter skrive opp hvordan regnestykket ser ut. «I dag skal vi | Aritmetiske ferdigheter er ett av områdene forskning viser til har mye å si for senere matematikkferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 697; Göbel et al., 2014, s. 795-797). Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98). Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. |

| | | |
|---|---|---|
| | jobbe med slike oppgaver». Bruk oppgaveprosedyren som står beskrevet i økt 15 for smågrupper i «ThinkMath»-materiellet. Når første del av arbeidet er gjort gjøres oppgaven «Raner og bankmann». Avslutt timen med først og si hva addisjon er og hva addisjonstegnet betyr, deretter hva subtraksjon er og hva subtraksjonstegnet betyr. Legg vekt på at dette er motsatte regneoperasjoner. La elevene gjenta etter tur. | 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). I tillegg brukes språket aktivt, slik som både Dehaene (1992), LeFevre et al. (2010), Purpura og Reid (2016), Purpura, Napoli et al. (2017), Purpura, Day et al. (2017) og Toll og Van Luit (2014) trekker frem som viktig i tilegnelsen av tidlige matematikkferdigheter. |

**Uke 7 – økt 2**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Økt 16 fra «ThinkMath»-materiellet beregnet på smågrupper. I denne økta er det | Lærer repeterer innhold fra forrige time og elevene løser oppgavene på arbeidsarket «Subtrahere mengder» hentet fra de individuelle øktene i «ThinkMath»-materiellet. La elevene ha visuelle representasjoner som hjelpemidler tilgjengelig. | Aritmetiske ferdigheter er ett av områdene forskning viser til har mye å si for senere matematikkferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 697; Göbel et al., 2014, s. 795-797). Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., |

| | | |
|---|---|---|
| subtraksjon og bruk av subtraksjon i regnefortellinger som er tema. | Lærer forteller deretter at elevene i dag skal trene på å bruke subtraksjon i ulike oppgaver og aktiviteter. Timen følges slik som den er beskrevet i økt 16 i «ThinkMath»-materiellet for smågrupper. Arbeidsarket fra den individuelle økta spares til senere økt der elevene skal løse addisjon- og subtraksjonsoppgaver. Økta avsluttes med at hver elev løser en subtraksjonsoppgave de har mestret i timen før det avsluttes og gjør eleven oppmerksomme på at gjennom de aktivitetene de har gjort har de fått trent på dagens mål som var å bruke subtraksjon i ulike oppgaver og aktiviteter. | 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98). Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). I tillegg brukes språket aktivt, slik som både Dehaene (1992), LeFevre et al. (2010), Purpura og Reid (2016), Purpura, Napoli et al. (2017), Purpura, Day et al. (2017) og Toll og Van Luit (2014) trekker frem som viktig i tilegnelsen av tidlige matematikkferdigheter. |

**Uke 7 – økt 3**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Trening i å forstå at subtraksjon handler om å legge sammen. | Lærer repeterer innhold fra forrige time. Elevene får vite at de i dag skal jobbe videre med å bruke subtraksjon i oppgaver. Lærer viser et regnestykke på tavla i tallområdet 0-5, f.eks. 5-2=_____. Forklar elevene at målet med denne oppgaven er å finne ut hvor mye som er igjen av 5 når vi trekker fra 2. Vis tierrammen og finn fram klosser. Legg på 5 brikker i en farge trekk fra 2. Vis hvordan dette gjøres og vis også notasjonen 5-2=3. Si til elevene at de nå skal få noen slike oppgaver de skal løse. Elevene jobber med oppgaveark. Deretter gjøres en aktivitet der lærer har hengt opp tall i tallområdet 0-5 i gangen. Elevene får utdelt et kort med subtraksjonsstykker og skal finne riktig tallkort blant tallene i gangen. Etterpå byttes det på slik at regnestykkene henger i gangen og elevene får «svaret». Elevene skal lese regnestykke høyt for hver gang: «5 minus 3 er det samme som 2». Legg vekt på bruk av det samme som fremfor er lik (fordi elevene senere i skoleløpet skal ha større forståelse for regnestykker av typen 8-3=9-____. Dette kan være vanskeligere om man | Aritmetiske ferdigheter er ett av områdene forskning viser til har mye å si for senere matematikkferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 697; Göbel et al., 2014, s. 795-797). Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98).<br>Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). I tillegg brukes språket aktivt, slik som både |

| | | |
|---|---|---|
| | tenker at «er lik-tegnet» skal gi et svar). Timen avsluttes med at lærer gir hver elev individuell tilbakemelding på i hvilken grad eleven har nådd dagens mål med en kort begrunnelse. | Dehaene (1992), LeFevre et al. (2010), Purpura og Reid (2016), Purpura, Napoli et al. (2017), Purpura, Day et al. (2017) og Toll og Van Luit (2014) trekker frem som viktig i tilegnelsen av tidlige matematikkferdigheter. |

**Uke 7 – økt 4**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Elevene trener på subtraksjonsoppgaver i tallområdet opp til 10. | Lærer snakker med elevene om hvordan de har jobbet med subtraksjon fra 0-5. I dag skal vi trene på subtraksjonsoppgaver fra 0-10. Vis noen eksempler på tavla som løses sammen med elevene og på tierramme. Bevisstgjør elevene på at hvis det f.eks. står 9-5 kan man ta bort en hel rad på timerramma. Fortell elevene at de i dag skal få jobbe med slike regnestykker på iPad. Mens elevene jobber går lærer rundt og ber elevene forklare løsningsforslagene sine, veileder i bruk av strategier og fremgangsmetoder og | Aritmetiske ferdigheter er ett av områdene forskning viser til har mye å si for senere matematikkferdigheter (Aunio & Räsänen, 2016, s. 697; Göbel et al., 2014, s. 795-797). Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98).<br><br>Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., |

| | | |
|---|---|---|
| | påser at elevene ikke bruke «gjette-strategier».<br><br>Avslutt økta med at alle elevene får fortelle en ting de har lært eller jobbet med denne økta. | 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). I tillegg brukes språket aktivt, slik som både Dehaene (1992), LeFevre et al. (2010), Purpura og Reid (2016), Purpura, Napoli et al. (2017), Purpura, Day et al. (2017) og Toll og Van Luit (2014) trekker frem som viktig i tilegnelsen av tidlige matematikkferdigheter. |

**Uke 8 – økt 1**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Arbeid med partall, oddetall, mengder og relasjonelle ferdigheter: fokus på overføring til klasserommet | Det fortelles til elevene at de i dag skal jobbe med tall som kan deles likt i to og ikke. Vis med et praktisk eksempel: «Her har jeg 6 brikker. Hva skjer hvis jeg prøver å fordele de i de to koppene jeg har foran meg?». Fordel brikkene og gjør elevene oppmerksomme på at det nå ligger 3 brikker i hver kopp. Si: «Det betyr at jeg kan dele 6 i to like store deler». Gjør deretter det samme med noen partall og deretter et oddetall. Snakk med elevene om hva som skjer når det er oddetall. Da blir det en til overs, eller så får en kopp én mer. Be elevene finne fram partallene opp til 10 med Numicon. Sammen ser dere på at de kan deles i to like store deler (bruk | Trygge tellestrategier er en viktig komponent i grunnleggende aritmetiske ferdigheter (Aunio & Niemivirta, 2010, s. 428; Aunio & Räsänen, 2016, s. 695-696; Fuson, 1988, s. 411- 413). Trening i telling og det å telle videre vil trolig være fordelaktig for å styrke matematiske ferdigheter. Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98). Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein |

| | | |
|---|---|---|
| | tilsvarende Numicon for å vise, f.eks. at 4=2+2). Ta derimot frem oddetallene og se på dem. Hva oppdager vi? Gjør elevene bevisst på at det er et «hullrom» ekstra som gjør at det ikke kan deles likt. Legg tallene i rekkefølge. Snakk om og se på mønsteret med at annen hvert tall er partall og oddetall. Si deretter hva som er oddetall og partall. Elevene gjentar: «2 er partall fordi det kan deles i to like biter», «3 er et oddetall fordi det ikke kan deles i to like store biter». Forklar også ordene par og odde. Vis deretter sammenheng med Noomene. | & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148).<br>I et forsøk på å forebygge fadeout og legge til rette for støttende miljø (Bailey et al., 2017; Bailey et al., 2020) legges det opp til visuelle representasjoner elevene benytter i ordinær undervsning. |

**Uke 8 – økt 2**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Arbeid med tallrekker, nabotall og mønstre: fokus på overføring til klasserommet | Fortell elevene at dere i dag skal jobbe med tallinja, tallrekkefølge og noe som kalles nabotall. Elevene jobber med tallinje på gulvet først sammen med voksen. La tallinja og mengdekort ligge på tallinja. La elevene få et kort hver med siffersymbol. Elevene skal legge det på etter tur. Deretter | Kjerneområder i matematisk utvikling i alderen 5-8 år er telling, tallforståelse, relasjonelle ferdigheter og aritmetikk (Aunio & Räsänen, 2016, s. 699). Det å ha god forståelse av mengder, tallsymbol og tallstørrelser vil gjøre forståelsen for aritmetikk bedre (Göbel et al., 2014, s. 795-797). Det å bruke oppgaver og visuelle representasjoner digitalt har gjennom kvalitative evidens vist seg å være fordelaktig (Sarama & Clements, 2009a, s.147). Dette fordi det er både enklere og raskere for |

| | | |
|---|---|---|
| | leses tallene på tallinja. Elevene lukker øynene og lærer snur et sifferkort. Hvilket siffer snudd? Modeller en gang først hvis elevene er usikre på oppgaven. Fortsett slik med ulike varianter og der både sifferkort og mengdekort blir byttet på å bli snudd. Forklar at vi noen ganger teller fra et annet tall enn 0 eller 1. Du kan si: «For eksempel har jeg tre kroner, men finne 5 kr i jakkelomma. I stedet for å telle alle på nytt teller jeg videre fra 5, sånn som vi har trent på før. Det kan jeg gjøre på tallinja også. La oss se på et eksempel». Vis elevene tallene 4, 5, 6, ___, ____, _____, 10. «Her ser jeg noen tomme linjer. Hvis jeg teller fra 4, 5, 6, ser at jeg at det er 7, 8 og 9 som mangler. Nå skal vi prøve sammen». Gjør noen oppgaver sammen. Deretter gjør elevene tilsvarende oppgaver både på ark og iPad. | elevene å bruke, samt at de får umiddelbar respons på det de gjør (Sarama & Clements, 2009a, s.147). I tillegg er det studier som hevder å se bedre ferdigheter i klassifisering og logisk tenking når man kombinerer bruk av digitale visuelle representasjoner og fysiske visuelle representasjoner enn kun bruk av fysiske (Olson, 1988, i Sarama & Clements, 2009a, s.147).<br><br>Forskning tyder på at elever med lærevansker i matematikk profiterer på innlæring av matematikk gjennom eksplisitte instruksjoner (Chodura et al., 2015, s.129; Gersten et al., 2009, s. 1228; Kroesbergen & Van Luit, 2003, s. 97-98).<br><br>Bruk av visuelle representasjoner skaper ikke matematisk forståelse av seg selv (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Sarama & Clements, 2009a, s. 145-146; Stein & Bovalino, 2001, s. 356;). Hvis derimot lærer er i stand til å veilede på en hensiktsmessig måte (Stein & Bovalino, 2001, s. 356) og har fokus på å hjelpe elevene med å skape koblinger mellom erfaringer og praktisk kunnskap til matematiske symbol, aspekter og operasjoner (National Research Council et al., 2001b, s. 353; Stein & Bovalino, 2001, s. 359; Sarama & Clements, 2009a, s. 148). |

| | | |
|---|---|---|
| | | Denne formen for organisering legger til rette for Fuchs et al. (2008) sine syv prinsipper for intervensjon for elever som strever i matematikk: bruke eksplisitte instruksjoner, omhandle områder som er essensielle å utvikle for å redusere senere vansker med matematikkfaget, legge til rette for konseptuell forståelse, spesifikk trening i ferdigheter, kontinuerlig gjennomgang og repetisjon av ferdigheter, trening i å regulere oppmerksomhet og motivasjon for arbeid og kontinuerlig overvåking av elevene slik at man hele tiden gjør de tilpasninger det er behov for |

**Uke 8 – økt 3**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Arbeid med addisjon og subtraksjon. Fokus er at elevene skal bli trygge på hva addisjon og subtraksjon innebærer og få mulighet til å trene på ulike strategier som telle videre fra største tall, bruke tierramme, tegne opp og stryke over, telle bakover, bruke fingre | Lærer forteller elevene at de nå har jobbet med addisjon og subtraksjon de siste ukene. I dag skal de få mulighet til å trene på ulike måter å regne på slik at de finner en metode de er trygge på, samtidig som lærer vil gi noen tips fordi noen strategier er mer effektive enn andre. Lærer viser én og én strategi som elevene så bruker på én oppgave. Deretter får elevene utdelt oppgaveark med addisjon- og subtraksjonsoppgaver der de kan | Denne formen for organisering legger til rette for Fuchs et al. (2008) sine syv prinsipper for intervensjon for elever som strever i matematikk: bruke eksplisitte instruksjoner, omhandle områder som er essensielle å utvikle for å redusere senere vansker med matematikkfaget, legge til rette for konseptuell forståelse, spesifikk trening i ferdigheter, kontinuerlig gjennomgang og repetisjon av ferdigheter, trening i å regulere oppmerksomhet og motivasjon for arbeid og kontinuerlig |

| | | |
|---|---|---|
| hensiktsmessig og ev. automatisering. | få velge strategi selv. Lærer går rundt for å lytte til elevenes løsninger og veilede. | overvåking av elevene slik at man hele tiden gjør de tilpasninger det er behov for.<br><br>I tillegg legges det til rette for bruk av språk (Dehaene, 1992; LeFevre et al., 2010). |

**Uke 8 – økt 4**

| **Hva?** | **Hvordan?** | **Hvorfor?** |
|---|---|---|
| Oppsummering av intervensjonsprogrammet: hva har vi jobbet med og hva har vi lært? | Her legges det opp til løsere struktur der samtaler om hva som ha blitt jobbet med, hva elevene har likt av organiseringsformer og hva de har lært blir trukket frem. Lærer bevisstgjør elevene på fremskrittene de har gjort og hvordan de har fått til det de nå får til. Legg opp til valgmuligheter med tanke på spill, oppgaver og aktiviteter elevene kan få jobbe med siste gang. Snakk også om de strategiene og måtene de har jobbet på i gruppa kan tas med inn i klasserommet, og at de får en liten «pose» med ulike visuelle representasjoner de kan ta med seg til klasserommet sitt og bruke der. | |

**Litteraturliste for intervensjon**


Aubrey, C. & Godfrey, R. (2003). The Development Of Children's Early Numeracy Through Key Stage 1. *British Educational Research Journal, 29*(6), 821-840. https://dx.doi.org/10.1080/0141192032000137321

Aunio, P. & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences, 20*, 427-435. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.06.003

Aunio, P. & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children five to eight years – A working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal, 24*(5), 684-704. https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424

Aunola, K., Leskinen, E., Lekkanen, M-K. & Nurmi, J-E. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96*(4), 699-713. https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699

Bailey, D., Duncan, G. J., Odgers, C. L. & Yu, W. (2017). Persistence and Fadeout in the Impacts of Child and Adolescent Interventions. *Journal of Research on Educational Effectiveness, 10*:1, 7-39. https://doi.org/10.1080/19345747.2016.1232459

Bailey, D.H., Nguyen, T, Jenkins, J. D., Domina, T., Clements, D. H. & Samara, J.S. (2016). Fadeout in early mathematics intervention: Constraining content or preexisting differences. *Developmental Psychology, 52,* 1457–1469. https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/dev0000188

Bailey, D. H., Duncan, G. J., Cunha, F., Foorman, B. R. & Yeager, D. S. (2020). Persistence and Fade-Out of Educational-Intervention Effects: Mechanisms and Potential Solution. *Psychological Science in the Public Interest, 21*(2), 55-97. https://doi.org/10.1177/1529100620915848

Chodura, S., Kuhn, J.-T. & Holling, H. (2015). Interventions for children with mathematical difficulties: A meta-analysis**.** *Zeitschrift für Psychologie, 223*(2), 129–144. https://doi.org/10.1027/2151–2604/a000211

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition, 44*, 1-42.

De Smedt, B., Noël, M. P., Gilmorend, C. & Ansari, D. (2013). How do Symbolic and non-Symbolic Numerical Magnitude Processing Skills Relate to Individual Differences in Children's Mathematical Skills? A Review of Evidence From Brain and Behavior. *Trends in Neuroscience and Education, 2*(2), 48–55. http://dx.doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.001

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(103-102), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T. & Fletcher J. M. (2008). Intensive intervention for students with mathematics disabilities: Seven principles of effective practice. *Learning Disability Quarterly, 31*(2), 79-92). https://doi.org.10.2307/20528819

Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P. & Flojo, J. (2009). Mathematics Instruction for Students With Learning Disabilities: A Meta-Analysis of Instructional Components. *Review of Educational Research, 79*(3), 1202-1242. https://doi.org/10.3102/0034654309334431

Göbel, S. M., Watson, S. E., Lervåg, A. & Hulme, C. (2014). Children's Arithmetic Development: It Is Number Knowledge, Not the Approximate Number Sense That Counts. *Psychological Science, 25*(3), 789-798. https://doi.org/10.1177/0956797613516471

Espinas, D. R. & Fuchs, L. S. (2022). The effects of language instruction on math development. *Child Development Perspectives, 16*(2), 69-75. https://doi.org/10.1111/cdep.12444

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number.* Springer Verlag.

Hiebert, J., Morris, A. K., Berk, D. & Jansen, A. (2007). Preparing Teachers to Learn from Teaching. *Journal of Teacher Education, 58*(1), 47-61. https://doi.org/10.1177/0022487106295726

Hooper, S. R., Roberts, J., Sideris, J., Burchibal, M. & Zeisel, S. (2010). Longitudinal predictors of reading and math trajectories through middle school for African American versus Caucasian students across two samples. *Developmental Psychology, 46*(5), 1018–1029. https://doi.org/10.1037/a0018877

Jansen, A. (2006). Seventh Graders' Motivations for Participating in Two Discussion-Oriented Mathematics Classrooms. *The Elementary School Journal, 106*(5), 409-428. http://doi.org/10.1086/505438

Johansson, B. S. (2005). Number-word sequence skill and arithmetic performance. *Scandinavian Journal of Psychology, 46,* 157-167. https://doi.org/10.1111/j.1467-9450.2005.00445.x

Kroesbergen, E. H. & van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs: A meta-analysis. *Remedial and Special Education, 24*, 97–114. https://doi.org/10.1177%2F07419325030240020501

Laski, E. V., Jor'dan, J. R., Daoust, C. & Murray, A. K. (2015). What Makes Mathematics Manipulatives Effective? Lessons From Cognitive Sciense and Montessori Education. *SAGE Open, 5*(2), s.1-8. https://doi.org/10.1177/2158244015589588

LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D. & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development, 81*(6), 1753–1767. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x

National Research Council, Division of Behavioral and Social Sciences and Education, Center for Education & Mathematics Learning Study Committee. (2009). Foundational Mathematics Content. I H. Schweingruber, T. A. Woods & C. T. Cross (red.), *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity* (s. 21-57). National Academies Press.

National Research Council, Division of Behavioral and Social Sciences and Education, Center for Education & Mathematics Learning Study Committee. (2001a). Number: What is there to know? I B. Findell, J. Swafford & J. Kilpatrick (red.), *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (71-114). National Academies Press.

National Research Council, Division of Behavioral and Social Sciences and Education, Center for Education & Mathematics Learning Study Committee. (2001b). Teaching for mathematical proficiency. I B. Findell, J. Swafford & J. Kilpatrick (red.), *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (313-368). National Academies Press.

Purpura, D. J., Day, E., Napoli, A. R. & Hart, S. A. (2017). Identifying Domain-General and Domain-Specific Predictors of Low Mathematics Performance: A Classification and Regression Tree Analysis. *Journal of Numerical Cognition, 3*(2), 365-399. https://doi.org/10.5964/jnc.v3i2.53

Purpura, D. J., Hume, L. E., Sims, D. M., & Lonigan, C. J. (2011). Early literacy and early numeracy: The value of including early literacy skills in the prediction of Numeracy development. *Journal of Experimental Child Psychology, 110*, 647–658. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.07.004

Purpura, D. J. & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly, 36,* 259-268. http://dx.doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.12.020

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S. & Alibali, M. W. (2001). Developing Conceptual Understanding and Procedural Skill in Mathematics: An Iterative Process. *Journal of Educational Psychology, 93*(2), 346-362. https://doi.org/10.1037//0022-0663.93.2.346

Sarama, J. & Clements, D. H. (2009a). «Concrete» Computer Manipulatives in Mathematics Education. *Society for Research in Child Development, 3*(3), 145-150. https://doi.org/10.1111/j.1750-8606.2009.00095.x

Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Schmidt, S. S., Stricker, J., & De Smedt, B. (2017). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: A meta-analysis. *Developmental Science, 20*(3), e12372. https://doi.org/10.1111/desc.12372

Stein, M. K. & Bovalino, J. W. (2001). Reflections on Practice: Manipulatives: One Piece of the Puzzle. *Mathematics Teaching in the Middle School, 6*(6), 356-359. https://doi.org/158.39.174.44

Toll, S. W. M. & Van Luit, E. H. (2014). The Developmental Relationship Between Language and Low Early Numeracy Skills Throughout Kindergarten. *Exceptional Children, 81*, 64-78. https://www.doi.org/10.1177/0033-295X.101.1.80

## Vedlegg 8: Skisse av matematikkplanen for kontrollgruppen for uke 42-49, 2022

| **Område** | **Læringsmål fra DragonBox** |
| --- | --- |
| Mengder og tallsymboler 1-10 | • Elevene forklarer med egne ord at en mengde består av flere enere.<br>• Elevene kjenner igjen og kan si navnet (tallet) til en liten mengde uten å telle «en og en».<br>• Eleven snakker om likheter og særtrekk ved enkle figurer.<br>• Elevene komponerer mengdene 6-10 ved hjelp av 5 som base. |
| Mønstre og tallrekker | • Elevene kjenner igjen og skriver tall - og tallmønstre opp til 10.<br>• Elevene kjenner igjen og lager gjentatte mønstre med ulike former.<br>• Elevene plasserer tall eller mengder (opp til 10) på tallinja.<br>• Elevene forklarer og viser hva «nabotall» er. |
| Relasjoner og addisjon | • Elevene bruker likhetstegnet = og relasjonstegnene > < for å sammenligne mengder.<br>• Elevene forklarer hvordan relasjonstegnene > og < fungerer.<br>• Elevene forklarer hvordan vi kan dele opp og sette sammen mengder med støtte i modell.<br>• Elevene setter ord på hvorfor rekkefølgen på mengdene er likegyldig når vi regner addisjon.<br>• Elevene kan fortelle hva tiervenner er og hvilke tall som er tiervenner. |